Handbuch
der
kaufmännischen
Rechenkunst.

Von
Franz Xaver Schwab.

Erster Theil.

Zweyte, sehr vermehrte und verbesserte Auflage.

München, 1821.
Bey Ernst August Fleischmann.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Hier erscheint die neue, rechtmäßige Auflage von meinem Handbuche der kaufmännischen Rechenkunst. Es ist zwar schon im Oktober 1818, ohne mein Vorwissen, eine Ausgabe von diesem Werke angekündigt, und deren Erscheinung auf den Monat Januar 1819 ganz verläßig versprochen worden. Wodurch dieses Versprechen so unverläßig geworden ist, soll — wenn ich mich dazu genöthigt sehen werde, mit allen dahin gehörigen erweislichen Umständen, zur Warnung jedes rechtlichen Mannes und zum abschreckenden Beyspiele für dessen Antipoden, bey der kompetenten Behörde angebracht werden, vielleicht auch zur Kenntniß des großen Publikums gelangen. In einer Vorrede, die nur von Wenigen gelesen wird, möchte ohnehin nicht der schicklichste Platz dafür seyn.

Ueber den Werth dieses Lehrbuches brauche ich wohl wenig mehr zu sagen; indem die allgemeine Stimme und das vielfältige Verlangen nach einer neuen Ausgabe längst dafür sehr günstig entschieden haben. Daß die gegenwärtige mit Recht eine vermehrte und verbesserte Auflage genannt werden kann, davon wird eine, wenn auch nur flüchtige Vergleichung mit der vorigen, die volle Ueberzeugung gewähren. Denn ich habe nicht nur alle in jener eingeschlichenen Druck- und andere Fehler ausgemerzt, Verhältnisse, die sich im Laufe der Zeit geändert haben, nach den neuesten und verläßigsten Nach-

richten eingerichtet, mehrere Tabellen beygefügt, und andere sehr nöthige Zusätze gemacht; sondern auch hie und da dargethan, daß einige Fälle selbst von Rechnungskundigen bisher unrichtig berechnet wurden, wie z. B. in dem Falle, wenn die Verfallzeit einer Zahlung zu bestimmen (§. 208. Seite 248) gezeigt ist. Dadurch, daß der Druck nicht so ausgedehnt wurde, wie in der ersten Auflage, wo so viele leere Stellen entstunden, daß ich manche Auflösung nach einer kürzern Art gezeiget, und was ich nur immer für entbehrlich hielt, weggelassen habe, dadurch konnte das Werk an Gegenständen so sehr bereichert werden, ohne in der Bogenzahl bedeutend vergrößert zu seyn. Uebrigens ist es auch jetzt in zwey, jedoch nicht mehr so ungleiche, und mehr analoge Theile abgetheilt.

Was den Gebrauch dieses Werkes betrifft, so ist darüber nichts zu bemerken, als daß derjenige, der sich daraus ohne Lehrer selbst unterrichten will, nur jeden in einem Paragraphe enthaltenen Lehrsatz aufmerksam lesen und einige Male überdenken darf; dann sehe man dessen Anwendung in dem gleich darauf folgenden Beyspiele nach, und vergleiche wiederum die Operation und dabey angebrachten Abkürzungen, oder andere Vortheile sorgfältig mit der beygefügten Erklärung. Wenn man nun glaubt, die ganze Verfahrungsart wohl begriffen zu haben, schreibe man die Aufgabe heraus, lege das Buch beyseite und arbeite das nämliche Beyspiel nach dem Gedächtnisse aus; dann wird man selbst sehen, ob man die Vorschrift getroffen habe oder nicht. Vor allem empfehle ich

ich, ja nicht zu einem neuen Beyspiele oder gar dem folgenden Lehrsatze vorzuschreiten, ehe man die vorhergehenden ganz inne hat; sich auch die Mühe nicht gereuen zu lassen, wenn ich mich, um Wiederholungen zu vermeiden, auf einen frühern Paragraph (§.) oder Rechnungsfall berufe, die angezeigte Stelle nachzuschlagen, und also etwas zurückzugehen. Wer auf solche Art einen Abschnitt ganz abgefertigt hat, der kann sich nun, aber mit derselben Vorsicht, an die Aufgaben zur Uebung wagen; doch muß man die am Schlusse des Werkes befindlichen Auflösungen nicht eher zu Rathe ziehen, bis ein Beyspiel ganz und auch richtig ausgerechnet ist, wovon man sich durch die Probe überzeugen kann. Nur auf diese Weise wird man sich meines Handbuches mit gehörigem Nutzen bedienen, und die Erfahrung hat gelehrt, daß sich fähige Köpfe durch dasselbe allein recht wohl unterrichtet und zu guten Rechnern gebildet haben.

Wer aber einen Lehrer hat, der lasse sich von diesem nur alles, was ihm noch dunkel ist, erklären, und so viel als möglich den Grund davon angeben. Will oder kann jener dieß nicht: so soll er sich mit dem Unterrichte gar nicht befassen; sondern erst selbst noch das Rechnen gründlicher lernen.

Sollten sich in Waaren- oder Wechselgeschäften Aenderungen ergeben haben, die nicht zu meiner Kenntniß gelangt sind, und doch auf den Werth dieses Lehrbuches Einfluß haben könnten: so wird mir deren Mittheilung sehr willkommen seyn und ich werde sie, wie auch jede bescheidene Zurechtweisung, mit Dank erkennen und zum

allge-

allgemeinen Beßten benützen. Denn obwohl ich mir seit der ersten Erscheinung dieses Werkes alle mögliche Mühe gegeben habe, die neuesten sichern Notitzen zu sammeln, die beßten Hülfsbücher und praktisch erfahrne Männer mündlich und schriftlich zu Rathe zu ziehen: so könnte mir doch Einiges entgangen seyn, und oft waren die Nachrichten selbst einander widersprechend, so daß es schwer war, das Wahre ausfindig zu machen. Indessen will ich alle diese Bemühungen mit gleichem Eifer fortsetzen, um allenfalls einer künftigen neuen Auflage denjenigen Grad von Vollkommenheit zu geben, den ich mit dem beßten Fleiß und Willen bey der gegenwärtigen etwa noch nicht erreichet haben sollte.

Nun bleibt mir nur noch der Wunsch übrig, daß mein Handbuch auch in dieser neuen Gestalt eben so viel Nutzen stiften und den nämlichen Beyfall einärndten möge, wie in der vorigen. Um davon desto mehr versichert zu seyn, habe ich auch in Plan und Anordnung nichts Wesentliches abgeändert; sondern die Verbesserungen nur gehörigen Orts eingeschaltet, wie die Inhalts-Anzeigen beweisen; und da doch hiedurch der Umfang des Werkes nicht erweitert wurde: so wird meine Absicht, die mehr auf Gemeinnützigkeit, als auf eigenen Vortheil gerichtet war, wohl von niemanden mißkannt werden können.

München im Juny 1820.

F. X. Schwab,
Königl. Baier. Hallverwalter.

In-

Inhalt
des ersten Theils.

	Seite
Einleitung.	1
Die theoretische Rechenkunst.	
Das Numeriren.	3
Von den Ziffern und Zahlen überhaupt.	ebend.
I. Eine Zahl auszusprechen.	6
Aufgaben zur Uebung.	7
II. Eine Zahl aufzuschreiben.	ebend.
Aufgaben zur Uebung.	9
Von den römischen Zahlen.	10
Aufgaben zur Uebung.	11
Die praktische Rechenkunst.	
Die Addition.	ebend.
Aufgaben zur Uebung.	15
Von der Probe.	ebend.
Die Subtraktion.	17
Aufgaben zur Uebung.	19
Probe über die Subtraktion.	ebend.
Die Multiplikation.	ebend.
Das Einmal eins.	21
Von einigen Vortheilen.	25
Aufgaben zur Uebung.	27
Probe über die Multiplikation.	ebend. u. 39

Die

Seite
Die Division. 28
Vortheile im Dividiren. . . . 36
Aufgaben zur Uebung. . . 39
Probe über die Division. . . . 40
Uebergang. . . . . . . ebend.

Von gebrochenen Zahlen oder Brüchen.

Einleitung. 42
Abkürzung der Brüche. . . . 43
Vortheil im Abkürzen. . . . 48
Den größten gemeinschaftlichen Divisor zu finden. 49
Kettenbrüche. 51
Aufgaben zur Uebung. . . 55
Von uneigentlichen Brüchen. . . ebend.
Aufgaben zur Uebung. . . 56
Von vermischten Brüchen. . . . 57
Aufgaben zur Uebung. . . 58
Von Bruchsbrüchen. . . . . ebend.
Aufgaben zur Uebung. . . 59
Uebersetzung in Brüche. . . . ebend.
Aufgaben zur Uebung. . . 62
Auflösung der Brüche. 63
Aufgaben zur Uebung. . . 66

Die vier Spezies in gebrochenen Zahlen.

Addition der Brüche. 67
Hülfsmittel, den kleinsten Generalnenner zu finden. 71
Auflösung in Decimalen. . . . 74
Aufgaben zur Uebung. . . 75
Subtraktion der Brüche. . . . . ebend.
Aufgaben zur Uebung. . . 78

Mul=

Seite
Multiplikation der Brüche. . . . 78
Aufgaben zur Uebung. . . 88
Division der Brüche. 89
Aufgaben zur Uebung. . . 94
Proben über die vier Spezies in Brüchen. . ebend.
Ueber die Addition. . . . 95
— — Subtraktion. . . 96
— — Multiplikation. . . ebend.
— — Division. . . . 97

Von der Praktik überhaupt.

Einleitung. 100
Von den Verhältnissen und ihren Bestandtheilen. 101
Die wälsche Praktik. . . . 106
Die Probe über die Praktik. . . 113
Mehrere Beyspiele von der Praktik. . . 114
Tabelle von dem Gulden zu 60 Kreuzern. 126
Anhang von fremden Rechnungsmünzen. . 157
Aufgaben zur Uebung. . . 165
Die Ketten-Praktik. . . . 167
Die Probe über die Ketten-Praktik. . 173
Mehrere Beyspiele von der Ketten-Praktik. . 176
Aufgaben zur Uebung. . . 194

Von besonderen Rechnungsvorfällen.

Einleitung. 197
Die Pro cento-Rechnungen. . 198
Interesse-Rechnung. . . . ebend.
Die Probe darüber. . . . 202
Fortsetzung vom Interesse. . . ebend.
Aufgaben zur Uebung. . . 241

Seite

Abzugs-Rechnung. . . . 243
Rabatt-Tafel von 7 Monat oder $4\frac{2}{3}$ pro cent. 253
— — — 13 Monat oder $8\frac{2}{3}$ — — 255
Aufgaben zur Uebung. . . 272
Provisions-Rechnung. . . . 275
Aufgaben zur Uebung. . . 279
Gewinn- und Verlust-Rechnung. . . 280
Aufgaben zur Uebung. . . 291
Die Gold- und Silber-Rechnung. . 293
Aufgaben zur Uebung. . . 312
Allegations-Rechnung. . . . 313
Aufgaben zur Uebung. . . 323
Die Theilungs-Rechnung. . . 325
Aufgaben zur Uebung. . . 345
Die Tausch-Rechnung. . . 348
Aufgaben zur Uebung. . . 363
Verschiedene andere Rechnungen. . 365
Aufgaben zur Uebung. . . 372

Hand-

Handbuch
der
kaufmännischen Rechenkunst.

Erster Theil.

Einleitung.

1 §.

Die Rechenkunst, oder Arithmetik, überhaupt ist die Kunst, durch gewisse gegebene Zahlen, andere zu finden, wodurch in Absicht auf die gegebenen etwas bekannt wird. Wer also, vermittelst bekannter Zahlen, andere noch unbekannte Zahlen sucht, der rechnet.

2 §. Man kann das Rechnen auf zweyerley Arten lernen; entweder so, daß jemand im Stande ist, von allem, was er darinn vornimmt, einen Grund anzugeben; oder daß er blos weiß, wie er es anzufangen habe, um das Verlangte auszurechnen, ohne daß er den Grund davon angeben kann. Im ersten Falle hat er es mathematisch, oder als eine Wissenschaft gelernt; im letzten aber sich es nur mechanisch, oder als eine Kunst eigen gemacht.

3 §. Da die mathematische Lehrart für unsere Absicht zu weitläufig und dazu eben nicht unentbehrlich ist, so wird sie hier meistens mechanisch, oder als eine Kunst vorgetragen werden; doch wollen wir nicht unterlassen, hie und da Gründe anzugeben, wenn solche dienen können, entweder die Regeln besser zu verstehen, oder sie dem Gedächtnisse tiefer einzuprägen.

4 §. So nützlich die Rechenkunst einem jeden Stande ist, so nothwendig ist sie der Handlung. Der ganze Umfang dieser Kunst wäre zu unserer Absicht wiederum zu weit; wir schränken uns daher blos auf die kaufmännische Rechenkunst ein.

5 §. Unter der kaufmännischen Rechenkunst aber verstehen wir:

a) Diejenigen Rechnungsvorfälle, die bey der Handlung vorzukommen, und in dieselbe einzuschlagen pflegen.

b) Jederzeit die kürzesten und sichersten Arten, die vorkommenden Fälle aufzulösen.

6 §. Die Rechenkunst wird im weitläufigsten Verstande in zwey Gattungen abgetheilt; nämlich in die theoretische und in die praktische.

7 §. Die theoretische oder erwägende Rechenkunst lehret, die Zahlen nach ihren Bezeichnungen und Eigenschaften recht erkennen, aussprechen und schreiben, und ist eigentlich das Numeriren.

8 §. Die praktische, ausübende oder gemeine Rechenkunst hingegen lehret die gegebenen Zahlen nach gewissen Regeln entweder zusammen zählen, oder von einander abziehen, vermehren, oder vermindern. Dahin gehören die sogenannten vier Spezies; nämlich die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division.

Die theoretische Rechenkunst.

Das Numeriren.

9 §.

Numeriren heißt die Art und Weise,

I. eine mit Ziffern geschriebene Zahl durch Worte auszusprechen,

II. eine mit Worten ausgesprochene Zahl mit ihren gehörigen Zeichen ordentlich und behend auszudrücken und nachzuschreiben.

Von den Ziffern und Zahlen überhaupt.

10 §. Die Ziffern sind willkührliche Zeichen, wodurch man alle Arten von Zahlen ausdrücken kann.

11 §. Wenn man jeder Zahl, die sich denken läßt, ein besonderes Zeichen geben wollte: so würde es unmöglich fallen, diese Zeichen alle im Gedächtniß zu behalten. Daher hat man nur für die neun ersten Zahlen und das Nichts besondere Zeichen ausfindig gemacht, durch deren Zusammensetzung alle erdenklichen Zahlen ausgedrückt werden können.

12 §. Die Erfindung dieser Zeichen, oder der Ziffern, wird den Arabern zugeschrieben *), und ist gewiß eine der nützlichsten Erfindungen; denn mit wie viel Bequemlichkeit können dadurch auch die größten Zahlen ausgedrückt, und die schwersten Rechnungen zu Stande gebracht werden!

 *) Da-

*) Daher werden auch die, deren man sich am gewöhnlichste bedient, arabische Ziffern genannt; um sie von den römi schen und anderen Zahlzeichen zu unterscheiden. Sie solle alle aus dieser einzigen Figur (ⵝ) entstanden seyn. — Na ihrer ältesten Gestalt lassen sich wirklich alle 10 Zahlzeiche daraus herleiten; nur daß sie durch den häufigen Gebrau mehr Rundung und ein verändertes Aussehen bekommen habe

13 §. Weil diese Zeichen entweder für sich selbst oder in der Zusammensetzung mit andern eine Zahl vo stellen können; so sind die Ziffern sowohl für Zahlen als für Theile einer Zahl anzusehen, und werden nu im ersten Falle Zahlen, im letzten aber, einzeln betrach tet, jederzeit Ziffern genennt.

14 §. Die Zeichen selbst sind diese:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
eins, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun,
0.
null, oder nichts.

15 §. So lange eines von diesen zehn Ziffer alleine steht, heißt es eine Zahl (13 §.), und bedeute so viele Einheiten, als das Ziffer anzeiget.

Zum Beyspiel: 5 bedeutet fünf Einheiten, und so fort.

16 §. Wenn zwey Ziffern neben einander stehen, so bedeutet die nächste gegen der rechten Hand so viel Einheiten, als das Ziffer anzeigt; jene aber gegen di Linke bedeutet so viele Zehner, als das Ziffer anzeigt.

Z. B. 21 bedeutet: 1 Einheit u: 2 Zehner; 34 bedeutet: 4 Einheiten u: 3 Zehner; 46 bedeutet: 6 Einheiten u: 4 Zehner ɩc.

Hier ist besonders zu merken, daß man allezeit bis zehn zählt, und so oft man bis zehn zählt, so oft macht man

man eine neue zusammengesetzte Zahl. Daß dieses von eins bis neun geschieht, haben wir schon gezeigt (14 u. 15 §.). Mit den Zehnern wird fortgezählt bis neun und neunzig; dann setzt man abermal eine neue, folglich die dritte Zahl gegen die linke Hand bey, u. s. w.

17 §. Von drey Ziffern, die neben einander stehen, bedeutet das erste gegen der linken Hand, zehnmal zehn, welches man hundert nennt; die folgenden die Zehner und Einheiten (16 §.). Das vierte Ziffer gegen der Linken bedeutet zehnmal hundert, oder tausend; das fünfte Ziffer bedeutet die Zehner der Tausende; das sechste die Hunderte der Tausende, und das siebente bedeutet tausendmal tausend, oder Million; das achte die Zehner der Millionen u. s. w. wie wir oben bey den Tausenden gelehrt haben.

18 §. Millionmal Million ist eine Billion, millionmal Billion ist eine Trillion, millionmal Trillion eine Quatrillion, u. s. w.

19 §. Nun ist auch noch ein Merkmal nöthig, woraus man abnehmen könne, daß das Ziffer weiter gegen die linke Hand gerückt sey, wenn doch keine bedeutende oder geltende Zahl dazu zu stehen kommt; wie in zehn, zwanzig, u. s. w. Man nimmt hiezu das Zeichen 0, oder Null.

z. B. 2 ist so viel, als 2 Einheiten (15 §.), 20 ist also so viel, als zwey Zehner, oder zwanzig, 200 so viel als 2 Zehner zehenmal genommen. Ein Zehner zehnmal genommen, macht ein Hundert; daher machen 2 Zehner 10mal genommen zwey Hundert, u. s. w.

Fol-

Folgende Zahl: 58072 wäre also so viel, als zwey Einheiten, sieben Zehner, kein Hundert, acht Tausend und fünf Zehner der Tausende (15 bis 17 und 19 §.); oder: fünfzig und acht Tausende, kein Hundert, siebenzig und zwey.

I. Eine Zahl auszusprechen, die durch Ziffer angezeigt ist.

20 §. Man theile die gegebene Reihe von Ziffern von der rechten gegen die linke Hand in Klassen, deren jede sechs Ziffern enthält, durch einen aufrecht stehenden Strich, und mache über dem nächsten Ziffer vor dem ersten Striche, von der rechten Hand her, einen Punkt, vor dem zweyten Striche zween Punkte, u. s. f. Jede dieser Klassen theile man wieder in zwey andere von drey Ziffern durch ein Strichlein oder Komma unter den Zahlen. Hierauf kann man jede Klasse von drey Ziffern lesen, und zwar so, daß man an der ersten gegen der linken Hand anfängt, und da, wo ein Komma unten steht, allemal Tausend, wo ein Punkt oben ist, Million, wo zween stehen, Billion, vor drey Punkten Trillion rc., die übrigen aber so ausspreche, wie im vorhergehenden angezeigt worden.

21 §. Bey allen den Stellen, worauf sich eine oder mehr Nullen befinden, werden die Zahlen, die jene Stellen bezeichneten, wenn geltende Einheiten, Zehner oder Hunderte darauf stünden, verschwiegen, aber Tausend, Million, Billion u. s. w. werden ausgesprochen.

1) Aufgabe: 38567349870378 soll durch Worte ausgedrückt werden.

Auflösung: Theile diese Zahl nach den gegebenen Regeln in Klassen:

$$\overset{..}{3}8|56\overset{.}{7},349|870,378$$

nun

nun kann sie so ausgesprochen werden: „Acht und dreyßig Billionen, fünf hundert sieben und sechzig Tausend, drey hundert neun und vierzig Millionen, acht hundert siebenzig Tausend, drey hundert und acht und siebenzig.“

2) Aufg. 1,920|400,002|583,789|000,320

Ein Taus. 9 hund. 20 Trill. 4 hund. Taus. *) 2 Bill. 5 hund. 83 Taus. 7 hund. 80 Mill. *) 3 hund. und 20.

*) Siehe den 21 §.

Mehrere Beyspiele zur Uebung.

3) 23050084000. 4) 43602771.
5) 30001. 6) 643000000. 7) 506119.
8) 9640000511437. 9) 810053480020.
10) 5600072558047962333.
11) 1900000. 12) 1000000000000000000.
13) 6602928001356200. 14) 7523649081.

II. Eine durch Worte ausgedrückte Zahl mit Ziffern aufzuschreiben.

22 §. Die Hauptgrundsätze, die wir oben gehört haben, gelten auch hier; nämlich: die Einheiten werden mit einer einzigen Ziffer ausgedrückt; als:

Fünf 5, acht 8, neun 9 ꝛc.

23 §. Was über neun, oder eine zehnfache Zahl ist, muß mit zwey Ziffern geschrieben werden; und zwar so, daß die Einheit gegen die rechte Hand, der Zehner aber gegen die linke zu stehen kommt.

Z. B. vier und dreyßig, 34; fünf und vierzig, 45; sieben und sechzig, 67 ꝛc.

Anmerk. Die deutsche Sprache hat vor andern das Unschickliche, daß sie im Aussprechen die Einheiten vor die Zehner setzt; z. B. sechs und dreyßig, statt dreyßig und sechs u. s. w.

Man

Man ist aber schon daran gewöhnt und darf nur einige Aufmerksamkeit anwenden, um davon nicht irre gemacht zu werden. Doch findet man auch oft, sonderlich in Schuldverschreibungen, Wechselbriefen und andern dergleichen Urkunden, worinn die Zahlen mit Worten ausgedrückt werden daß die Zehner den Einheiten vorgesetzt werden.

24 §. Wenn eine Zahl über neun und neunzig, folglich in die Hunderte geht, so werden die Hundert als das erste Ziffer von der linken Hand her angesetzt; dann kommen die Zehner und endlich die Einheiten, gegen die Rechte hin, zu stehen (23 §.). Um eine Zahl von Hunderten auszudrücken, werden also drey Ziffern erfodert (17 §.).

Z. B. Fünf hundert, neun und dreyßig, wird geschrieben: 539; acht hundert, zwey und sechzig: 862 rc.

25 §. Beläuft sich die gegebene Zahl auf Einheiten von Tausenden, so werden auch diese zuerst; nach ihnen aber noch drey Ziffern, von der linken zur rechten Hand, angesetzt. Nach den Zehnern von Tausenden vier; nach den hundert Tausenden aber fünf; auf eben die Art. Einheiten von Millionen zu bemerken, werden demnach sieben Ziffern erfodert; das Uebrige ist, wie wir vorher bey den Tausenden rc. angezeigt haben.

26 §. Um eine jede durch Worte ausgedrückte Zahl, sie sey so groß, als sie wolle, mit Ziffern behende niederzuschreiben, darf man nur merken, daß die erste Zahl, die man höret oder liest, auch zuerst angesetzt wird; nur muß man die Einheiten jeder Klasse den nächsten Zehnern nachsetzen (23 §.); übrigens wird mit anschreiben

der

der Ziffern in der nämlichen Ordnung fortgefahren, wie sie in den Worten aufeinander folgen, bis die ganze Zahl zu Ende ist.

27 §. Wenn nach einer oder mehreren geltenden Zahlen für die nächste Stelle, oder mehrere Stellen, die Zahlen, oder nebst diesen auch die Benennung Hundert etc. in Worten nicht ausgedrückt ist, so wird an jede derselben Stellen eine Null gesetzt.

15) Aufg. „Drey Millionen, fünf hundert, drey und „vierzig Tausend, sieben hundert, acht und dreyßig"; soll mit Ziffern ausgedrückt werden.

Aufl. 3543738.

16) Aufg. „7 Tausend, 68 Millionen, 3 hundert Tau„send, 5 hundert und 81.

Aufl. 7068300581.

*) Siehe 27 §.

28 §. Es ist zum Rechnen höchst nothwendig, daß man sich im Aufschreiben einer vorgesagten Zahl wohl übe; denn dadurch lernet man die Beschaffenheit und Einrichtung der Zahlen besser kennen. Außer diesem wird man in den übrigen Operationen immer fehlen; man lernt es aber eher durch die Uebung, als aus den weitläufigsten Vorschriften, darum will ich es auch hievon nicht an Beyspielen gebrechen lassen.

Beyspiele zur Uebung.

17) Ein hundert drey und neunzig Billionen, fünf hundert zwey und zwanzig Tausend, vier hundert sechzehn Millionen, sechs hundert sieben und achtzig Tausend, acht hundert und zwölf.

18)

18) Drey und achtzig Tausend und eins.

19) Sieben Tausend, drey Millionen, fünf Tausend drey und vierzig.

20) Vier hundert Quatrillionen, acht hundert, vier Tausend, sieben hundert acht und dreyßig Millionen, acht hundert und vier.

21) Ein Tausend zwey hundert vier und dreyßig Millionen, fünf hundert sieben und sechzig Tausend, acht hundert und neunzig.

22) Fünfzehn hundert Tausend.

23) Tausend Millionen.

24) Zwey hundert sieben und fünfzig Tausend, zwey hundert sechs und zwanzig Millionen, vier hundert und achtzehn Tausend.

25) Drey hundert acht und vierzig Millionen.

Von den römischen Zahlen.

29 §. Zur Numeration gehören auch die sieben römischen Zahlen, nämlich:

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
eins,	fünf,	zehn,	fünfzig,	hundert,	fünf hundert,	tausend,

woraus durch Zusammensetzung alle anderen Zahlen angezeigt werden.

30 §. Soviel gleiche Buchstaben beysammen stehen, sovielmal drücken sie zusammen den Werth von einem jeden aus.

Zum Beyspiel: III bedeutet 3. XX bedeutet 20. CCCC bedeutet 400, u. s. w.

31 §. Wenn hinter einem solchen Buchstaben einer von geringerm Werthe steht, so wird dieser zu jenem hinzugezählt.

Zum

Zum Beyspiel: VI heißt 6. XII heißt 12. XV heißt 15. LX, 60. CL, 150. MDX, 1510. MDCLXVI heißt demnach so viel als: 1666 u. s. w.

32 §. Steht aber vor einem dieser Buchstaben ein anderer von geringerm Werthe, so vermindert er denselben eben so um seine Geltung.

Z. B. IV ist so viel als IIII, oder 4; das I (1) vermindert also V (5) um 1. IX heißt 9. XL, 40. CM, 900. XC, 90. MDCCLXXXXVI, 1796.

Zur Uebung.

26) Was bedeutet LXXXVI?

27) Wie wird CDII ausgesprochen?

28) Wie schreibt man 43 in römischen Zahlen?

29) Wie IIII? und 30) wie 1819?

Wer sich mehr darinn zu üben wünschet, der beliebe die Blattseiten eines Buches von etwas mehr als zehn Alphabeten, wenn es auch nur in Folio ist, mit römischen Zahlen zu bezeichnen: so werden sie ihm in kurzer Zeit ziemlich geläufig seyn.

Die praktische Rechenkunst.

Die Addition.

33 §.

Addiren, oder auch summiren, heißt mehrere gegebene Zahlen in eine bringen, welche so viel beträgt, als die gegebenen zusammen genommen.

34 §. Diejenige Zahl, die durch das Addiren entsteht, wird die Summe; die Zahlen aber, die man addiren soll, die summirenden genannt.

35 §. Bey der Addition hat man die möglichste Sorgfalt zu tragen, daß alle Zahlen ganz gerade und zwar so untereinander gesetzt werden, daß die Einheiten unter die Einheiten, die Zehner unter die Zehner, die Hunderte unter die Hunderte ꝛc. zu stehen kommen.

36 §. Wenn nun alle Zahlen, die zu summiren sind, recht untereinander gesetzt worden, so macht man darunter einen Querstrich, und fängt bey den Einheiten zu zählen an; zählt alle Einheiten zusammen, und schreibt die Summe aller Einheiten unter den Strich an die Stelle der Einheiten. Alsdann schreitet man zu den Zehnern, zählt diese auch so zusammen, und setzt die Summe aller Zehner ebenfalls unter den Strich an die Stelle, wo die Zehner hingehören. Hernach schreitet man zu den Hunderten, verfährt mit denselben eben so; dann zu den Tausenden u. s. f.

31) Aufgabe: Folgende Zahlen sollen zusammen addirt, oder in eine Summe gebracht werden. 1234, 4010, 521 und 33.

Auflösung:

$$\begin{array}{r} 1234 \\ 4010 \\ 521 \\ 33 \\ \hline 5798 \end{array}$$

Erklärung: Zuerst werden die Zahlen in der Ordnung angesetzt, wie sie hieroben stehen, und der Strich darunter gemacht; dann fängt man bey der ersten Reihe, von der rechten Hand her, aufwärts zu zählen an und sagt: „3 und 1 ist 4 und 0 ist 4 und 4 ist 8"; die 8 setzt man unter den Strich, gerade unter die erste Reihe. Nun schreitet man zur zweyten Reihe und sagt: „3 und 2 ist 5 und

und 1 ist 6 und 3 ist 9", setzt dann die 9 unter die zweyte Reihe, oder vor die 8. Jetzt kömmt man an die dritte Reihe, indem man spricht: „5 und 0 ist 5 und 2 ist 7", diese 7 kömmt also unter die dritte Reihe, oder vor die 9. Endlich geht es an die vierte Reihe, wo man sagt: „4 und 1 ist 5", und die 5 auch gerade unter die vierte Reihe setzt. Demnach ist die ganze Summe 5798 und diese beträgt soviel, als die summirenden Zahlen zusammen.

32) Aufgabe: Welches ist die Summe von: 24, 2430, 321, 8014?

Auflösung:	24
	2430
	321
	8014
Antwort:	10789

37 §. Wenn sich aber die Summe der Einheiten über 9 belauft, und folglich eine zehnfache Zahl ist (23 §.), so setzt man unter die Einheiten nur die Einheit der heraus gekommenen Zahl; die Zehner aber zählt man mit zu der folgenden Reihe, oder zu den übrigen Zehnern. Kommen in der Summe der Zehner wieder Zehner, welches Hunderte sind (17 §.): so setzt man abermals nur die einfachen Zehner an ihre Stelle; nämlich unter die zweyte Reihe und die Hunderte zählt man zu der folgenden hinzu u. s. f.

z. B.	33)	7368	34)	23475
		452		08
		8316		6
		459		3005
		74		10387
		16669		409
				57
				37407

Et-

Erklärung: Bey dem vorstehenden 33) Beyspiel beträgt die Summe der ersten Reihe oder der Einheiten 29; hier werden also nur die 9 angesetzt; die 2 aber zu der folgenden Reihe oder den Zehnern hinzu addirt, von diesen beträgt dann die Summe 26; wiederum nur 6 angesetzt und 2 zu der nächsten Reihe genommen; eben so verhält es sich mit den übrigen, und dem 34) Beyspiel.

38 §. Eine Methode zu addiren, wovon wir hierunten ein Beyspiel geben werden, hat vor der gewöhnlichen, besonders wenn man viele und große Zahlen zusammen addiren soll, den doppelten Vortheil, daß man die Operation allemal, wenn man will, verlassen und wieder vornehmen kann; in soferne man nur eine ganze Reihe addirt hat. Ueberdem können, wenn ihrer mehrere die nämliche Addition machen, dieselben leicht finden, in welcher Reihe sie von einander abweichen, und dürfen nur diese Reihe dann untersuchen, ohne daß sie genöthigt sind, die ganze Addition nochmal zu machen, wie es bey der gewöhnlichen Art oft der Fall ist.

35)

12900
21978
847
1982
3724
11925
5909
20836
930
7711
12943
18917
52
35
102
30
8
120602

Erklärung: Hier werden die Summen von jeder Reihe gleich ganz angesetzt; nur ist dabey besonders acht zu haben, daß die Einheit jeder Summe gerade unter diejenige Reihe zu stehen kömmt, welche eben addirt worden ist; die Zehner, oder allenfalls auch die Hunderte, werden unter die vorstehende Reihe gesetzt, und endlich diese Zahlen, wie sie über einander stehen, gleichfalls addirt; so kömmt zur ganzen Summe heraus: 120602.

Wem

Wem diese Methode etwas zu weitläufig, oder nicht überall anwendbar scheinet, der beliebe nur bey der alten Art zu bleiben, nach welcher auch folgende Aufgaben aufzulösen sind.

36) Man soll 8245, 321, 23 und 10 in eine Summe bringen.

37) Wie viel machen folgende Zahlen zusammen aus: 705672, 4238, 57980, 364, 293071, 46408 und 1075?

38) Die Zahlen 384, 107, 6300, 746, 93, 250, 128037, 365, 1000, 3458 und 60780 sollen addirt werden.

39) Welches ist die Summe von 62, 7, 452, 1768, 138, 269, 54, 83, 47 und 4?

40) Was kömmt heraus, wenn man 306, 200, 541, 102, 111, 205, 700, 410, 212, 803, 646, 660, 370, 900, 502, 508, 500 und 203 zusammen addirt?

Von der Probe.

39 §. Eine kurze Untersuchung, ob das Herausgebrachte recht sey, oder nicht, wird in der Rechenkunst überhaupt eine Probe genannt. Daraus erhellet, daß eine gute Probe kurz, wenigstens nicht weitläufiger, als die Rechnung selbst, und daß sie sicher seyn soll, daß man dadurch überzeugt seyn könne, man habe nicht gefehlt, wenn dieselbe herausgekommen ist.

40 §. Da die eigentlichen Proben fast alle nur die Richtig- oder Unrichtigkeit der Ausrechnung, oder Operation, anzeigen: so gehört hiezu auch eine genaue Untersuchung, ob alle Zahlen recht angesetzt sind; denn

wenn

wenn dieses nicht geschehen ist, kann uns die Probe herauskommen, wenn gleich das in der Rechnung Herausgebrachte falsch wäre.

41 §. Die vier Spezies werden am beßten durch die entgegengesetzten Spezies probirt; nämlich:

die Addition durch die Subtraktion,
— Subtraktion — Addition,
— Multiplikation — Division,
— Division — Multiplikation.

42 §. Doch ist die erste von diesen, nämlich die Probe über die Addition durch die Subtraktion etwas weitläufig. Die famöse 9er Probe ist zwar kürzer; hat man aber in der Rechnung um ein- oder mehrmal 9 gefehlt, so kömmt gleichwohl diese Probe heraus; sie ist also nicht sicher, und folglich noch weniger nütze, als die erste.

43 §. Das beßte, was man thun kann, um zu erfahren, ob die Addition recht gemacht sey, ist: daß man alle Zahlen nochmals zusammen addire, und dann sehe, ob allezeit das Nämliche herauskömmt, was man zuvor hatte. Will man sich sicher stellen, daß man nicht zweymal nacheinander im Zählen den nämlichen Fehler begehe, welches sich oft zuträgt, so addire man die Reihen, die man vorhin von unten hinauf gezählt hat, nun von oben herab; sollten diese Summen mit den erstern nicht übereintreffen, so mag eine dritte Addition den völligen Ausspruch thun.

Die

Die Subtraktion.

44 §.

Subtrahiren heißt, von einer gegebenen Zahl eine andere wegzählen, oder untersuchen, um wie viel die eine von zweyen Zahlen größer ist, als die andere.

45 §. Diejenige Zahl, welche übrig bleibt, wenn eine von der andern weggezählt oder abgezogen ist, oder um wie viel die eine größer befunden wird, als die andere, wird die Ueberbleibende, der Rest, oder der Unterschied, Differenz genannt; die zwey gegebenen Zahlen kann man beyde die Subtrahenten nennen, und unterscheidet sie nur durch das Beywort: größerer oder kleinerer.

46 §. Auch hier müssen die Zahlen eben so sorgfältig untereinander gesetzt werden, wie bey der Addition (35 §.). Ordentlicherweise wird die kleinere Zahl unter die größere gesetzt.

47 §. Dann wird eben so ein Querstrich gemacht, und überhaupt alles das beobachtet, was wir bey der Addition (36 §.) gehört haben; nur daß hier die Zahlen abgezogen, anstatt zusammenaddiret werden.

Z. B. 41) Aufgabe: von 46 soll 34 abgezogen werden.

Auflösung:

46
34
12

Erklärung: Wenn die beyden Zahlen auf obige Weis untereinander stehen, und der Strich darunter gemacht ist, fängt man bey der Einheit, oder dem ersten Ziffer von der rechten Hand her, an und sagt: „4 von 6 bleiben 2"; diese 2 setzt man an die gehörige Stelle und fährt fort „3 von 4 bleibt 1", welches auch an seine Stelle kömmt. Der Rest oder die Differenz ist also 12; denn so viel bleibt übrig, wenn 34 von 46 weggenommen werden, oder um so viel ist 46 größer, als 34 (45 §.).

42) Aufgabe: Um wieviel ist 289 größer, als 158?

43) Aufgabe: Wieviel bleibt übrig, wenn man 323 von 2367 wegnimmt?

42) Auflösung: 289
158
131

43) Auflösung: 2367
323
2044

48 §. So oft bey dem kleinern Subtrahenten ein Ziffer vorkömmt, welches größer ist, als das gerade darüberstehende, von welchem jenes abgezogen werden soll, so muß zu diesem 10 hinzugezählt werden, und dann wird das folgende Ziffer gegen die linke Hand um 1 minder gerechnet; damit man sich aber dessen leichter erinnere, wird über dasselbe Ziffer ein Punkt gesetzt.

Z. B. 44) $\dot{7}4\dot{3}2\dot{6}4$
459148
284116

45) $1\dot{0}\dot{4}\dot{5}\dot{3}$
8587
1866

Erklärung: In dem 44) Beyspiele ist gleich das erste Ziffer zur rechten Hand, nämlich die 8 größer, als das darüberstehende; weil ich also 8 von 4 nicht wegnehmen kann, so zähle ich zu diesen 10 hinzu, und mache über die vorstehenden 6 einen Punkt. Nun kann ich sagen: „8 von 14 bleiben 6". Der Punkt oberhalb den 6 zeigt an,

an, daß selbe um 1 minder sind; also sage ich: 4 von 5 bleibt 1"; so auch durch dieses und das 45) Beyspiel.

Aufgaben zur Uebung.

46) Es sollen von 157 = 44 abgezogen werden.

47) Von 345 sollen 257 abgezogen werden.

48) Wieviel bleibt, wenn man 28 von 42 wegnimmt?

49) Wenn man 310 von 584 abzieht, was bleibt übrig?

50) Um wieviel ist 1564 kleiner, als 2432?

51) Von 21003984 sind 19804269 abzuziehen.

Probe über die Subtraktion.

49 §. Die Probe über die Subtraktion wird durch die Addition gemacht (41 §.). Wenn man versichert ist, daß die Zahlen alle recht angesetzt sind (40 §.), addirt man den herausgekommenen Rest, oder die Differenz und den kleinern Subtrahenten zusammen, so muß die Summe dem größern Subtrahenten gleich seyn.

Gesetzt, man wollte die Probe über das 45) Beyspiel machen, so wird 8587
und 1866 zusammen addirt, so kömmt die
Summe 10453, welches der obersten Zahl, oder dem größern Subtrahenten ganz gleich ist.

Die Multiplikation.

50 §.

Multipliciren oder vervielfältigen heißt, von zwey gegebenen Zahlen eine so vielmal nehmen, als die andere Zahl ausdrückt.

51 §.

51 §. Von den gegebenen Zahlen nennt man di eine das Multiplikandum, die andere den Multi plikator; beyde zusammen die Faktoren. Diejenig Zahl, welche herauskömmt, wenn eine durch die ander vervielfältigt wird, heißt das Produkt.

52 §. Im Ansetzen der beyden Faktoren ha man zwar die nämliche Vorsicht zu brauchen, wie bey de Addition (35 §.); welcher Faktor aber oberhalb den andern zu stehen kömmt, ist gleichgültig; nur der Bequem lichkeit willen wird gemeiniglich der kleinere unter de größern gesetzt. Dieser wird dann das Multipli kandum, und jener der Multiplikator genannt.

53 §. Wenn darunter ein solcher Strich gemach worden, wird auch diese Operation bey der rechten Han angefangen, und gegen die Linke fortgesetzt, wie wir i der Addition und Subtraktion gehört haben.

54 §. Weil man mit der Multiplikation nie woh zurecht kommen kann, wenn man nicht weiß, wieviel jed von den neun ersten Zahlen, durch sich selbst oder eine an dere vervielfältigt, ausmacht, so setzen wir hieneben eine Tabelle bey, welche man das Einmaleins nennt, und worinn die Produkte aller Zahlen von 1 bis 9 deutlich zu sehen sind. Zu besserm Verständniß dieser Tabelle ist Folgendes zu merken:

Erstens: durch die Zahl Eins wird keine Zahl ver vielfältigt; denn einmal eins kann nur eins, 1mal 5 nur 5, 1mal 8 nur 8 seyn; hier ist also das Produkt immer dem Multiplikando gleich, darum ist die Zahl 1 gänzlich aus der Tabelle weggelassen worden.

Zwey=

Zweytens: es ist willkürlich, ob der größere Faktor durch den kleinern, oder dieser durch jenen multiplicirt werde; 7mal 4 ist also so viel, als 4mal 7; 5mal 3 so viel wie 3mal 5.

Multiplikations-Tabelle durch die einfachen Zahlen, oder: Das Einmal eins.

2	mal 2	ist	4
	— 3	—	6
	— 4	—	8
	— 5	—	10
	— 6	—	12
	— 7	—	14
	— 8	—	16
	— 9	—	18
3	mal 3	ist	9
	— 4	—	12
	— 5	—	15
	— 6	—	18
	— 7	—	21
	— 8	—	24
	— 9	—	27
4	mal 4	ist	16
	— 5	—	20
	— 6	—	24
	— 7	—	28
	— 8	—	32
	— 9	—	36
5	mal 5	ist	25
	— 6	—	30
	— 7	—	35
	— 8	—	40
	— 9	—	45
6	mal 6	ist	36
	— 7	—	42
	— 8	—	48
	— 9	—	54
7	mal 7	ist	49
	— 8	—	56
	— 9	—	63
8	mal 8	ist	64
	— 9	—	72
9	mal 9	ist	81

Anmerk. Wer im Multipliciren einige Fertigkeit zu erlangen wünschet, der wird wohl thun, wenn er sich obige Tabelle so bekannt macht, daß er sie ganz auswendig weiß.

52) Aufgabe: 389 soll durch 5 vervielfältigt werden, das heißt so viel, als man soll 389 5mal, oder 389mal nehmen (50 §.).

Auflösung:

$$\begin{array}{r} 389 \\ 5 \\ \hline 1945 \end{array}$$

Erklärung: Unter die größere aus den gegebenen Zahlen, welches hier 389 ist, wird die kleinere, nämlich 5 solchergestalt gesetzt, daß diese unter die 9 zu stehen kömmt, we[il] 5 und 9 Einheiten sind. Wenn der Strich gemacht i[st,] wird die letzte Zahl des Multiplikandums mit dem Mult[i]plikator vervielfältigt, indem man sagt: „5mal 9 ist 45" (siehe vorstehende Tabelle); hievon wird aber nur d[ie] Einheit, nämlich 5 angesetzt, und die zehnfache 4 i[m] Kopf behalten. Dann fährt man bey dem nächsten Ziff[er] gegen die linke Hand (8) fort zu multipliciren, und sagt „5mal 8 ist 40 und 4 ist 44"; denn die 4, die ma[n] vorhin behalten, werden hier hinzugezählt, wie bey d[er] Addition (37 §.); von den 44 wird wieder nur die Ei[n]heit 4 angesetzt, die zehnfache 4 abermals behalten. End[]lich wird das erste Ziffer multiplicirt: „5mal 3 (od[er] 3mal 5) ist 15, und die behaltenen 4 hinzu, ist 19", diese können ganz angesetzt werden, weil keine Zahl meh[r] zu multipliciren ist. Das Produkt ist also 1945, und i[n] dieser Zahl ist 389 fünfmal, oder 5 drey hundert 89m[al] enthalten.

53)
$$\begin{array}{r} 79 \\ 2 \\ \hline 158 \end{array}$$

54)
$$\begin{array}{r} 2483 \\ 6 \\ \hline 14898 \end{array}$$

55)
$$\begin{array}{r} 157 \\ 3 \\ \hline 471 \end{array}$$

55 §. Wenn der Multiplikator aus mehr als eine[r] Ziffer besteht, so wird erstlich mit dessen Einheit, oder de[r] letzten Ziffer das ganze Multiplikandum so multiplicirt, w[ie] wir hieroben gezeigt haben; dann wird das nämliche m[it]

de[r]

dem Zehner oder dem vorletzten Ziffer des Multiplikators gethan; aber jedes Ziffer, das man anzusetzen hat, um eine Stelle weiter gegen die linke Hand vorgerückt, und unter das Produkt der Einheit gesetzt. Eben dieses ist bey den Hunderten, Tausenden u. s. w. zu beobachten, wenn deren im Multiplikator sind. Hat man endlich alle Produkte recht angesetzt, so wird darunter noch ein Strich gemacht, und dieselben werden nach den Regeln der Addition (36 u. 37 §.) zusammen gezählt.

z. B. 56)

```
   506073
      623
---------
  1518219
 1012146
3036438
---------
315283479
```

57)

```
  9428
    37
------
 65996
28284
------
348836
```

Erklärung des 56sten Beyspiels: Nachdem das ganze Multiplikandum: 506073 mit 3 vervielfältigt, und das Produkt davon angesetzt ist, wird das nämliche Multiplikandum durch 2 eben so multiplicirt; das Produkt hievon aber um eine Stelle weiter gegen die linke Hand vorgerückt; endlich multiplicirt man noch mit 6 und setzt, was herauskömmt, wieder um eine Stelle weiter vorwärts, so, daß das erste Ziffer (von der rechten Hand her) eines jeden Produkts gerade unter dasjenige Ziffer des Multiplikators zu stehen kömmt, bey dessen Multiplikation dasselbe herausgekommen ist; dann wird noch ein Strich gemacht, und alle Produkte in eine Summe gebracht. Das Nämliche gilt auch von dem 57sten Beyspiel.

56 §. Sind in dem Multiplikator Nullen befindlich, so wird statt allem Multiplicieren, für jede Null im Multiplikator, an der gehörigen Stelle bey dem Produkt nur eine

Null

Null angesetzt; was in der Multiplikation durch das näch-
ste geltende Ziffer herauskömmt, setzt man in die nämlich
Zeile, wo die Null steht. (Man sehe 58) Beysp.) Stehe
aber eine oder mehrere Nullen am Ende des Multiplikators
so wird derselbe um soviel Ziffern unter dem Multiplikandum
gegen die rechte Hand hinausgerückt, als jener Nullen am
Ende hat; daß also das erste geltende Ziffer, vorderhal
den Nullen, gerade unter die Einheit des Multiplikandum
zu stehen kömmt. Dann werden die Nullen unter den
ersten Strich herabgesetzt, und mit den geltenden Zahlen zu
multipliciren fortgefahren, wie sonst. (Man sehe 59) Beysp.

```
            a.               b.
58)      3741   anstatt   3741        59)  3748
         1609             1609              240
      -------          -------         --------
        33669            33669           149920
      224460              0000           7496
      3741               22446         --------
      -------           3741             899520
      6019269         -------
                       6019269
```

Erklärung über vorstehende Beyspiele. Bey 58) wäre nach
nach den 9 mit 0 zu multipliciren; nullmal 1, oder niemal 1
ist nichts als 0, 0mal 4 ist wieder 0; so auch 0mal 7 und
0mal 3 u. s. w.: anstatt daß man nun eine ganze Zeile von
Nullen hersetzt, wie unter b. geschehen ist, so setzen wir nur
das erste Null an seine gehörige Stelle; das Produkt von
den im Multiplikator auf das 0 folgenden 6, welches bey b.
die dritte Zeile ausmacht, kömmt bey a. gleich vor dem 0,
und also in die zweyte Zeile. Weil das erste Ziffer eines je-
den Produkts gerade unter dasjenige Ziffer zu stehen kom-
men muß, durch dessen Multiplikation es herausgekommen
ist: so wird die 1 in der dritten Zeile nicht unter die 6;
sondern unter 4 gesetzt, welche Nothwendigkeit bey der
Operation unter b. noch deutlicher einzusehen ist.

Mit

Mit dem 59) Beyspiel verhält es sich eben so; obgleich das 0 nichts vervielfältigen kann, so behaupten doch die folgenden 4 ihre Würde als Zehner, und die 2 als Hunderte: es müssen also auch ihre Produkte den ihnen gebührenden Rang haben.

Von einigen Vortheilen.

57 §. Jede Verfahrungsart, wodurch das Verlangte entweder auf kürzerm oder leichterm Wege zu finden ist, und welche man in allen ähnlichen Fällen anwenden kann, wird im Rechnen ein Vortheil genannt.

58 §. Die Multiplikation ist, wie Herr J. C. May mit Recht sagt, darinn sehr gefällig, daß sie die Anwendung verschiedener Vortheile leidet; wir wollen aber davon, aus guten Gründen, nur die wenigen anzeigen, die etwas kürzer als der gemeine Weg sind, ohne durch im Kopf rechnen das Gedächtniß anzustrengen, deren Grund leicht einzusehen, und deren Anwendung am öftesten Statt hat, weswegen sie auch leicht zu merken seyn werden; als:

I. Wenn was immer für eine Zahl durch 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. zu multipliciren ist: so dürfen nur an jene Zahl, oder das Multiplikandum, soviele 0 am Ende angehängt werden, als der Multiplikator Nullen bey sich hat.

60) Man soll 9834 durch 10 multipliciren; giebt zum Produkt 98340.

61) Die Zahl 23 soll durch 10000 vervielfältigt werden; ist 230000.

62) 800 multiplicirt mit 300; hier wird nur 8 mit 3 multiplicirt, giebt 24; dann 4 Nullen angehängt, so heißt das Produkt 240000.

II. So oft im Multiplikator die Zahl 1 vorkömmt, darf nur das Multiplikandum, wie es ist, unter das vorige Produkt, jedoch entweder um eine Stelle vor- oder rückwärts angesetzt werden.

Z. B. 63) Es soll 7463 durch 12 vervielfältigt werden, oder

64) Obige 7463 durch 21.

63)	64)
14926	14926
7463	7463
89556	156723

65) 32185 durch 11.

	oder	
32185		32185
32185		32185
354035		354035

66) 4731 durch 114.

4731
4731
18924 Prod. v. 4.
539334

Anmerk. Wer den Grund vom obigen Vortheile einsieht, was eben nicht schwer ist, der wird ihn auf eine Menge Fälle anwenden können.

III. Wenn der Multiplikator größer als 9, dabey aber so beschaffen ist, daß er sich in zwey oder mehrere Zahlen abtheilen läßt, welche durcheinander multiplicirt, wieder die nämliche Zahl zum Produkte geben, als der Multiplikator war: so wird zuerst das Multiplikandum durch eine von diesen Zahlen, in die man den Multiplikator zertheilt oder zerlegt hat, vervielfältigt, was da herauskömmt, wird durch die 2te multiplicirt, dieses Produkt durch die 3te u. s. f. in so viele Zahlen der Multiplikator nämlich zerlegt werden mußte. Hiebey erspart man auch das Addiren der Produkte.

Z. B. 67) Man will 724 durch 27 multipliciren.

Aufl. 724 (3 / 2172 (9 / 19548

Erklär. 27 ist größer als 9, läßt sich aber in 3 und 9 zerlegen; denn 3mal 9 ist 27. Man multiplicirt also zuerst 724 durch 3, giebt 2172, und dieses durch 9 multiplic. macht 19548.

68) Es soll 3265 durch 735 multiplicirt werden.

3265	(3	3265	(7
9795	(5	22855	(7
48975	(7	159985	(5
342825	(7	799925	(3
2399775	oder	2399775	

Aufgaben zur Uebung.

69) Es soll 107422 multiplicirt werden durch 65.

70)	— —	342	durch	123.
71)	— —	47054	—	8.
72)	— —	8763	—	16.
73)	— —	2486	—	248.
74)	— —	754	—	100.
75)	— —	623	—	4.
76)	— —	4364	—	24.
77)	— —	2416	—	403.
78)	— —	595	—	111.
79)	— —	21400	—	7348.
80)	— —	506241	—	3844.

Probe über die Multiplikation.

59 §. Diese wird durch die Division gemacht (41 §.). Man dividiret nämlich das Produkt mit einem von den beyden Faktoren, so muß allezeit der andere Faktor herauskomen.

Anmerk. Weil bis hieher noch nichts von der Division gezeigt werden konnte, so müssen wir uns deren Anwendung auf diese Probe bis nach dem folgenden Abschnitt vorbehalten.

Die

Die Division.

60 §.

Dividiren heißt, eine gegebene Zahl in eine andere gegebene Zahl theilen; oder untersuchen, wie oft die eine dieser gegebenen Zahlen in der andern enthalten ist.

61 §. Diejenige aus den gegebenen Zahlen, die getheilt werden soll, nennt man das Dividendum; die andere, in welche jene zu theilen ist, wird der Divisor genannt. Was nach geschehener Theilung herauskömmt, und anzeigt: wie vielmal der Divisor in dem Dividendum enthalten ist, heißt der Quotient, und was dann noch übrig bleibt, der Rest.

Anmerk. Man hat mehrere Arten zu dividiren; aus den dreyen, welche hievon die bekanntesten sind, wollen wir nur diejenige anzeigen, die gemeiniglich die italiänische genannt wird. Wir wählen sie darum, weil sie, ohne viel Kopfbrechens, gleichwohl die kürzeste, wegen ihres Ansatzes zu den meisten folgenden Operationen die bequemste und, vermuthlich wegen diesen beyden Vorzügen, unter den Kaufleuten die üblichste ist.

62 §. Bey diesem Ansatze kömmt der Divisor und das Dividendum nicht untereinander; sondern nebeneinander zu stehen: doch so, daß ein verhältnißmäßiger Raum dazwischen leer bleibt. Welche von den beyden Zahlen voransteht, thut nichts zur Sache; gewöhnlicherweise ist es der Divisor, und unter diesen wird ein Querstrich gemacht.

63 §. Wenn der Divisor nur aus einem Ziffer besteht, und solches nicht größer ist, als das erste Ziffer des Dividendums, so wird mit jenem zuerst in dieses allein dividirt. Die Zahl, wie oft es darinn enthalten ist (der Quotient) wird unter den Querstrich angesetzt; der Divisor durch diesen Quotienten im Kopfe multiplicirt, das kommende Produkt von dem ersten Ziffer des Dividendums gleich subtrahirt, und nur der Rest unter jenes angesetzt. Dann setzt man zu diesem Reste das folgende Ziffer aus dem Dividendum herab, dividirt in diese zwey Ziffern auf die nämliche Art, setzt den neuen Quotienten neben den vorigen, und fährt überhaupt, wie vorhin, so lange zu operiren fort, bis im Dividendum kein Ziffer mehr herab zu setzen ist.

Z. B. 81) Aufg. 860 soll in 5 getheilt werden, oder man soll untersuchen, wie oft 5 in 860 enthalten ist (60 §.).

Aufl.	5	860
	172	36
		10
		0

Erklärung. Nachdem der Divisor 5 und in einiger Entfernung daneben das Dividendum 860 angesetzt, und unter ersterm ein Strich gemacht ist, fängt man zu dividiren an, und sagt: „5 in 8 geht 1mal“, diese 1 wird unter dem Strich angesetzt, und damit die 5 multiplicirt: „1mal 5 ist 5“, sogleich von 8 subtrahirt, „5 von 8 bleibt 3“; diese 3 werden nun erst angesetzt und zwar unter die 8. Drauf kömmt das nächste Ziffer im Dividendum (die 6) neben dem vorigen Rest 3 zu stehen, und es wird aufs neue dividirt, wie vorhin: „5 in 36 geht 7mal“, die 7 setze ich gleichfalls unter den Strich, neben den vorigen Quotient 1; multiplicire: „5mal 7 ist 35“,

sub-

subtrahire: „35 von 36 bleibt 1“, und setze den Rest 1 auch an seine gehörige Stelle. Endlich setzt man wiederum das nächste Ziffer (die 0) aus dem Dividendum zu dem letzten Reste herab, und dividirt, multiplicirt und subtrahirt nochmal wie zuvor, nämlich: „5 in 10 geht 2mal“ (die 2 angesetzt), „2mal 5 ist 10, von 10 „bleibt 0“. Weil im Dividiren kein Ziffer mehr herabzusetzen ist, so ist die Division geendigt. Der Quotient heißt 172, und zum Reste bleibt 0 oder nichts.

82) **Aufgabe:** Man soll mit 4 in 9435 dividiren.

	Divisor.	Dividend.
Auflösung:	4	9435
Quotient	2358	14
		23
		35
	Rest	3

64 §. Wenn aber der Divisor größer als das erste Ziffer des Dividendums, und folglich in demselben nicht enthalten ist: so muß man das folgende Ziffer vom Dividendum dazu nehmen, und zwar so, daß dieses Letzte als die Einheit; das vorige aber als die zehnfache Zahl angesehen und ausgesprochen wird: es mögen übrigens diese Ziffern auf einer Stelle stehen, auf welcher sie wollen.

Z. B.	83)	6	162
		27	42
			0

Erklärung: Der Divisor 6 ist größer als 1, das erste Ziffer des Dividendums; also kann jener in diesem nicht enthalten seyn, darum nehme ich die folgende 6 zu die 1, und spreche sie 16 aus; ungeachtet die 1 auf der Stelle der Hunderte, und die 6 auf der Stelle der Zehner steht. Nun dividire ich mit 6 in 16 geht 2mal, u. s. w.

65 §.

65 §. Wenn man aber nicht dividiren kann, nachdem aus dem Dividend ein Ziffer herabgesetzt worden: so muß man zum Quotient ein 0 ansetzen, und dieses so oft, als vom Dividend ein Ziffer herabgekommen ist, ohne daß man darein dividiren konnte.

Z.B.	84)	7	7613	85)	9	54081
		1087	61		6009	0081
			53			0
			4			

Erklärung über 84) Nachdem mit 7 in 7 dividiret worden, wobey kein Rest geblieben ist, kömmt das zweyte Ziffer des Dividendums (die 6) herab; darein kann ich aber nicht dividiren, weil 7 größer ist, als 6: folglich wird zum Quotienten ein 0 angesetzt; denn sonst würde der Quotient nur auf Hunderte lauten; er muß aber in Tausend betragen. Wenn ein Quotient 0 heißt, so kann man das Multipliciren und Subtrahiren dabey gänzlich ersparen; indem das vorhin herabgesetzte Ziffer (die 6 im vorigen Beyspiel) das Dividend, das Produkt und der Rest zugleich ist. Dann wird ein neues Ziffer aus dem Dividend herabgesetzt, und in der Operation fortgefahren, wie schon gezeigt worden.

Anmerkung über 85) Hier konnte schon mit 9 in 5 nicht dividirt werden, gleichwohl wird deshalb kein 0 zum Quotient gesetzt; weil solches vor den übrigen Ziffern zu stehen käme, wo es gar keinen Werth hat (21 §.). Aus dem nämlichen Grunde braucht man, wenn Nullen zum Reste geblieben sind, die folgenden Ziffern nicht tiefer herab zu setzen; denn 008 heißt nicht mehr als 8, und 0081 nicht mehr als 81. Nach der 6 mußten hier zwey 0 zum Quotient angesetzt werden, weil man zweymal mit 9 nicht dividiren konnte, nachdem doch allezeit ein neues Ziffer aus dem Dividend herabgekommen war; nämlich das 0 und dann die 8.

NB.

NB. Sehr viele Anfänger — und wohl auch andere — pflegen sich wider vorigen 65 §. zu verstoßen, deshalb bitten wir Sie nochmals, recht wohl zu merken: Daß man allezeit ein Null zum Quotient setzen muß, so oft ein neues Ziffer aus dem Dividend herabgesetzt worden, und dennoch nicht darein dividirt werden konnte.

66 §. Besteht der Divisor aus mehr als einem Ziffer, so wird doch nur mit dem ersten Ziffer des Divisors in das erste Ziffer des Dividendums dividirt; mit dem gefundenen Quotienten aber der ganze Divisor multiplicirt. Doch so, daß man das Produkt eines jeden Ziffers vom Divisor sogleich von seinem Dividend abzieht, die hiebey entlehnten Zahlen zu dem folgenden Produkte addirt, und dieses wieder von dem nächsten Dividend abzieht u. s. f.

86) Aufgabe: 9245 soll unter 215 getheilt werden.

Auflösung:	215	9245
	43	645
		00

Erklärung: Der Divisor (215) besteht aus drey Ziffern; gleichwohl sage ich nur: „2 in 9 geht 4mal". Mit dem ersten Quotient (4) multiplicire ich den ganzen Divisor; subtrahire aber gleich das Produkt eines jeden Ziffers, wie folgt: „4mal 5 ist 20, 20 von 24 bleiben 4, und „behalte 2 im Sinn. 4mal 1 ist 4, und 2 behalten, ist 6; „6 von 12 bleiben 6, und behalte 1 im Sinn. 4mal 2 „ist 8, und 1 behalten, ist 9, 9 von 9 geht auf".

Weil sehr viel daran liegt, daß man dieses wohl begreife, so will ich suchen, es noch deutlicher zu erklären.

Wenn ich die drey Ziffern des Divisors gegen die ersten drey Ziffern des Dividendums betrachte, so sehe ich, daß jene in diesen nicht weniger — oder mehr — als viermal enthalten seyn können; 4 ist also der gefundene Quotient, mit diesem muß (nachdem ich ihn an seinen Platz gesetzt habe) der ganze Divisor multiplicirt werden. Die Multipli-

plika-

plikation geschieht von der rechten gegen die linke Hand (53 §.); folglich muß ich bey dem letzten Ziffer des Divisors (5) anfangen, das daraus entstehende Produkt (20) soll von dem eben sovielten Ziffer des Dividendums, als das wievielte Ziffer des Divisors ich eben multiplicirt habe, subtrahirt werden; nämlich von 4 (dem dritten Ziffer im Dividend, weil die 5, welche ich multiplicirt habe, auch das dritte Ziffer sind); ich kann aber von 4 nicht 20 abziehen; darum entlehne ich zu der Einheit 4 so viele Zehner, als ich brauche, um gerade subtrahiren zu können. Hier habe ich nur 2 Zehner nöthig, dazu die 4 Einheiten; so heißt es 24. Nun ziehe ich 20 davon ab, bleiben 4, diese setzt man unter die obigen und sagt hernach: „behalte 2", damit man sich leichter erinnere, daß man 2 Zehner entlehnt hat. Dann wird das folgende, nämlich das zweyte Ziffer des Divisors (1) mit dem vorigen Quotient (4) multiplicirt, giebt 4; die 2 Zehner, die ich vorhin entlehnt und im Sinn behalten, addire ich hier dazu, macht 6, diese soll man vom zweyten Ziffer des Dividendums (2) abziehen, weil sie nach der Multiplikation des zweyten Ziffers im Divisor entstanden sind; ich kann aber wiederum 6 von 2 nicht subtrahiren; brauche aber hier nur 1 Zehner zu entlehnen, mithin sage ich: „6 von 12 bleiben 6", setze die 6 unter 2, „und behalte 1". Endlich wird das erste Ziffer des Divisors (2) durch den nämlichen Quotient (4) multiplicirt, und die vorhin behaltene 1 dazu addirt, giebt 9, diese auch vom ersten Ziffer im Dividendum abgezogen: „9 von 9 geht auf, bleibt nichts"; hier braucht man auch nichts anzusetzen. Wenn zu dem nunmehrigen Reste das folgende Ziffer aus dem Dividend (5) herabgesetzt worden so heißt die ganze Zahl 645, hierein ist mit 215 wieder eben so zu dividiren, wie vorhin; nämlich: „2 in 6 geht 3mal; „3mal 5 ist 15, von 15 bleibt nichts, behalte 1; 1mal 3 „ist 3 und 1 ist 4, von 4 bleibt nichts, behalte nichts" (weil man hier subtrahiren konnte, ohne etwas entlehnen zu müßen) „2mal 3 ist 6, von 6 geht auf, bleibt nichts".

Anmerk. Wenn man mit einem Divisor, der aus 2 oder 3 Ziffern besteht, ohne Anstoß dividiren kann, so kann man es auch mit jedem andern.

67 §. Wenn das erste Ziffer des Divisors in dem ersten des Dividendums nicht enthalten ist, so wird nach dem 64 §. verfahren, und in diesem Falle müßen die zwey ersten Ziffer des Dividends gegen das erste Ziffer des Divisors für Eines gezählt werden; das Uebrige bleibt wie zuvor.

Z. B.	87)	32	104673
		3271	86
			227
			033
			1

Erklärung: Das erste Ziffer des Divisors (3) kann im ersten Ziffer des Dividends (1) nicht enthalten seyn; mithin muß ich zu diesem das folgende Ziffer vom Dividend (0) hinzu nehmen, und sagen: „3 in 10 geht 3mal" u. s. w. Es sind also diese 10 das Dividend von 3, und werden für ein Ziffer gezählt; denn das Produkt vom zweyten Ziffer des Divisors (2) darf nun nicht vom 0, dem zweyten Ziffer des Dividendums; sondern muß vom dritten (nämlich von 4) abgezogen werden. Und so wird immer um ein Ziffer weiter zurück, als der Divisor Ziffern hat, abzuziehen angefangen, so oft das erste Ziffer des Divisors im Ersten des Dividendums nicht enthalten ist.

Anmerk. Man thut wohl, wenn man diejenige Stelle, bey welcher man abzuziehen anfangen muß, unten sogleich mit einem kleinen Punkt bezeichnet, sobald man sie nach obiger Vorschrift gefunden hat; damit man darinnen nicht so leicht irrt, welches zumal bey großen Zahlen gar bald geschehen ist.

68 §. Einige, welchen bey dieser Divisionsart das im Kopfe Multipliciren und Subtrahiren allzubeschwerlich ist, setzen das Produkt gleich unter das Dividend, und ver-

rich-

richten die Subtraktion auf dem Papiere. Es ist dieses freylich leichter; aber auch weitläufiger, wie wir aus folgendem Beyspiele sehen werden.

88) Aufgabe: Man soll mit 3048 in 28360256 dividiren.

Aufl. 3048 | 28360256 anstatt 3048 | 28360256
9304 | 27432 | 9304 | 9282
009282 | 13856
9144 | 1664
013856
12192
01664

Erklärung: Hier ist alles, was bey der Multiplikation durch jeden Quotient herauskam, gleich unter das Dividend angesetzt, und sodann von diesem abgezogen worden; das Uebrige ist, wie man sieht, unserer bisherigen Verfahrungsart gleich.

Wer, ungeachtet ihrer Weitläufigkeit, dennoch die eben angezeigte Methode der vorigen vorziehen will, der mag es thun; zumal wenn er anders nicht fortkommen kann. Wer aber gut auf den Beinen ist, der wird sich doch nicht mit Krücken schleppen! —

Noch ein Paar Beyspiele von der Division:

89) 365 | 655586720
1796128 | 2905
3508
2236
0467
1022
2920
000

90) 44 | 93364528180
2121921095 | 53
96
84
405
92
48
418
220
00

Ein Paar Vortheile im Dividiren.

69 §. Auch hier wollen wir nur Weniges anführen aus den nämlichen Gründen, wie bey der Multiplikation (58 §.), und zwar die anwendbarsten Vortheile, wovon der Iste auf den Isten beym Multipliciren, und der IIIte auf den IIIten allda sich genau bezieht; als:

I. Wenn was immer für eine Zahl durch 10, 100 1000, 10000 u. s. w. zu dividiren ist: so dürfen nur von jener Zahl, oder dem Dividend, so viele Ziffern am Ende durch einen Strich abgeschnitten werden, als der Divisor Nullen bey sich hat.

Z. B. 91) Man soll 23587 durch 100 dividiren, giebt 235|87.

Erklärung: Was vor dem Strich steht (235) ist der Quotient, das Uebrige (87) ist der Rest. Befinden sich am Ende des Dividends gleichfalls Nullen: so dürfen davon soviele ausgestrichen werden, als beym Divisor stehen.

92) 5130000 soll in 1000 getheilt werden.
Auflösung: 1ØØØ 5130ØØØ Quot. 5130.

93) Man dividire mit 3160 in 2746384.

Auflösung:	316|0	274638|4
Quotient:	869	2183
		2878
	Rest:	--344

Erklärung: Nachdem vom Dividend ein Ziffer (die 4) abgeschnitten worden, weil der Divisor eine Null am Ende hat, werden die übrigen Zahlen wie sonst in einander dividirt; zuletzt aber das abgeschnittene Ziffer (4) zum Reste herab gesetzt, wogegen die Null am Divisor auch ihre Gültigkeit wieder erhält.

II.

II. Wenn der Divisor eine einfache Zahl, das heißt: nicht größer als 9 ist; so wird folgende Verfahrungsart kürzer, und doch nicht viel schwerer befunden werden, als die vom 63 bis 66 §. angezeigte. Es kömmt nämlich hiebey der Quotient nicht seitwärts, sondern gerade unter sein Dividend zu stehen; die Reste von der Subtraktion werden im Kopfe behalten und nicht angesetzt, ausgenommen der Letzte. Ob man aber den Divisor ansetzt, und die Striche, wie sie hier stehen, macht, oder nicht, das ist willkührlich.

Z. B. Man soll mit 4 in 9435 dividiren.

Dividend	9435	
Divisor 4)	——	Rest.
Quotient	2358	= 3

Erklärung. Nachdem ich hier gesagt habe: „4 in 9 „geht 2mal", setze ich die 2 gerade unter 9; dann multiplicire und subtrahire ich: „2mal 4 ist 8, von 9 bleibt 1". Diese 1 wird nicht angesetzt; sondern gleich als 1 Zehner zu den obern 4 hinzugedacht. Nun sage ich also: „4 in 14 „geht 3mal" u. s. w. die überbleibenden 2 werden wieder im Sinne behalten, und zu den nächstfolgenden 3 als 2 Zehner ausgesprochen; nämlich 23 u. s. f. bis zu dem letzten Ziffer im Dividend, wovon der Rest (3) allein angesetzt wird. Man vergleiche hiemit das 82) Beyspiel.

94) 150038 soll getheilt werden durch 7.

95) Man soll den 3ten Theil aus 62500 nehmen.

94) 7) 150038
21434

95) 3) 62500
20833 = 1

NB. Wer sich hierinn nicht genugsam geübt hat, der wird in Zukunft manchen Anstoß finden, und schon gleich nicht im Stande seyn, sich des folgenden Vortheils zu bedienen.

III.

III. Wenn der Divisor größer als 9 ist; sich aber in zwey oder mehrere einfache Zahlen abtheilen läßt (58 §. III.): so wird mit einer von diesen Zahlen nach der andern dividirt, wie dort multiplicirt worden ist.

Z. B. 96) Es soll 5904 in 48 getheilt werden.

6)	5904	oder 8)	5904
8)	984	6)	738
	123		123

Erklärung: 48 läßt sich abtheilen in 6 und 8; denn diese beyden Zahlen mit einander multiplicirt, geben die vorige zum Produkte. Nun können wir das Dividendum (5904) zuerst durch 6, und was da herauskömmt durch 8, oder jenes zuerst durch 8, und dieses dann durch 6 dividiren; so kömmt allezeit zuletzt 123 zum Quotient heraus.

97) Man soll mit 24 in 17785644 dividiren.

3)	17785644	oder 4)	17785644
8)	5928548	6)	4446411
	741068 = 4		741068 = 3

Erklärung: Weil 3mal 8 so gut 24 ist, wie 4mal 6; so kann ich entweder mit diesen oder mit jenen zwey Zahlen dividiren, es kömmt immer der nämliche Quotient; aber die Reste scheinen verschieden. Dieses kömmt daher, weil sie bey den letzten Divisoren übrig geblieben, welche auch verschieden sind. Wird nun jeder Rest mit seinem ersten Divisor multiplicirt: so entsteht überall eine gleiche Zahl (nämlich 12), welches zugleich der wahre Rest vom ganzen Divisor (24) ist.

98) Man dividire mit 315 in 572985.

5)	572985
7)	114597
9)	16371
	1819

Auf-

Aufgaben zur Uebung.

99) Es soll dividirt werden				
	mit	4162	in	67008.
100)	—	185	—	4255.
101)	—	6	—	280644.
102)	—	51300	—	84225000.
103)	—	93	—	114814813770.
104)	—	408	—	28733256.
105)	—	44	—	7493236080.
106)	—	2357	—	2350066.
107)	—	17	—	56664.
108)	—	8	—	131000.
109)	—	10000	—	17285000.
110)	—	246	—	60516.

Wer sich hierinn mehr zu üben wünschet, der beliebe über die vorhergehenden Beyspiele der Multiplikation (52 bis 80) die Probe durch die Division zu machen, wovon wir sogleich die Anwendung zeigen wollen, wie es in der Anmerkung zum 59 §. versprochen worden ist.

Wiederholung. Es ist dort (im 59 §.) schon gesagt worden, daß man das Produkt mit einem der beyden Faktoren dividiren muß; sodann kömmt der andere Faktor zum Quotienten, welches beweiset, daß die Operation recht ist.

Gesetzt nun, wir wollten die Probe über das 58) Beysp. machen; hievon ist das Produkt 6019269, der eine Faktor 3741, und der andere 1609. Nun mag ich dividiren, mit welchem ich will, so kömmt allezeit sein Kamerade heraus; wie hier zu sehen:

3741	6019269	oder	1609	6019269
1609	22782		3741	11922
	33669			6596
	0000			1609
				0000

Pro-

Probe über die Division.

70 §. Sie wird durch die Multiplikation gemacht (41 §.). Man multiplicirt nämlich den Divisor und den Quotient miteinander, und wenn ein Rest da ist, addirt man denselben dazu; was dann herauskömmt, muß dem Dividend gleich seyn.

Es sollte, zum Exempel, die Probe über das 86) Beyspiel gemacht werden.

Divisor	215
Quotient	43
	645
	860
dieses Produkt	9245

dieses Produkt 9245 ist dem vorigen Dividend ganz gleich.

Probe über das 88) Beyspiel, wobey ein Rest geblieben ist.

	9304
	3048
	74432
	37216
	279120
Rest	1664
	28360256

Uebergang.

71 §. Aus dem, was wir von den Zahlen (13 und folgende §§.) bis hieher gehört haben, möchte es scheinen, als ob dieselben nicht anders, als nach der Stuffenfolge von 1 bis 9 zu- und abnehmen könnten, oder als ob es keine geringere Größe (Quantität), als 1 gäbe; und doch ist zwischen zwey Größen, die nur um eine Einheit verschieden sind, oder von 1 bis 0 eine Reihe von Größen möglich, die eben

so

so ins Unendliche gehet, als die Reihe von Zahlen, die sich durch ihre bekannten zehn Zeichen (14 §.) und deren Zusammensetzung ausdrücken lassen.

Einige Spuren hievon kann man bey der Division gefunden haben.

Betrachten wir einmal das 82) Beyspiel: Wenn 9435 in 4 getheilt wird, so entsteht 2358; damit ist aber die Theilung noch nicht ins Gleiche gebracht; denn nehme ich diesen Quotient 4mal; also die vier gleichen Theile wieder zusammen: so habe ich nur 9432; mithin gehen mir eben die 3 Einheiten ab, die bey der Theilung selbst zum Reste geblieben sind. Nehme ich aber den gefundenen Quotient nur um eine Einheit grösser, also 2359, und dieses 4mal: so kömmt 9436, und also um Eins mehr. Es muß demnach der wahre Quotient über 2358, und unter 2359, die Differenzen auf beyden Seiten aber weniger als 1 betragen. Stellen wir uns nun bey dem in der Division gebliebenen Reste (3) theilbare Dinge vor, z.B. 3 Bogen Papier, wovon ein jeder vier Quartblätter hat. Diese sollen unter 4 Personen gleich vertheilt werden; so kann natürlicherweise nicht jede Person einen ganzen Bogen erhalten, sonst müßten es 4 Bögen seyn; aber es kann doch jede etwas von dem Papiere erhalten. Zerschneiden wir solches in lauter Quartblätter; so bekommen wir 12 Stücke, diese unter 4 Personen vertheilt, treffen auf eine jede 3 Quartblätter, welche — als Quartblätter — 3 Einheiten; mit dem ganzen Bogen aber verglichen, weniger, als 1 Ganzes, und nur Theile desselben ausmachen.

72 §. Alle diejenigen Größen nun, welche weniger als 1, oder nur Theile von gewissen andern Größen ausmachen, werden gemeiniglich mit den sehr unschicklichen Nämen: gebrochene Zahlen oder Brüche belegt. Wir möchten sie lieber zu theilende Zahlen, oder

Thei-

Theileszahlen nennen; aber aus gewissen guten Gründen wollen wir hierinn dem alten Sprachgebrauche noch treu bleiben, also:

Von gebrochenen Zahlen oder Brüchen.

Einleitung.

73 §.

Brüche sind Theile eines Ganzen, das in mehrere gleiche Theile getheilt worden ist, oder getheilt werden soll; folglich entstehen sie ursprünglich allezeit aus der Division.

74 §. Diejenige Zahl, welche anzeigt, aus wieviel Theilen der Bruch besteht, und dieselbe gleichsam zählt, wird der Zähler genannt; die andere aber, welche anzeigt, in wieviel Theile das Ganze getheilt werden soll, oder gleichsam benennet, aus was für Theilen der Bruch bestehet, heißt der Nenner.

75 §. Diese zwey Bestandtheile eines jeden Bruches, Zähler und Nenner, werden durch zwey Zahlen so dargestellt, daß die Zahl des Nenners unter jene des Zählers gesetzt, und durch einen Querstrich abgesöndert wird.

76 §. Im Aussprechen lautet der Zähler, wie wenn es eine Zahl von Ganzen wäre; zu dem Nenner aber wird der Zusatz: theil, oder — Kürze halber — tel gemacht. Ausgenommen bey dem Nenner 2; denn es ist üblicher zu sagen: ein Halb, als ein Zweytheil oder Zweytel; sonst aber ($\frac{1}{3}$) ein Drittheil oder Drittel, ($\frac{7}{8}$) sieben Achtel, ($\frac{5}{12}$) fünf Zwölftel u. s. w.

77 §. Wir haben vorhin (73 §.) gehört, daß die Brüche aus der Division entstehen; wenn daher nach dem Dividiren ein Rest bleibt, oder eine Zahl getheilt werden soll, die kleiner ist, als der Divisor; so wird diese Zahl, oder der Rest als Zähler, der Divisor aber darunter als Nenner angesetzt.

Wenn wir dieses auf das im 71 §. angezogene 82) Beyspiel anwenden, wo der Rest 3, und der Divisor 4 heißt: so entsteht daraus $\frac{3}{4}$, welches zu dem übrigen Quotienten gesetzt, $2358\frac{3}{4}$, und genau den vierten Theil von 9435 ausmacht.

78 §. Die Brüche können in viererley Arten eingetheilt werden; nämlich in eigentliche, uneigentliche, vermischte und Bruchsbrüche.

79 §. Eigentliche Brüche sind diejenigen, die nicht ein oder mehrere Ganze enthalten, und nur einfache Theile sind. Dieses erkennt man daran, wenn sie nur einen Zähler und einen Nenner haben; und jenes, wenn der Zähler eine kleinere Zahl ist, als der Nenner.

Zum Beyspiel: $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{23}{24}$, $\frac{121}{2359}$ ꝛc.

Ehe wir auf die übrigen 3 Arten kommen, wollen wir eine Operation mit Brüchen anzeigen, die in den folgenden manche Erleichterung schafft, und deren Unterlassung nicht selten einen unvollkommenen Rechner verräth; wir meynen:

Die Abkürzung der Brüche.

80 §.

Es giebt viele Brüche, die sich durch kleinere Zahlen ausdrücken lassen, ohne daß sie von ihrem Werthe etwas verlieren; wenn man also einen Bruch auf solche Art kleiner macht, so wird er abgekürzt.

81 §. Das Abkürzen selbst geschieht dadurch, wenn sowohl der Zähler als Nenner durch eine und dieselbe Zahl dividirt wird, und nirgend was zum Reste bleibt. Wenn aber ein Bruch durch keine Zahl dividirt werden kann, ohne daß beym Zähler oder Nenner etwas übrig bleibt; so läßt sich derselbe gar nicht abkürzen.

82 §. Hieraus ergiebt sich von selbst die Nothwendigkeit, daß man untersuchen muß: ob und durch was für eine Zahl sich jede gegebene Zahl ohne Rest dividiren lasse, oder aufgehe? — Um bey nicht gar großen Zahlen wenigstens die einfachen Aufhebezahlen, ohne langes Probieren zu finden, wollen wir hier einige Merkmale anzeigen.

Erstes Merkmal. Wenn das letzte Ziffer (oder die Einheiten) einer Zahl eine von den geraden Zahlen (2, 4, 6, 8, 0) ist: so geht ganz gewiß die Zahl 2 in der ganzen Zahl auf; es kann aber auch 4, 6 oder 8 darinn aufgehen; darum probiere man zuerst die größern, dann die kleinern.

Zweytes Merkmal. Wenn hingegen das letzte Ziffer eine von den ungeraden Zahlen (1, 3, 5, 7, 9) ist: so kann keine von den vorigen; sondern nur eine ungerade die Aufhebezahl seyn.

Drittes Merkmal. Ist das letzte Ziffer 5 oder 0: so geht ganz gewiß 5 in der ganzen Zahl auf.

Viertes Merkmal. Addirt man alle Ziffern der gegebenen Zahl zusammen, und es geht in ihrer Summe 3 oder 9 auf: so kann ich im ersten Fall mit 3, im letzten aber mit 9 die ganze Zahl aufheben. Ist dabey das letzte Ziffer gerade, so geht auch 6 darinn auf.

Wer

Wer sich in diesen Bemerkungen einigermaßen übt, der wird es bald jeder Zahl fast auf den ersten Blick ansehen, mit welcher von den **einfachen** Zahlen sie sich dividiren oder aufheben lasse, und dieses wird ihm auch in anderen Fällen noch gut zu statten kommen.

83 §. Wenn man nun das **nämliche** Merkmal **sowohl** bey dem **Zähler**, als **Nenner** eines Bruchs wahrgenommen, und also gefunden hat, mit was für einer Zahl sich der ganze Bruch aufheben lasse: so wird mit dieser gefundenen Zahl in den Zähler und in den Nenner dividirt. Die zwey daraus entstandenen Quotienten geben dann einen neuen Bruch, der aber dem vorigen in seinem Werthe ganz gleich ist.

111) **Aufg.** Der Bruch $\frac{8}{12}$ soll abgekürzt, oder durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden, ohne daß er von seinem Werthe etwas verliert.

Bemerkung: Der bloße Anblick dieses Bruches zeigt schon, daß die Einheiten desselben (8 und 2) **gerade** Zahlen sind; ich weiß also aus dem **ersten Merkmale**, daß sich der ganze Bruch durch 2 gewiß abkürzen lasse; es kann aber dieses auch durch eine **größere** von den geraden Zahlen geschehen. 8 und 6 thun es nicht; denn dieses geht nicht im Zähler, und jenes nicht im Nenner auf. Versuche ich es aber mit 4: so habe ich das Verlangte; es wird nun wirklich dividirt, und die **Zahlen** so angesetzt, wie sie hier stehen.

Auflösung:

Aufhebezahl: 4

alter $\left\{ \frac{8 \text{ Zähler}}{12 \text{ Nenner}} \quad \frac{2}{3} \right\}$ neuer

Erklärung: Mit der gefundenen Aufhebezahl 4 in den Zähler 8 dividirt, giebt 2, dieses ist der neue Zähler; ich setze ihn seitwärts an, und mache einen Strich darunter.

ter. Mit den nämlichen 4 in den Nenner 12 dividirt, giebt 3, welches der neue Nenner ist, und unter den Strich gesetzt wird. Es werden also aus $\frac{8}{12}$ jetzt $\frac{2}{3}$, welche, den Zahlen nach, kleiner; in ihrem Werthe aber den vorigen gleich sind.

Wer dieses bezweifelt, der beliebe sich zu erinnern, daß ein Groschen in 3 Kreuzer und in 12 Pfenninge eingetheilt wird: also sind die Kreuzer Drittheile, und die Pfenninge Zwölftheile von einem Groschen. Vier Pfenninge machen einen Kreuzer; 8 Pfen. aber (oder $\frac{8}{12}$ von einem Groschen) betragen 2 Kreuzer (mithin $\frac{2}{3}$ von einem Groschen); und folglich sind $\frac{8}{12}$ so viel, als $\frac{2}{3}$.

112) Aufgabe: Man soll $\frac{21}{24}$ abkürzen.

Bemerkung: Weil das letzte Ziffer des Zählers (1) ungerade ist, so kann keine von den geraden Zahlen im ganzen Bruch aufgehen; sondern nur eine ungerade (zweytes Merkmal). Nun addire ich die Ziffern des Zählers und Nenners; jener giebt 3, dieser 6. In diesen beyden Zahlen geht zwar nicht 9, aber 3 auf; mithin geht 3 im ganzen Bruche (viertes Merkmal).

Auflösung:

$$\underbrace{\quad}_{3}\qquad \frac{21}{24}\ \frac{7}{8}$$

Erklärung: Es wird mit der gefundenen Aufhebezahl dividirt, wie bey dem vorigen und allen folgenden Brüchen: so entsteht der kürzere Ausdruck desselben.

113) Aufgabe: $\frac{24}{40}$ sollen abgekürzet werden.

Bemerk. Aus dem ersten Merkmal ergiebt sich, daß die Aufhebezahl eine von den geraden, und wenn man (wie man allzeit soll) den Versuch mit den größern Zahlen anfängt, daß es 8 seyn müsse.

Auflösung:

$$\underbrace{\quad}_{8}\qquad \frac{24}{40}\ \frac{3}{5}$$

114) Welches ist der kürzeste Ausdruck für $\frac{30}{72}$?

Bemerkung: Weil die letzten Ziffern gerade Zahlen sind: so muß 2 aufgehen; nach dem vierten Merkmal geht aber auch 3; folglich läßt sich dieser Bruch mit 6 abkürzen.

Auflösung: 6

$$\frac{30}{72} \quad \frac{5}{12}$$

115) Aufgabe: Man kürze $\frac{95}{160}$ ab.

Bemerk. Aus dem dritten Merkmal sieht man gleich, daß 5 im Zähler und Nenner aufgeht.

Auflösung: 5

$$\frac{95}{160} \quad \frac{19}{32}$$

116) Es sollen $\frac{166}{212}$ abgekürzt werden.

Bemerk. Hier trifft man nur das erste Merkmal an; aber 8, 6 und 4 gehen nicht in Zähler und Nenner auf, mithin kann man nur 2 allein brauchen.

Auflösung: 2

$$\frac{166}{212} \quad \frac{83}{106}$$

117) Wie lassen sich $\frac{117}{144}$ abkürzen?

Bemerk. Wird hiebey das vierte Merkmal in Acht genommen: so zeigt sich, daß sowohl im Zähler als Nenner 9 aufgeht.

Auflösung: 9

$$\frac{117}{144} \quad \frac{13}{16}$$

118) Was wird aus $\frac{119}{168}$, wenn man sie abkürzet?

Bemerk. Wenn man diesen Bruch nach allen Merkmalen untersucht, und keine Aufhebezahl dafür gefun-

gefunden hat: so kann man 7 probieren, und wird finden, daß es aufgeht.

Auflösung: 7

$$\frac{119}{168}\ \frac{17}{24}$$

Vortheil. Befinden sich Nullen sowohl am Ende des Zählers, als des Nenners: so darf nur allezeit Null gegen Null ausgestrichen werden; dann ists soviel, als wäre der Bruch durch 10 abgekürzt.

119) $\frac{40}{50}$ die Nullen durchstrichen, $\frac{4\not{0}}{5\not{0}}$ oder $\frac{4}{5}$

120) $\frac{23\not{0}\not{0}}{60\not{0}\not{0}}$ giebt $\frac{23}{60}$

84 §. Zuweilen läßt sich ein Bruch, durch die einfachen Zahlen wenigstens, nicht auf einmal abkürzen; es muß also dieses so oft vorgenommen werden, als man kann.

Z. B. 121) 5 3

$\frac{75}{90}\ \frac{15}{18}\ \frac{5}{6}$ oder auf einmal.

durch 15 in den Zähler 75

neuer Z. 5 = = N. 00

neuer N. 6 90

00

85 §. Bey Brüchen, die aus größern Zahlen bestehen, als die bisherigen; oder wenn man die Aufhebezahl nicht sogleich ausfindig machen kann, merke man sich folgendes Verfahren, wodurch man ganz zuverläßig inne wird: ob und durch was für eine Zahl sich jeder Bruch auf einmal abkürzen lasse. Man dividirt nämlich mit der kleinern Zahl des Bruchs in die größere. Der

Quo-

Quotient hat hiebey nichts zu bedeuten; aber mit dem Reste dividire man wieder in den vorigen **Divisor**, und fahre damit so lange fort, als man kann. Wenn einmal nichts mehr zum Reste bleibt: so ist es ein Zeichen, daß sich der Bruch abkürzen lasse, und die Aufhebezahl wird der **letzte Divisor** seyn, bey welchem die Division aufgegangen ist; bleibt aber endlich nichts, als 1 zum Reste: so ist es ein Zeichen, daß sich der Bruch gar nicht abkürzen lasse. Dieses Verfahren heißt: **Den größten gemeinschaftlichen Divisor zweyer Zahlen zu finden.**

122) Aufg. **Man will wissen, ob and wodurch sich $\frac{581}{996}$ abkürzen lassen?**

Untersuchung:

581	996			
1	415	581		
	1	166	415	
		2	083	166
			2	00

Antwort: Ja, und zwar durch 83.

Erklärung: Hier ist zuerst mit 581 in 996 dividirt worden; kömmt 1 zum Quotient, welches dermal für nichts geachtet wird; aber 415 bleiben im Rest, mit diesen wird nun in 581 dividirt; bleiben 166 im Rest, hiemit in 415, und so immer mit jedem Reste in seinen vorigen Divisor dividirt; bis endlich nichts mehr zum Reste bleibt, woraus man erfährt, daß sich der Bruch $\frac{581}{996}$ wirklich abkürzen lasse, und zwar durch 83, weil dieses der letzte Divisor war, wobey kein Rest mehr geblieben ist.

Abkürzung:

Aufhebezahl

	83	in den Zähler	581
neuer Zähler	7		00
— Nenner	12	— Nenner	996
			166
			00

$\frac{581}{996}$ sind also nicht mehr, als $\frac{7}{12}$.

123) Wie können $\frac{11638}{19987}$ abgekürzet werden?

Untersuchung:

11638	19987		
1	08349	11638	
	1	3289	8349
		2	1771
1771	3289		
1	1518	1771	
	1	0253	1518
		6	000

Demnach ist die Aufhebezahl 253.

Abkürzung: durch	253	in	11638
			1518
neuer Bruch	46		000
	79	in	19987
			2277
			000

Erklärung: Der letzte Divisor, wobey kein Rest mehr geblieben, war 253; und dieses ist also die Aufhebezahl. Hiemit in Zähler und Nenner dividirt, giebt $\frac{46}{79}$.

86 §. Wenn nach vollendeten Divisionen endlich 1 zum Reste bleibt; sich also der Bruch gar nicht abkürzen, oder kein gemeinschaftlicher Divisor für Zähler und Nenner finden

finden läßt (85 §.): so kann man vermittels der Quotienten durch folgende Operation mehrere Brüche finden, die, wie sie fortschreiten, sich dem gegebenen Bruche immer mehr an Genauigkeit nähern; und zwar daß abwechselnd, wenn der Eine etwas mehr, der Andere wieder etwas weniger, als der Gegebene beträgt. Dieses nennt man Kettenbrüche. Hiebey wird also verfahren: Nachdem der größte gemeinschaftliche Divisor gesucht worden ist, wird die Gränz-Bezeichnung eines jeden Bruches 1:0 und 0:1 untereinander gesetzt, und durch eine Querlinie abgesöndert. Nun wird einer von den vorhin erhaltenen Quotienten um den andern herabgesetzet, die beyden untern Glieder dadurch multiplicirt, und die unmittelbar darüber stehenden hinzu addirt. Was unter $\frac{1}{0}$ stehet, sind lauter Zähler; die unter $\frac{0}{1}$ aber lauter Nenner von Brüchen, die zwischen 0 und 1 dem gegebenen Bruche am nächsten kommen. Ist endlich durch den letzten Quotient multiplicirt, und das darüber stehende Glied addirt: so kömmt der genaueste Bruch heraus, und dieß ist zugleich die Probe, daß in der ganzen Operation kein Fehler ist.

124) Beyspiel. Welche Brüche kommen $\frac{350827}{1446290}$ am nächsten?

Zuerst den größten gemeinschaftlichen Divisor gesucht:

350827	1446290			
4	42982	350827		
	8	6971	42982	
		6	1156	6971
			6	35 ::

:: 35	1156	
33	106	
	1	35
	35	0

Nun die Kettenbrüche gemacht:

	1	:	0	
	0	:	1	
a)	1	:	4	(4
b)	8	:	33	(8
c)	49	:	202	(6
d)	302	:	1245	(6
e)	10015	:	41287	(33
f)	350827	:	1446290	(35

Erklärung: Nachdem die allgemeine Formel $\frac{1:0}{0:1}$ angesetzt war, wurde das untere Glied 0 : 1 durch den ersten Quotient 4 multiplicirt, und das obere Glied 1 : 0 addirt. Das neue Glied 1 : 4 durch den zweyten Quotient 8 multiplicirt, und das Letzte 0 : 1 addirt, giebt 8 : 33; dieses durch den dritten Quotient 6 multiplicirt, dann 1 : 4 addirt, entstehet 49 : 202, und so bis zum letzten Quotient 35 fortgefahren, womit die ganze Operation beendigt ist.

Werden nun die unter $\frac{1}{0}$ stehenden Zahlen als Zähler; die unter $\frac{0}{1}$ aber als Nenner angesetzt: so kommen folgende Brüche heraus:

a) $\frac{1}{4}$; dieser ist aber beynahe um $\frac{3}{400}$ zu **groß**.

b) $\frac{8}{33}$; — — nur um $\frac{3}{20000}$ zu **klein**.

c) $\frac{49}{202}$; — — wieder um $\frac{1}{250000}$ zu **groß**.

d) $\frac{302}{1245}$; — — kaum um $\frac{1}{10000000}$ zu **klein**.

e) $\frac{10015}{41287}$ ist kaum bey 10,000 Millionen um 1 zu **groß**, und endlich

f) $\frac{350827}{1446290}$ ist völlig der gegebene Bruch, und zugleich der Beweis, daß von der ersten Division an bis hieher nicht der geringste Fehler vorgegangen ist.

Anmerk. 1. Man hat also hier unter mehrern Gliedern die Wahl, und kann, je nachdem die Rechnung mehr oder mindere

dere Genauigkeit fodert, oder welche Zahlen zu fernern Operationen am bequemsten sind, oder ob eine kleine Mehrung oder Minderung vortheilhaft ist, sich für jeden Fall das Geeignete aussuchen.

Anmerk. 2. Es ist eben nicht immer nöthig, die Kettenbrüche bis an das Ende zu verfolgen; außer man will die Probe darüber haben.

125) Von $\frac{5225670}{7489051}$ die nächstkommenden Brüche zu finden.

Gemeinschaftlicher Divisor:

5225670 | 7489051 — 1
2263381 | 5225670 — 2
698908 | 2263381 — 3
166657 | 698908 — 4
32280 | 166657 — 5
5257 | 32280 — 6
738 | 5257 — 7
91 | 738 — 8
10 | 91 — 9
1 | 10 — 10
0

Kettenbrüche:

1 :	0	
0 :	1	(1
1 :	1	(2
2 :	3	(3
7 :	10	(4
30 :	43	(5
157 :	225	(6
972 :	1393	(7
6961 :	9976	(8
56660 :	81201	(9
516901 :	740785	(10
5225670 :	7489051	

Dieß

Dieß giebt nachstehende Folge von Brüchen, wovon wir die größern und kleinern durch das bekannte Zeichen > unterscheiden wollen; nämlich:

$$\frac{1}{1} > \frac{2}{3} < \frac{7}{10} > \frac{30}{43} < \frac{157}{225} > \frac{972}{1393} : :$$

$$< \frac{6961}{9976} > \frac{56660}{81201} < \frac{516901}{740785} > \frac{5225670}{7489051} ;$$

Der Bruch $\frac{740785}{7489051}$ giebt, wenn er eben so behandelt wird, ein Gegenstück zu dem Vorigen, und biethet dem denkenden Rechner Stoff zu mancher anziehenden Betrachtung.

Zusatz. Durch dieses Verfahren können auch Brüche, von denen man den größten gemeinschaftlichen Divisor bereits gefunden hat, ohne Division abgekürzet werden.

Z. B. Bey 123) sind in der Untersuchung folgende Quotienten herausgekommen: 1, 1, 2, 1, 1, 6; daraus entstehen diese Kettenbrüche:

1	:	0	
0	:	1	
			(1
1	:	1	
			(1
1	:	2	
			(2
3	:	5	
			(1
4	:	7	
			(1
7	:	12	
			(6
46	:	79	

Hier kömmt also auch, wie dort, $\frac{46}{79}$; und zwar ohne Division heraus. Wem aber dieser Bruch noch zu unbequem ist, der kann dafür $\frac{7}{12}$ oder $\frac{4}{7}$ nehmen.

Da Alles, was wir vom 80 §. bis hieher gesagt haben, sich nicht blos auf Brüche; sondern auf alle diejenigen Zahlen anwenden läßt, welche gegen einander aufgehoben werden dürfen, und wir davon, wegen seiner Bequemlichkeit, oft Gebrauch machen werden: so bitten wir, diese Operation nicht für so unerheblich zu halten, als ob man sich keine Mühe damit geben dürfe.

Auf-

Aufgaben zur Uebung.

Folgende Brüche sollen abgekürzet werden.

126) $\frac{12}{30}$. 127) $\frac{49}{70}$. 128) $\frac{381}{1016}$.

129) $\frac{194}{240}$. 130) $\frac{45}{72}$. 131) $\frac{33}{36}$.

132) $\frac{24}{64}$. 133) $\frac{7276}{12733}$. 134) $\frac{72}{172}$.

135) $\frac{125}{185}$ 136) $\frac{13}{104}$ 137) $\frac{210}{735}$.

138) $\frac{165128}{185769}$. 139) $\frac{6400}{7360}$. 140) $\frac{358005}{680224}$.

141) $\frac{7916573}{28456075}$ 142) $\frac{530844}{1296337}$.

Von uneigentlichen Brüchen.

87 §.

Uneigentliche, oder auch unächte Brüche sind diejenigen, welche ein Ganzes oder mehrere Ganze; jedoch in lauter gleichen Theilen enthalten. Man erkennt sie daran, wenn der Zähler so groß, oder noch größer ist, als der Nenner.

Z. B. $\frac{5}{5}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{25}{6}$, $\frac{72}{24}$, u. s. w.

88 §. Es ist damit nichts anders zu thun, als daß man die Ganzen ausziehen muß. Dieses geschieht, wenn man mit dem Nenner in den Zähler dividirt. Der Quotient zeigt, wie viel Ganze, und der Rest, wie viel von den vorigen Theilen noch darüber im Bruche enthalten sind.

Z. B. 143) Aufgabe: Aus $\frac{253}{16}$ sollen die Ganzen gezogen werden.

Auf-

Auflösung: 16 | 253
15 | 93
13

Erklärung: Es wird mit 16 in 253 dividirt; kömmt zum Quotient 15, und im Rest bleibt 13; es sind also in dem vorigen Bruche 15 Ganze, und 13 solche Theile, wie die 253 (nämlich Sechzehntel) enthalten, oder $\frac{253}{16}$ sind so viel, als $15\frac{13}{16}$.

144) Wie viel Ganze sind in $\frac{1365}{5}$ enthalten?

5 | 1365
Antw. 273 | 36
15
0

Erklärung: Weil hier kein Rest geblieben, so ist es ein Zeichen, daß der Bruch gerade eine Zahl von Ganzen ausmacht, nämlich: 273.

145) Was machen $\frac{477}{12}$ aus?

12 | 477
39 | 117
09 (3) 3
12 | 4 Antw. $39\frac{3}{4}$.

Erklärung. Der überbleibende Bruch $\frac{9}{12}$ ist hier abgekürzt worden, welches allezeit geschehen muß, so oft es sich thun läßt.

Zur Uebung.

Aus folgenden Brüchen sind die Ganzen auszuziehen:

146) $\frac{7}{4}$. 147) $\frac{800}{32}$. 148) $\frac{2618}{57}$.

149) $\frac{473}{165}$. 150) $\frac{605}{6}$.

Von

Von vermischten Brüchen.

89 §.

Vermischte Brüche nennt man diejenigen, bey welchen sich ganze Zahlen befinden, und wie meistentheils aus der vorhergehenden Operation entstehen.

z. B. $1\frac{3}{8}$, $4\frac{1}{6}$, $15\frac{13}{16}$ u. d. gl.

90 §. Wenn es die Nothwendigkeit erfodert, daß man dieselben einrichte: so werden die Ganzen und der Nenner des Bruchs mit einander multiplicirt; der Zähler aber hinzu addirt. Dadurch erhält man eine Zahl von Größen gleicher Art; nämlich von lauter solchen Theilen, woraus der dabey befindliche Bruch besteht, und so werden dann aus diesen wiederum uneigentliche Brüche.

z. B. 151) Aufg. Es sollen $8\frac{5}{32}$ eingerichtet werden.

Aufl.

$$\begin{array}{r} 32 \\ 8 \\ \hline 256 \\ 5 \\ \hline 261 \end{array}$$

Erklärung: Wenn man die Ganzen und den Nenner mit einander multiplicirt, entsteht 256; das heißt, die 8 (Ganzen) enthalten 256 solche Theile, wie die dabey befindlichen 5 sind (nämlich 32stel), nun diese 5 dazu, macht $\frac{261}{32}$; und also einen uneigentlichen Bruch.

152) Wie sind $23\frac{4}{5}$ einzurichten?

$$\begin{array}{r} 23 = 4 \\ 5 \\ \hline 119 \\ \hline 5 \end{array}$$

Zur

Zur Uebung.

Folgende vermischte Brüche sollen eingerichtet werden.

153) $8\frac{1}{9}$ 154) $61\frac{3}{4}$

155) $11\frac{17}{24}$ 156) $10\frac{5}{8}$ 157) $236\frac{11}{18}$

Von Bruchsbrüchen.

91 §.

Bruchsbrüche, oder Brüche von Brüchen sind, wie es schon ihr Name anzeigt, solche Brüche, die in noch kleinere Theile getheilt werden sollen.

Z. B. Ein halbes Drittheil $\left(\frac{\frac{1}{2}}{3}\right.$ oder $\left.\frac{\frac{1}{2}}{3}\right)$ vierthalb Viertel, oder eigentlich: drey und ein halbes Viertel $\left(\frac{3\frac{1}{2}}{4}\right)$ u. d. gl.

Diese können also entweder einen Zähler und zwey Nenner, oder zwey Zähler und zwey Nenner haben.

92 §. Um daraus ordentliche Brüche zu machen, werden sie so eingerichtet: Wenn nur ein Zähler da ist, bleibt derselbe unverändert, und die beyden Nenner werden mit einander multiplicirt; sind aber zwey Zähler da, so wird mit den Zahlen oberhalb dem größern Querstrich so verfahren, wie wir bey den vermischten Brüchen gezeigt haben; und dann auch wieder die beyden Nenner multiplicirt.

Z. B. 158) Aufg. Obiges $\frac{\frac{1}{2}}{3}$ soll eingerichtet werden.

Aufl. Zähler $\frac{1}{6}$
2mal 3 ist Nenner

Erklär. Weil hier nur ein Zähler ist, sind blos die beyden Nenner mit einander multiplicirt worden.

159) Was machen $\frac{3\frac{1}{2}}{4}$ für einen eigentlichen Bruch?

Aufl. 2mal 3 ist 6 und 1 ist $\frac{7}{8}$
zweymal vier ist

Erklär. Die gegebenen $\frac{3\frac{1}{2}}{4}$ sind eigentlich ein doppelter Bruch, oder ein Bruch im Bruch, und wollen so viel sagen, als: man soll von einem Ganzen, das in 4 gleiche Theile getheilt worden, 3 und einen halben solcher Theile nehmen: oder man soll $3\frac{1}{2}$ in vier theilen. Die Zahlen oberhalb dem größern Querstrich ($3\frac{1}{2}$) zeigen also die Anzahl der Theile an, und sind nichts anders, als ein vermischter Bruch; werden auch wie ein solcher eingerichtet. Weil nun aber die 7 weder Ganze, noch Halbe, noch Viertel; sondern halbe Viertel sind: so werden die beyden Nenner mit einander multiplicirt.

Zur Uebung.

160) $\frac{4\frac{3}{8}}{5}$ 161) $\frac{\frac{7}{9}}{4}$ 162) $\frac{38\frac{4}{5}}{97}$

163) $\frac{\frac{5}{8}}{6}$ 164) $\frac{2\frac{11}{12}}{16}$

Uebersetzung ganzer Zahlen in Brüche.

93 §.

Durch die Uebersetzung oder Reduktion der Brüche wird gefunden, wie viele und was für Theile eine gegebene Zahl von Ganzen, die in einer bekannten Menge ein größeres Ganze ausmachen, von diesem größern Ganzen sind:

z. B. Eine jede Zahl von Kreuzern, die als Kreuzer wohl für Ganze; aber gegen einen Gulden betrachtet, nur als Theile desselben anzusehen sind.

94 §.

94 §. Hiebey wird die gegebene Zahl von Ganzen zum Zähler, und die bekannte Zahl, wie viel von solchen Theilen ein größeres Ganze ausmachen; zum Nenner eines Bruches angesetzt: so hat man einen Bruch von diesem größern Ganzen, oder gefunden, was für und wie viel Theile jene von diesen betragen.

Z. B. 165) Aufg. Wie viele, und was für Theile sind 47 kr. von einem Gulden, oder was machen dieselbe für einen Guldenbruch?

Aufl. $\frac{47}{60.}$

Erklär. Die gegebene Zahl ist 47, diese setze ich als Zähler an. Weil es Kreuzer sind, wovon bekannt ist, daß 60 einen Gulden ausmachen, setze ich 60 als Nenner darunter. Nun habe ich $\frac{47}{60}$ von einem Gulden.

166) Was machen 24 Loth für einen Bruch vom Pfunde?

$$\frac{24}{32} \overset{8}{\smile} \frac{3}{4} \text{ ℔.}$$

167) Was sind $26\frac{2}{3}$ ℔. für ein Bruch von einem Zentner (von 100 ℔.)?

$$\frac{26\frac{2}{3}}{100} \quad \frac{8\not{0}}{30\not{0}} \overset{2}{\smile} \frac{4}{15} \text{ Zentner.}$$

Erklär. Weil sich bey der gegebenen Zahl schon ein Bruch befindet: so entsteht in der Reduktion ein Bruchsbruch daraus, welcher eingerichtet, und dann abgekürzt worden ist, wie wir im Vorhergegangenen gezeigt haben.

168) Was für einen Theil vom Jahre betragen 6 Monat und 20 Tage? (das Jahr zu 12 Monat, das Monat zu 30 Tage gerechnet.)

$$\frac{2\not{0}}{3\not{0}} \text{ M.; } \frac{6\frac{2}{3}}{12} \quad \frac{20}{36} \overset{4}{\smile} \quad \frac{5}{9} \text{ Jahr.}$$

Erklärung: Hier sind zuerst die Tage zu einem Bruch vom Monat gemacht; dann ist dieser Bruch, nach geschehener Abkürzung, zu den Monaten hinzu, und als Jahrsbruch angesetzt; endlich eingerichtet, und nachmals abgekürzet worden.

Anmerkung: Man hätte statt diesem auch die 6 Monat zu lauter Tagen machen, und die 20 Tage hinzu addiren können, welches den Zähler gegeben hätte; der Nenner wäre entstanden, wenn man das Jahr, durch 12 und 30, zu lauter Tagen gemacht hätte. Diesen Bruch abgekürzt, würden auch $\frac{5}{9}$ herausgekommen seyn.

Das folgende Beyspiel soll auf beyde Arten gezeigt werden.

169) Was beträgt 1 Thlr. 37 Stüver und 8 dl. holländ. für einen Theil von einem Pfund vlaamisch in Amsterdam?

NB. Das Pfund vlaams. wird gerechnet zu 2 Thlr. 20 Stv. — 1 Thlr. zu 50 Stv. — 1 Stv. zu 16 dl. holländ.

$$8 \text{ dl. sind } \frac{8}{16} \overset{8}{\smile} \text{ oder } \frac{1}{2} \text{ Stv.}$$

$$37\tfrac{1}{2} \text{ Stv.} = \frac{37\frac{1}{2}}{50} \text{ das ist } \frac{75}{100} \overset{25}{\smile} \text{ oder } \frac{3}{4} \text{ Thlr.}$$

Der Zähler wird also seyn $1\frac{3}{4}$.

$$20 \text{ Stv. sind } \frac{2\not{0}}{5\not{0}} \text{ oder } \frac{2}{5} \text{ Thlr.}$$

Der Nenner wird seyn $2\frac{2}{5}$.

$$\frac{1\frac{3}{4}}{2\frac{2}{5}} \quad \frac{7}{12} \quad \begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix} \quad \frac{35}{48} \text{ Pf. vlaams.}$$

Nach

Nach der andern Art.

	Zähler.			Nenner.
	1 Thlr.	37 Stv.	8 dl.	2 Thlr. 20 Stv
zu Stüv.	50	.	. .	50
	87	.	. .	120 Stüver.
zu dl.	16	.	. .	16
	530			720
	87			120
	1400	.	. .	1920 dl.

Zähler $\frac{1400}{1920}$ (4) $\frac{35}{48}$ Pf. vlaams.
Nenner

Aufgaben zur Uebung.

170) Was sind $52\frac{1}{2}$ kr. für ein Theil vom Gulden?

171) — — 68 ℔. — — — Zentner?

172) — — 36 kr. — — — Rthlr.

(Den Rthlr. zu 90 kr. gerechnet.)

173) — — $51\frac{3}{4}$ Maaß — — — Eimer.

(Den Eimer zu 64 Maaß gerechnet.)

174) — — 6 Groschen 8 dl. — Gulden?

(Den fl. zu 20 gl. den gl. zu 12 dl.)

175) — — 20 Loth — — — Pfunde?

176) — — 42 kr. — — — Gulden?

177) — — 146 Tage — — — Jahre?

(Das Jahr zu 365 Tagen gerechnet.)

178) — — 65 ℔. 23 Lth. 1 Qt. — Zentner?

(Das Loth hat 4 Quint.)

179) — — 3 kr. 3 dl. — — Gulden?

180) — — 3 fl. 12 kr. — — Dukat.

(Den Dukat. zu 5 fl. 20 kr.)

Auf-

Auflösung der Brüche in ganze Zahlen.

95 §.

Durch die Auflösung (Resolution) der Brüche wird gefunden, wie viel kleinere Ganze die gegebenen Theile eines größern Ganzen betragen, oder was überhaupt gewisse gegebene Theile nach einer andern verlangten Eintheilung ausmachen.

z. B. Wie viel ein gegebener Bruch von einem Gulden Kreuzer, von einem Pfunde Loth betrage u. s. w. oder auch was ein solcher Bruch oder eine gegebene Zahl von Kreuzern, Lothen ꝛc. nach Decimalbrüchen, nämlich: zehn= hundert= tausendtheilen u. s. w. oder nach irgend einer andern Eintheilung ausmache.

96 §. Um dieses zu finden, wird die Anzahl der Theile (bey einem Bruche der Zähler) durch die Zahl, welche die verlangte neue Eintheilung bestimmt, multiplicirt, und das entstandene Produkt mit der vorigen Benennung der Theile (also mit dem Nenner, wenn es vorher ein Bruch war) dividirt; dann zeigt der Quotient, wie viel die vorigen Theile nach der verlangten Eintheilung betragen.

z. B. 181) Aufg. Wie viele Loth machen $\frac{7}{8}$ ℔. aus, oder was betragen $\frac{7}{8}$ nach der Eintheilung von 32?

Auflösung:

```
     32
      7
    ---
8)  224
    ---
     28 Loth.
```

Erklärung: Die gegebene Anzahl der Theile (7) und, was die neue Eintheilung bestimmt (32, weil man Lothe verlangt, wovon das ℔. 32 hat) werden mit einander multipli-

plicirt. Das Produkt (224) mit der vorigen Benennung der Theile (8) dividirt; nun entsteht der Quotient 28, welches die Zahl der verlangten Theile, oder der Lothe ist.

182) Wie viele Kreuzer betragen $\frac{13}{16}$ Gulden?

$$\begin{array}{r} 13 \\ 60 \\ \hline 780 \\ 140 \\ 12 \end{array} \quad 16 \,\big|\, 48\tfrac{3}{4} \qquad \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Antwort: $48\frac{3}{4}$ kr.

183) Wie viel Gulden und Kreuzer machen $\frac{3}{4}$ von einem Conventionsthaler aus; den Conv. Thlr. zu 2 fl. 24 kr.?

24 kr. sind $\frac{24}{60}$ oder $\frac{2}{5}$ fl. $2\frac{2}{5}$ eingerichtet, giebt $\frac{12}{5}$; multiplicirt durch 3, macht $\frac{36}{5}$; dividirt mit 4, sind $\frac{9}{5}$. Die Ganzen ausgezogen, giebt $1\frac{4}{5}$; den Bruch aufgelöst

$$\begin{array}{r} 60 \\ 4 \\ \hline 5)\,240 \\ \hline 48 \end{array}$$

beträgt 48 kr.; also 1 fl. 48 kr.

Anmerk. Dieses und ähnliche Beyspiele lassen sich zwar viel kürzer machen; da wir aber bisher noch nicht darauf vorbereiten konnten: so möchte auch die umständlichste Anweisung nicht Jedem klar genug seyn. Wir müßen uns also indessen mit der bloßen Anzeige zweyer kürzern Auflösungen begnügen.

a)
$$\begin{array}{l} 2 = 24 \;(3 \\ 7 = 12 \\ 4)\;\overline{1 = 48} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 2 = 24 \\ 1 = 12 \quad 2 \\ - = 36 \qquad \}\,4 \\ 1 = 48 \quad 1 \end{array}$$

184) Wie viel betragen $\frac{427}{512}$ Zentner aufs genaueste in ganzen Zahlen?

512	42700
83 ℔. 12 L. 3 Qt.	1740
	204
	32
	408
	612
	6528
	1408
	384
	4
	1536
	000

Erklärung: Der Zähler dieses Bruches (427) ist, weil die Theile des Zentners in ℔. aufgelöset werden müßen, mit 100 (nach dem I. Vortheil im 58 §.) multiplicirt, und mit dem Nenner (512) dividirt worden; gab 83 ℔. und bleiben $\frac{204}{512}$ zum neuen Bruch (78 §.). Diesen hat man auf gleiche Art zu Loth, und die folgenden $\frac{384}{512}$ in Quint aufgelöst: so ergiebt sich, daß $\frac{427}{512}$ Zentr. im Ganzen aufs genaueste 83 ℔. 12 Lth. 3 Qt. betragen.

185) Was machen $\frac{3}{5}$ Rthlr. für einen Bruch vom Gulden aus?

90
3
270   6
5) 54 $\frac{9}{10}$ fl.
60   10

Erklärung: Hier sind zuerst die $\frac{3}{5}$ Rthlr. in Kreuzer aufgelöst, und diese (54 kr.) in einen Guldenbruch übersetzt, dann abgekürzt worden; es betragen demnach $\frac{3}{5}$ von einem Rthlr. $\frac{9}{10}$ von einem Gulden.

Man darf also nur den Zähler mit 3, und den Nenner mit 2 multipliciren: so werden aus Rthlr. = Guldenbrüche, oder im entgegensetzten Falle umgekehrt verfahren.

186) Wie viel betragen $\frac{43}{79}$ nach Hunderttheilen (centesimis)?

	79	4300
Antw.	54	350
		34

Anmerk. Da wir uns der Zehn= Hundert= Tausendtheile, und anderer dergleichen Decimalbrüche in der Folge oft mit Vortheil bedienen werden: so bitten wir, diesen Operationen ein bischen Aufmerksamkeit nicht zu versagen.

187) Wie viel Hunderttheile machen 13 Schillinge 9 Pf. Lübisch von einer Mark in Hamburg aus?

NB. 1 Mrk. hat 16 Schill. (ß.) 1 ß. hat 12 dl. Lüb.

12	900
75	60
	00
16	1375
85	095
	15

Erklärung: Zuerst werden die 9 dl. zu Hunderttheilen von Schillingen gemacht; kommen 75, diese an die 13 ß. angehängt, und Alles zu Hunderttheilen von Marken gemacht, entstehen 85; weil aber $\frac{15}{16}$ (folglich beynahe ein Ganzes) übrig bleibt: so darf man 86 Hunderttheile (oder centesimæ) von Marken annehmen.

Aufgaben zur Uebung.

188) Wie viel Kreuzer betragen $\frac{7}{10}$ Gulden?

189) — — g. G. u. dl. — $\frac{5}{18}$ Rthlr.

(1 Rthlr. hat 24 gute Grosch. — 1 g. Gr. 12 dl.)

190) — — Maaß — — $\frac{13}{16}$ Eimer.

(Den Eimer zu 60 Maaß.)

191) — — Zehntheile vom Gulden betragen 54 kr.

192) — — Loth ꝛc. betragen $\frac{11}{12}$ ℔.

193) — — Kreuzer — $\frac{1}{24}$ Rthlr.

194) Wie viel Tage betragen $\frac{8}{73}$ Jahr?
(Zu 365 Tagen.)

195) — — Tausendtheile — $\frac{327}{538}$ —

196) — — Lth. dl. u. Asse — $\frac{29}{38}$ Mark?
(Die Mrk. zu 16 Lth. das Lth. zu 16 dl. den dl. zu 19 Aß.)

197) — — Kreuzer — — $\frac{5}{8}$ Gulden?

198) — — ℔. Lth. u. Qt. — $\frac{5293}{6400}$ Zentner?

199) — — Hundertthl. v. Rthlr. — 20 g. G. $4\frac{4}{5}$ dl.

200) Was für einen Rthlr.-Bruch machen $\frac{3}{4}$ Gulden?

Wer sich hierinn gerne noch mehr üben möchte, der kann die im vorigen Abschnitte in Brüche übersetzte Zahlen wiederum auflösen; so wie die aufgelösten Brüche zur Uebung im Uebersetzen, und also diese beyden Operationen einander gegenseitig zur Probe dienen können.

Die vier Spezies in gebrochenen Zahlen.

Addition der Brüche.

97 §.

Alles, was wir bey der Addition ganzer Zahlen (vom 33 bis 36 §.) gesagt haben, läßt sich auch füglich auf die Brüche anwenden; wir brauchen also hievon keine weitere Erwähnung zu thun.

98 §. Wenn demnach alle Brüche, die addirt werden sollen, gerade unter einander gesetzt sind: so ist nur darauf zu sehen, ob sie alle gleiche Nenner haben. In diesem Falle werden blos die Zähler addirt; die Summe giebt den neuen Zähler, und der Nenner bleibt der vorige.

z. B. 201) $\frac{5}{16}$ 202) $\frac{1}{24}$ 203) $\frac{7}{8}$

201)	202)	203)
$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{3}{8}$
$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{16}$	Summe $\frac{18}{24}$ 6) $\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
Summe $\frac{15}{16}$		8) 23 (7; Summe $2\frac{7}{8}$

Erklärung: Bey jedem dieser drey Beyspiele sind die Nenner gleich; es wurden also nur die Zähler zusammen addirt. Bey 201) ist die Summe 15, und dieses sind 16tel, weil alle fünf Brüche aus solchen Theilen bestehen. Die $\frac{18}{24}$ bey 202) sind abgekürzt, und bey 203) aus 23 die Ganzen herausgezogen worden, weil $\frac{23}{8}$ ein uneigentlicher Bruch wäre (87 u. 88 §.).

99 §. Hat man nebst den Brüchen auch ganze Zahlen, also vermischte Brüche (89 §.) zu addiren: so brauchen dieselben nicht eingerichtet zu werden; sondern man fängt die Addition nur bey den Brüchen an, wie wir bereits gewiesen haben. Die Ganzen, die in der Summe von Brüchen enthalten sind, werden zu der Reihe der ganzen Zahlen hinzugezählt; der überbleibende Bruch aber unter die Reihe der Brüche gesetzt, wie folgt:

204)	205)
$1\frac{3}{5}$	$8\frac{11}{12}$
$5\frac{2}{5}$	$13\frac{5}{12}$
$1\frac{4}{5}$	$10\frac{1}{12}$
$4\frac{2}{5}$	$3\frac{7}{12}$
$3\frac{2}{5}$	12
$2\frac{3}{5}$	$7\frac{7}{12}$
Summe $19\frac{1}{5}$ 5) 16 (3, 1	$11\frac{1}{12}$
	Summe $66\frac{2}{3}$ 12) 32 (2; 4) $\frac{8}{12}$ ($\frac{2}{3}$

Erklärung: Bey 204) ist die Summe der Brüche $\frac{16}{5}$; also 3 Ganze und $\frac{1}{5}$, dieses setze ich unter die Reihe von Brüchen; die 3 aber addire ich zu den Ganzen hinzu und sage: „3 und 2 ist 5, und 3 ist 8" u. s. w.

100 §. Sind aber die Nenner ungleich: so müssen alle Brüche, die zusammen addirt werden sollen, unter einerley Benennung gebracht, das heißt: nach einer gewissen allgemeinen Eintheilung aufgelöset werden (95 und 96 §.). Da die hieraus entstehenden Theile nun alle von einerley Art seyn werden: so darf man sie zusammen addiren, und sonst damit verfahren, wie vorhin.

101 §. Wenn bey dieser allgemeinen Eintheilung nicht einige Theile wegfallen, oder mehr genommen werden dürfen: so muß man hiezu eine Zahl wählen, in welcher jeder gegebene Nenner ohne Rest aufgeht. Diese Zahl heißt der allgemeine oder General-Nenner, weil sie für den Nenner eines jeden von den gegebenen Brüchen gilt. Um sich einige leicht entbehrliche Mühe zu ersparen, suche man hiezu gleich die kleinste Zahl, die man nur brauchen kann, zu finden, und nehme bey der Auflösung selbst die Division vor der Multiplikation vor; ungeachtet vorhin (im 96 §.) das Gegentheil vorgeschrieben worden ist.

NB. Bey kleinen Brüchen, oder wenn man ziemliche Fertigkeit im Dividiren und Multipliciren hat, braucht man die Quotienten nicht anzusetzen.

		12	
206)	$\frac{3}{4}$	3	9
	$\frac{1}{2}$	6	6
	$\frac{1}{4}$	3	3
	$\frac{2}{3}$	4	8
	$\frac{5}{6}$	2	10
	$\frac{1}{3}$	4	4
Summe	$3\frac{1}{3}$	12	40 (4)
		3	$\frac{4}{12}$ $\frac{1}{3}$

		6	
207)	$14\frac{1}{3}$	2	2
	$26\frac{1}{2}$	3	3
	$8\frac{2}{3}$	2	4
	$19\frac{1}{6}$	1	1
	$7\frac{5}{6}$	1	5
	$12\frac{2}{3}$	2	4
	$13\frac{1}{6}$	1	1
	$22\frac{1}{2}$	3	3
Summe	$124\frac{5}{6}$	6	23
		3	5

Erklärung: Die Nenner sind in beyden Beyspielen ungleich; es muß also für jedes ein allgemeiner Nenner gesucht werden, um alle Brüche unter einerley Benennung zu bringen. Bey 206) kann man hiezu keine kleinere Zahl brauchen, als 12, weil in einer andern die Nenner 4, 2, 3 und 6 nicht aufgehen; eine größere Zahl aber würde auch nur unsere Mühe vergrößern. Nun müßen die gegebenen Brüche nach der Eintheilung von 12 aufgelöset, das heißt: sie müßen alle zu lauter 12teln gemacht werden (Auflösung der Brüche). Blos der Kürze halber wird hier mit jedem Nenner zuerst in den allgem. Nenner dividirt, und die Quotienten davon geben die erste Reihe nach den Brüchen; dann werden diese mit jedem Zähler multiplicirt, und die Produkte davon geben die zweyte Reihe, und zeigen die Theile an, die jeder Bruch nach der neuen Eintheilung (von 12) ausmacht.

Der allgemeine Nenner gilt für jeden dieser Zähler; mithin sind $\frac{3}{4}$ so viel als $\frac{9}{12}$

$\frac{1}{2}$ — — $\frac{6}{12}$

$\frac{1}{4}$ — — $\frac{3}{12}$

$\frac{2}{3}$ — — $\frac{8}{12}$

$\frac{5}{6}$ — — $\frac{10}{12}$

$\frac{1}{3}$ — — $\frac{4}{12}$

und

und diese Theile dürfen auch so addirt werden, wie alle Brüche, die gleiche Nenner haben.

Eben so verhält es sich mit 207); nur daß hiebey kein größerer Generalnenner nöthig ist, als 6.

Anmerk. Den möglich-kleinsten Generalnenner bald zu finden, dürfte einigen, besonders denen, welche sich im Aufheben der Zahlen noch nicht genug geübt haben, etwas schwer ankommen. Diese merken sich folgendes

Hülfsmittel, den kleinsten Generalnenner geschwinde zu finden: Man setzt alle ungleichen Nenner bey Seite, neben einander an; wenn also auch ein Nenner zwey- oder mehrmal vorkömmt: so wird er doch nur einmal angesetzt. Von diesen Nennern streicht man alle diejenigen, die in einem andern ganz aufgehen, durch; die aber nicht selbst in einander, sondern durch eine Mittelzahl aufgehen, hievon wird der Kleinere durch jene Mittelzahl aufgehoben, und auch durchstrichen. Geht von den überbleibenden Zahlen noch eine in der andern ganz, oder durch eine Mittelzahl auf: so wird wieder wie vorhin verfahren, bis endlich nur solche Zahlen übrig bleiben, wovon weder eine in der andern, noch eine Aufhebezahl in zweyen davon aufgeht. Dann werden diese Zahlen mit einander multiplicirt, und dieß Produkt giebt zuverläßig den kleinsten Generalnenner.

Z.B. 208) Aufgabe: $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{1}{6}$, und $\frac{5}{12}$ sollen zusammen addirt werden.

Auf-

Auflösung: Den Generalnenner zu finden.

$$\overset{5}{}\ \ \overset{3}{}$$

$\not{1}\not{0},\ \not{3},\ \not{6},\ \underset{3}{\overset{5}{\not{1}\not{5}}},\ \not{2},\ \not{5},\ \underset{4}{\overset{3}{\not{1}\not{2}}},\ \not{4},\ 20 = \dfrac{3}{}$

Generalnenner 60.

	60	
$\frac{9}{10}$	6	54
$\frac{2}{3}$	20	40
$\frac{5}{6}$	10	50
$\frac{8}{15}$	4	32
$\frac{1}{2}$	30	30
$\frac{3}{5}$	12	36
$\frac{1}{3}$	20	20
$\frac{7}{12}$	5	35
$\frac{3}{4}$	15	45
$\frac{11}{20}$	3	33
$\frac{1}{6}$	10	10
$\frac{5}{12}$	5	25
Summe $6\frac{5}{6}$		$\dfrac{41\not{0}}{5}\ \ \dfrac{6\not{0}}{\not{6}}$

Erklärung: Die ungleichen Nenner heissen hier: 10, 3, 6, 15, 2, 5, 12, 4 und 20. Diejenigen, welche zweymal vorkämen, bleiben gleich weg. Nun sage ich: „10 geht in 20 ganz auf; also durchgestrichen (1̸0̸). „3 geht in 6; auch in 15 und 12; also 3̸. Ferner 6, „2 und 4 gehen in 12; also werden 6, 2, 4 auch durch„strichen, 5 gleichfalls, weil es in 15 und in 20 auf„geht.“ Nun bleiben noch 15, 12 und 20. Die zwey ersten gehen durch eine Mittelzahl, nämlich durch 3; also wird der kleinere Nenner (12) durch 3 aufgehoben, kommen 4; weil aber diese in 20 wieder ganz aufgehen, werden die 4 auch durchstrichen. Die überbleibenden 15 und 20 gehen gleichfalls durch eine Mittelzahl (5); 15 damit aufgehoben, kommt 3. Es bleiben also nur noch die

die Zahlen 3 und 20, diese gehen weder durch einander selbst, noch durch eine Mittelzahl; folglich werden sie mit einander multiplicirt, giebt 60, welches der kleinste brauchbare Generalnenner ist.

102 §. Wenn aber die Nenner so beschaffen wären, daß sich wenig oder gar nichts davon aufheben ließe: so müßten alle die unaufheblichen Nenner mit einander multiplicirt, und das daraus entstehende Produkt zum allgemeinen Nenner genommen werden.

Dieses würde freylich oft eine beschwerliche Operation geben; allein wir zweifeln, ob einem in Geschäften, sein ganzes Leben durch, ein einziger solcher Fall vorkommen wird. Wer aber Lust und übrige Zeit dazu hat, mag folgendes Beyspiel auf diese Art ausarbeiten; wir wollen indessen eine Anleitung geben, solches auf eine kürzere Art, nur nicht ganz genau zu verrichten.

z. B. 209) Aufgabe: Folgende Brüche: $\frac{28}{43}$, $\frac{11}{19}$, $\frac{56}{67}$, $\frac{4}{41}$, $\frac{83}{89}$, $\frac{25}{73}$, $\frac{17}{31}$, $\frac{39}{47}$, und $\frac{10}{23}$ sollen zusammen addirt werden.

Auflösung: Man löse sie zuerst in beliebige Decimalbrüche auf (sieh 186 u. a. Beysp.). Jemehr Nullen an den Zähler gesetzt werden, desto genauer fällt die Rechnung aus. Wir wollen überall vier Nullen anhängen, und also diese Brüche zu lauter Zehntausendtheilen machen. Wenn der Rest über die Hälfte vom Divisor, folglich mehr als $\frac{1}{2}$ austrägt, so nehmen wir beym Quotienten um eine Einheit mehr; trägt er aber weniger aus, lassen wir ihn ganz weg. Die erhaltenen Quotienten werden endlich zusammen addirt, und dann die Ganzen (von 10000theilen) ausgezogen, wie sonst.

Auf-

Erklärung: Weil die Nenner hier überall gleich sind, durften nur die Zähler von einander abgezogen werden, als: bey 217) „1 von 4 bleiben 3 — Fünftel“, weil es zuvor solche waren. Bey 218) „3 von 7 bleiben 4 Achtel“, diese abgekürzt, geben $\frac{1}{2}$. Bey 219) haben wir vermischte Brüche, dieselbe werden auch hier nicht eingerichtet; sondern zuerst die ächten Brüche so abgezogen, als ob sie allein da stünden, und dann mit den Ganzen das Nämliche gethan: so kommen zum Rest $5\frac{1}{6}$.

105 §. Ist der Bruch, von dem ein anderer abgezogen werden soll, kleiner als derjenige, den ich abziehen soll: so muß ich von den nächsten Ganzen Eines entlehnen, und zu dem dabeystehenden Bruche nehmen, wodurch ich einen vermischten Bruch erhalte. Wenn dieser eingerichtet ist, dann kann ich erst die Brüche subtrahiren. Um mich aber bey der Subtraktion der vorstehenden Ganzen zu erinnern, daß durch das Entlehnen eins davon weggekommen, habe ich sogleich über deren Einheiten einen Punkt gesetzt.

Z. B. 220)	$2\dot{6}\frac{5}{16}$		21	221)	$1\dot{2}$	9
	$7\frac{9}{16}$	4	9		$4\frac{7}{9}$	7
Rest	$18\frac{3}{4}$		$\frac{12}{16}$	Rest	$7\frac{2}{9}$	2

Erklärung: Bey 220) soll ich von $\frac{5}{16}$ die $\frac{9}{16}$ abziehen; jenes ist aber kleiner als dieses; ich muß also von den Ganzen (26) Eines entlehen. Zum Zeichen dessen setze ich einen Punkt darüber. Nun habe ich den vermischten Bruch $1\frac{5}{16}$, diesen eingerichtet (90 §.) giebt $\frac{21}{16}$; doch wird hievon nur der Zähler angesetzt; von diesem ziehe ich dann den untern Zähler ab: so bleiben $\frac{12}{16}$ oder $\frac{3}{4}$. Die obern Ganzen werden um Eines weniger gezählt, welches davon weggekommen ist, und woran mich der darüberstehende Punkt erinnert.

Bey

Bey 221) befindet sich oben gar kein Bruch, und gleichwohl sollen $\frac{7}{9}$ davon abgezogen werden; es wird also auch hier ein Ganzes entlehnt, dasselbe zu Neuntel gemacht; im übrigen aber eben so verfahren, wie vorhin.

106 §. Wenn aber die Nenner **ungleich** sind: so werden die Brüche unter einerley Benennung gebracht, wie wir bey der Addition (101 §.) gehört haben; welches aber hier noch um vieles kürzer und leichter ist, als dort.

z. B. 222) $\frac{5}{6}$ (6) 1 5
$\frac{1}{3}$ 2 2
Rest $\frac{3}{6}$
oder $\frac{1}{2}$

223) $15\frac{3}{4}$ (12) 3 9
$11\frac{2}{3}$ 4 8
Rest $4\frac{1}{12}$ 1

Erklärung. Nachdem bey 222) die beyden Brüche $\frac{5}{6}$ und $\frac{1}{3}$ durch den Generalnenner 6 unter einerley Benennung gebracht sind; daß nämlich $\frac{5}{6}$ so viel als 5 und $\frac{1}{3}$ — — 2 Sechstel sind; durfte man nur 2 von 5 abziehen. Das übrige ist bekannt, und bey 223) verhält es sich eben so.

Zur Nachricht. Weil diese Operation sehr leicht ist: so werden, Kürze halber, die beyden Quotienten künftig nicht mehr angesetzt; sondern gleich im Sinne durch die Zähler multiplicirt.

224) $9\frac{5}{8}$ (24) 15 39
$4\frac{5}{6}$ 20 20
$4\frac{19}{24}$ 19

225) $1\frac{1}{2}$ (6) 3 9
$\frac{2}{3}$ 4 4
$\frac{5}{6}$ 5

Erklärung: Als die Brüche unter einerley Benennung gebracht waren, zeigte es sich in beyden Beyspielen, daß sich die untern Brüche von den obern nicht abziehen lassen; denn von $\frac{15}{24}$ kann man nicht $\frac{20}{24}$ wegnehmen, eben so wenig, als $\frac{4}{6}$ von $\frac{3}{6}$; es mußte also beyderseits ein Ganzes entlehnt, der vermischte Bruch eingerichtet werden u. s. w., wie im 220) Beyspiel geschah.

Auf-

Erklärung: Weil die Nenner hier überall gleich sin[d]
durften nur die Zähler von einander abgezogen werde[n],
als: bey 217) „1 von 4 bleiben 3 — Fünftel“, we[il]
es zuvor solche waren. Bey 218) „3 von 7 bleiben [4]
Achtel“, diese abgekürzt, geben $\frac{1}{2}$. Bey 219) haben w[ir]
vermischte Brüche, dieselbe werden auch hier nicht eing[e]
richtet; sondern zuerst die ächten Brüche so abgezoge[n]
als ob sie allein da stünden, und dann mit den Ganze[n]
das Nämliche gethan: so kommen zum Rest $5\frac{1}{8}$.

105 §. Ist der Bruch, von dem ein anderer a[b]gezogen werden soll, kleiner als derjenige, den ich abziehe[n] soll: so muß ich von den nächsten Ganzen Eines entle[h]nen, und zu dem dabeystehenden Bruche nehmen, wodurc[h] ich einen vermischten Bruch erhalte. Wenn diese[r] eingerichtet ist, dann kann ich erst die Brüche subtrahi[e]ren. Um mich aber bey der Subtraktion der vorstehende[n] Ganzen zu erinnern, daß durch das Entlehnen ein[es] davon weggekommen, habe ich sogleich über deren Ein[]heiten einen Punkt gesetzt.

Z. B. 220) $2\dot{6}\frac{5}{16}$ 21 — 221) $1\dot{2}$ 9

$7\frac{9}{16}$ 9 — $4\frac{7}{9}$ 7

Rest $18\frac{3}{4}$ 4 $\frac{12}{16}$ — Rest $7\frac{2}{9}$ 2

Erklärung: Bey 220) soll ich von $\frac{5}{16}$ die $\frac{9}{16}$ abziehen; jenes ist aber kleiner als dieses; ich muß also von den Ganzen (26) Eines entlehen. Zum Zeichen dessen setze ich einen Punkt darüber. Nun habe ich den vermischten Bruch $1\frac{5}{16}$, diesen eingerichtet (90 §.) giebt $\frac{21}{16}$; doch wird hievon nur der Zähler angesetzt; von diesem ziehe ich dann den untern Zähler ab: so bleiben $\frac{12}{16}$ oder $\frac{3}{4}$. Die obern Ganzen werden um Eines weniger gezählt, welches davon weggekommen ist, und woran mich der darüberstehende Punkt erinnert.

Bey

Bey 221) befindet sich oben gar kein Bruch, und gleichwohl sollen $\frac{7}{9}$ davon abgezogen werden; es wird also auch hier ein Ganzes entlehnt, dasselbe zu Neuntel gemacht; im übrigen aber eben so verfahren, wie vorhin.

106 §. Wenn aber die Nenner ungleich sind: werden die Brüche unter einerley Benennung gebracht, wie wir bey der Addition (101 §.) gehört haben; welches aber hier noch um vieles kürzer und leichter ist, als dort.

z. B. 222) $\frac{5}{6}$ (6) 1 5; $\frac{1}{3}$ 2 2; Rest $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$

223) $15\frac{3}{4}$ (12) 3 9; $11\frac{2}{3}$ 4 8; Rest $4\frac{1}{12}$ 1

Erklärung. Nachdem bey 222) die beyden Brüche $\frac{5}{6}$ und $\frac{1}{3}$ durch den Generalnenner 6 unter einerley Benennung gebracht sind; daß nämlich $\frac{5}{6}$ so viel als 5 und $\frac{1}{3}$ — — 2 Sechstel sind; durfte man nur 2 von 5 abziehen. Das übrige ist bekannt, und bey 223) verhält es sich eben so.

Zur Nachricht. Weil diese Operation sehr leicht ist: so werden, Kürze halber, die beyden Quotienten künftig nicht mehr angesetzt; sondern gleich im Sinne durch die Zähler multiplicirt.

224) $\dot{9}\frac{5}{8}$ (24) 15 39; $4\frac{5}{6}$ 20 20; $4\frac{19}{24}$ 19

225) $\dot{1}\frac{1}{2}$ (6) 3 9; $\frac{2}{3}$ 4 4; $\frac{5}{6}$ 5

Erklärung: Als die Brüche unter einerley Benennung gebracht waren, zeigte es sich in beyden Beyspielen, daß sich die untern Brüche von den obern nicht abziehen lassen; denn von $\frac{15}{24}$ kann man nicht $\frac{20}{24}$ wegnehmen, eben so wenig, als $\frac{4}{6}$ von $\frac{3}{6}$; es mußte also beyderseits ein Ganzes entlehnt, der vermischte Bruch eingerichtet werden u. s. w., wie im 220) Beyspiel geschah.

Auf-

Aufgaben zur Uebung.

226) Von $34\frac{3}{4}$ sollen $21\frac{5}{8}$ abgezogen werden.
227) — $5\frac{4}{5}$ — $4\frac{5}{6}$ — — —
228) — $\frac{7}{12}$ — $\frac{3}{8}$ — — —
229) — $19\frac{11}{16}$ — 7 — — —
230) — $\frac{20}{23}$ — $\frac{19}{24}$ — — —
231) — 22 — $13\frac{27}{32}$ — — —

Multiplikation der Brüche.

107 §.

Nebst demjenigen, was wir über die Multiplikation der ganzen Zahlen (vom 50 bis 52 §.) angeführet haben, ist hier auch noch vorzüglich zu merken, daß die Brüche auf zweyerley Arten vervielfältigt oder multiplicirt werden können; nämlich:

Erstens, daß der Zähler multiplicirt, oder

Zweytens, daß der Nenner dividirt wird.

So oft wir also dieses kürzer oder bequemer finden, als jenes, werden wir die Multiplikation durch die Division verrichten. Hiebey kömmt es vorzüglich darauf an: ob beyde Faktoren eigentliche oder vermischte Brüche sind; oder ob einer davon dieses oder jenes, oder eine Zahl von Ganzen ist.

108 §. Wenn ein ächter Bruch durch einen andern ächten Bruch multiplicirt werden soll, und also beyde Faktoren eigentliche Brüche sind: so wird der Zähler des einen durch den Zähler des andern, und der Nenner des einen durch den Nenner des andern Bruches multi-

multiplicirt. Das Produkt der Zähler giebt den neuen Zähler, und das Produkt der Nenner giebt den neuen Nenner.

232) **Aufgabe:** $\frac{3}{4}$ sollen durch $\frac{2}{3}$ multiplicirt werden.

Auflösung: 2mal $\frac{3}{4}$ ist $\frac{6}{12}$ (durch 6 gekürzt) oder $\frac{1}{2}$

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{6}{12} \text{ oder } \frac{1}{2}$$

233) Eben so $\frac{4}{5}$ durch $\frac{7}{8}$.

$$\frac{4}{5}\ \frac{7}{8}\ \frac{28}{40}\ (4)\ \frac{7}{10}$$

Erklärung: Hier sind lauter ächte Brüche; es werden also zuerst die Zähler, und dann die Nenner durch einander multiplicirt: so entstehen, nach der Abkürzung, die Produkte $\frac{1}{2}$ und $\frac{7}{10}$.

109 §. Wenn ein ächter Bruch durch eine ganze Zahl, oder umgekehrt, zu multipliciren; folglich der eine Faktor ein Bruch, der andere aber eine ganze Zahl ist, und es geht die ganze Zahl und der Nenner nicht in einander ohne Rest auf: so wird der Zähler allein durch die Ganzen multiplicirt, und wenn ein unächter Bruch daraus entsteht, werden die Ganzen ausgezogen.

Z.B. 234) Es sollen $\frac{5}{16}$ durch 3 multiplicirt werden.

235) — — $\frac{7}{12}$ — 9 — — —

234) 5
3
———
15
———
Produkt 16

12
———
Prod. $5\frac{1}{4}$

235) 7
9
———
63 (3)
3
———
12

$\frac{1}{4}$

Er-

Erklärung über 234): Der Multiplikator 3 geht in den Nenner 16 nicht auf; also wird der Zähler 5 damit multiplicirt, giebt 15, und der Nenner bleibt der vorige. Bey dem darauffolgenden Beyspiel geht 9 in 12 auch nicht auf; folglich wird multiplicirt wie vorher; aber das Produkt $\frac{63}{12}$ wäre ein uneigentlicher Bruch, darum wurden die Ganzen ausgezogen u. s. w.

110 §. Geht aber der Multiplikator in dem Nenner des Bruches, der multiplicirt werden soll, ohne Rest auf: so ist es viel kürzer, wenn man mit Jenem in Diesen dividirt; das Uebrige bleibt, wie vorhin.

Z. B. 236) Man multiplicire $\frac{19}{24}$ durch 6.

$\frac{19}{24}$ (6, giebt $4\frac{3}{4}$ anstatt 19 × 6 = 114

24 | 114 6

$4\frac{3}{4}$ $\frac{18}{24}$ = $\frac{3}{4}$

Erklärung: Der Multiplikator 6 geht in dem Nenner des Multiplikandums 24 ganz ohne Rest auf; mithin sage ich: „6 in 24 geht 4mal". Diese 4 sind jetzt der Nenner: ich mache daher unter den größern Strich noch ein Querstrichlein, und setze die 4 als Nenner darunter. Der Zähler blieb unverändert; also hieße der Bruch $\frac{19}{4}$; ich ziehe aber gleich im Sinne die Ganzen daraus, giebt 4, und im Rest bleiben 3, diese kommen, als Zähler, über das kleine Strichlein: so ergiebt sich denn das Produkt $4\frac{3}{4}$ viel kürzer und bequemer, als nach der andern Art.

111 §. Machen die Ganzen eine ziemlich große, oder wenigstens eine größere Zahl aus, als der Nenner des Bruchs ist: so können zwar Jene durch den Zähler von Diesem multiplicirt, und mit dem Nenner (um die Ganzen auszuziehen) dividirt werden; oft aber ist folgendes

Ver-

Verfahren weit bequemer und schicklicher. Man zerlege nämlich den Zähler des Bruchs in lauter einzelne Theile seines Ganzen, nehme diese nämlichen Theile aus den Ganzen, welche multiplicirt werden sollen, heraus, und addire endlich die herausgekommenen Theile der sämmtlichen Ganzen.

z.B. 237) Es sollen 365 und $\frac{7}{8}$ mit einander multiplicirt werden.

a)

	365
	7
8	2555
$319\frac{3}{8}$	15
	75
	3

oder besser b)

365	($\frac{7}{8}$	
$182\frac{1}{2}$		4
$91\frac{1}{4}$		2
$45\frac{5}{8}$		1
$319\frac{3}{8}$		

Erklärung: Bey a) wurden die gegebenen Ganzen (365) durch den Zähler (7) multiplicirt, und das Produkt hievon (2555) mit dem Nenner (8) dividirt: so entstunden $319\frac{3}{8}$. Bey b) hingegen habe ich den Zähler (7) zerlegt, in 4, 2 und 1. Diese drey Theile machen, zusammen, die vorigen 7 wieder aus, und sind lauter einzelne Theile vom Ganzen; denn der erste davon (4 Achtel) ist ein Halbes, der zweyte (2 Achtel) ist ein Viertel vom Ganzen, oder die Hälfte vom vorigen Theile, und der dritte (1 Achtel) ist ein Achtel vom Ganzen, der vierte Theil vom ersten, oder wieder die Hälfte vom zweyten Theile. Nun nehme ich zuerst den halben Theil von 365, das heißt, ich dividire darein mit 2, giebt $182\frac{1}{2}$; so viel nämlich betragen $\frac{4}{8}$ von den sämmtlichen Ganzen (365). Die 4 streiche ich gelinde durch, zum Merkzeichen, daß sie schon herausgenommen sind: so auch in der Folge die übrigen 2 und 1. Von dieser Hälfte ($182\frac{1}{2}$) nehme ich wiederum die Hälfte, weil 2 von 4 auch der halbe Theil ist, das giebt aus den Ganzen 91; weil aber der dabey befindliche Bruch ($\frac{1}{2}$) gleichfalls mit 2 getheilt werden

soll: so entstünde der Bruchsbruch $\frac{\frac{1}{2}}{2}$, diesen gleich im Sinne eingerichtet, bekomme ich $\frac{1}{4}$ dazu. Endlich von $91\frac{1}{4}$ abermals die Hälfte (wegen 1, dem halben Theil von 2): so kömmt aus den Ganzen 45, und $1\frac{1}{4}$ sind noch durch 2 zu theilen, dieses giebt $\frac{1\frac{1}{4}}{2}$, auch diesen Bruchsbruch im Sinne eingerichtet, erhalte ich $\frac{5}{8}$.

Es betragen also 4 Achtel von 365	= .	$182\frac{1}{2}$
2 — — —	= .	$91\frac{1}{4}$
1 — — —	= .	$45\frac{5}{8}$

Diese drey Theile der sämmtlichen Ganzen, oder was 7 Achtel aus 365 betragen, zusammen addirt, geben das vorige Produkt; nämlich $319\frac{3}{8}$.

238) Beysp. Man soll 876 durch $\frac{11}{12}$ multipliciren.

	876 (11	oder	876 ($\frac{11}{12}$	
	876		438	6
12	9636		219	3
803	036		146	2
	0		803	

Erklärung: Das erste Verfahren ist wie bey dem vorigen Beyspiel; bey dem andern aber sind die 11 (Zwölftel) zerlegt worden in 6, 3 und 2. Dann wurde die Hälfte aus 876, und von dieser Hälfte (438) wiederum die Hälfte genommen (219) wie vorhin, weil 6 die Hälfte vom Ganzen, und 3 die Hälfte von 6 ist. Weil aber 2 kein einzelner Theil von 3 ist, indem es darinn nicht aufgeht: so durfte ich es nicht aus 219, wohl aber aus 438 nehmen, und mußte darein mit 3 dividiren, weil 2 der dritte Theil aus 6 ist, bey welchen mir jene 438 herauskamen. Die 2 (Zwölftel) betragen also von den Ganzen 146. Nun wurden diese Theile, wie vorhin, zusammen addirt; und so entstund zum Produkt 803.

Zusatz. Die 11 hätten auch können in 6, 4 und 1; oder in 4, 4, 2 und 1, oder noch weitläufiger zerlegt werden; allein je kürzer, je besser.

An-

Anmerk. Wem diese Methode mit Zerlegen und Herausnehmen der Brüche, aus den beyden Beyspielen (237 und 238) und ihren mühsamen Erklärungen noch immer nicht klar genug ist, den müßen wir einsweilen zur Geduld verweisen, bis wir mehrere Anwendungen davon zeigen können, wozu es uns gewiß nicht an Gelegenheit fehlen wird.

112 §. Befindet sich bey den Ganzen, die multiplicirt werden sollen, auch ein Bruch, oder ist der eine Faktor ein vermischter, und der andere ein ächter Bruch: so bleiben im Grunde die beyden vorigen Verfahrungsarten die nämlichen. Nur daß bey der Ersten der Anfang des Multiplicirens mit dem Bruche am Multiplikando gemacht, und bey der Zweyten ein jeder Theil nicht allein aus den Ganzen, sondern auch aus dem Bruche genommen wird.

Z. B. 239) Es sollen $2759\frac{1}{4}$ durch $\frac{5}{6}$ multiplicirt werden.

a)

```
        2759¼ (5
  6   13796¼
2299⅜   17
         59
          56
           2¼   9       3
           --   --      -
           6    24      8
```

oder

b)

```
  2759¼ (⅚
  1379⅝       ½
   919¾       ⅓
  -----
  2299⅜
```

Erklärung: Bey a) wurde mit dem Zähler des Multiplikators bey dem Bruch ($\frac{1}{4}$) zu multipliciren angefangen, und nachdem das Ganze herausgezogen war, nur das überbleibende $\frac{1}{4}$ angesetzt; das Ganze aber bey der Multiplikation der andern Ganzen beygezählt, und so ergab sich das Produkt $13796\frac{1}{4}$. Darein mit dem Nenner des Multiplikators dividirt, kamen 2299 und $\frac{2\frac{1}{4}}{6}$, diesen Bruchsbruch eingerichtet und abgekürzt, macht $\frac{3}{8}$;

 mit

mit den vorigen aber $2299\frac{3}{8}$, welches das Produkt vo[n] $\frac{5}{6}$ aus $2759\frac{1}{4}$ ist. Bey b) hat man die 5 in 3 und [2] zerlegt. Es wurde zuerst die Hälfte, und dann der dritt[e] Theil aus den sämmtlichen Ganzen und ihrem Bruch ge[-]nommen, weil 3 (Sechstel) die Hälfte, und 2 (Sechstel) der dritte Theil von einem Ganzen sind. Das Einrichten wie auch zuletzt das Addiren der Brüche ist hier abermal[s] im Sinne vorgenommen worden, weil es sehr leicht is[t] und so kam endlich auch das vorige Produkt ($2299\frac{3}{8}$) heraus.

113 §. Hat man aber ganze Zahlen durch ve[r-]mischte Brüche zu multipliciren; daß also der eine Fa[k-]tor eine Zahl von Ganzen, und der andere ei[n] vermischter Bruch ist: so werden zuerst die Ganze[n] allein durch einander multiplicirt, dann wird der Bruch der bey dem einen Faktor steht, aus dem andern Faktor [t]heraus genommen, wie wir im 111 §. angezeigt haben und endlich werden die erhaltenen Produkte zusammen addir[t].

Z. B. 240) Es soll 34 durch $5\frac{3}{4}$ multiplicirt werden.

$$\begin{array}{rl} 34 & \\ 5\frac{3}{4} & 2 \\ \hline 170 & 1 \\ 17 & \\ 8\frac{1}{2} & \\ \hline 195\frac{1}{2} & \end{array}$$

Erklärung: Nachdem man die Ganzen durch einande[r] multiplicirt hatte, kam zum Produkt 170; nun wurde[n] die $\frac{3}{4}$ zerlegt, in 2 und 1; wegen dem Ersten dieser Theil[e] aus 34 die Hälfte genommen, kam 17; wegen den zweyten Theil die Hälfte aus dem vorhergehenden ge[-]nommen, kam $8\frac{1}{2}$; endlich diese drey Produkte zusam[-]men addirt, entstand das gänzliche Produkt $195\frac{1}{2}$.

D[ie]

Da wir dieses Verfahren in dem 237) 238) und 239) Beyspiel schon sehr umständlich erklärt haben: so bedarf es wohl dessen hier nicht mehr.

114 §. Sind endlich ganze Zahlen und Brüche durch Ganze und Brüche zu multipliciren, und also beyde Faktoren vermischte Brüche: so werden, wie vorhin (113 §.), zuerst die Ganzen durch einander multiplicirt, und dann die Brüche gegenseitig heraus genommen (111 §. bis hieher). Nur ist hiebey zu merken, daß man auf einer Seite — gleichviel auf welcher — den bey den Ganzen schon befindlichen Bruch im Herausnehmen wegläßt. Wenn aber die Ganzen beym Multiplikator nur Einheiten sind: so kann man, Kürze halber, mit denselben gleich bey dem Bruche am Multiplikando zu multipliciren anfangen (239 Beysp. a), und darf dann diesen Bruch gar nicht mehr aus dem Multiplikator nehmen.

241)

a)			oder	b)		
	1				1	
$471\frac{3}{5}$ 4	2			$471\frac{3}{5}$ 4	2	
$36\frac{5}{8}$ 1				$36\frac{5}{8}$ 1		
2826				2826		
1413	40			1413	20	
$235\frac{1}{2}$	20			$235\frac{4}{5}$	16	
$58\frac{7}{8}$	35			$58\frac{19}{20}$	19	
$7\frac{13}{40}$	13			$7\frac{1}{5}$	4	
$14\frac{13}{20}$	26			$14\frac{2}{5}$	8	
$17272\frac{7}{20}$	94	$\frac{40}{2}$		$17272\frac{7}{20}$	47	$\frac{20}{2}$
	14				7	

Erklärung: Zuerst sind hier die Ganzen (471 und 36) durch einander multiplicirt; ihre Produkte aber nicht gleich addirt worden, weil noch etwas dazu kömmt: dann haben wir bey a) die $\frac{5}{8}$ aus 471 allein, und die $\frac{3}{5}$ aus $36\frac{5}{8}$ genommen; bey b) aber geschah das Gegentheil,

wir

wir nahmen nämlich die $\frac{5}{8}$ aus $471\frac{3}{5}$, und die $\frac{3}{5}$ aus 3[illegible] allein. Endlich wurden alle diese Produkte zusamme[illegible] addirt, und es kam bey a) die nämliche Summe, wi[illegible] bey b), ein Beweis, daß beyde Verfahrungsarten gan[illegible] gleichgültig sind.

242) Es sollen $83\frac{5}{12}$ durch $4\frac{9}{10}$ multiplicirt werden.

a) ist kürzer als b)

a)

		8
$83\frac{5}{12}$	$4\ \frac{9}{10}$	2
	120	2
$333\frac{2}{3}$	80	
$41\frac{17}{24}$	85	
$16\frac{41}{60}$	82	
$16\frac{41}{60}$	82	
$408\frac{89}{120}$	329	120
	89	2

b)

	8	4	
$83\frac{5}{12}$	2	1	
$4\frac{9}{10}$	2		
	120		
332	60		
$41\frac{1}{2}$	72		
$16\frac{3}{5}$	72		
$16\frac{3}{5}$	76		
$1\frac{19}{30}$	49		
$\frac{49}{120}$	329		
$408\frac{89}{120}$	89		120
			2

Erklärung: Weil die 4 beym Multiplikator nur Einhe[illegible] ten sind: so ist bey a) gleich am Bruche ($\frac{5}{12}$) zu mult[illegible] pliciren angefangen worden, und dann hat man nur no[illegible] die $\frac{9}{10}$ aus $83\frac{5}{12}$ genommen. Bey b) hingegen wurde zuerst die Ganzen allein durch einander multiplicirt, d[illegible] $\frac{9}{10}$ aus 83, und dann die $\frac{5}{12}$ aus $4\frac{9}{10}$ heraus genommen welches doch etwas weitläufiger ist. Am kürzesten hätt[illegible] sich dieses Beyspiel auf folgende Art machen lassen.

$83\frac{5}{12}$	(5	120	
$417\frac{1}{12}$		10	130
$8\frac{41}{120}$		41	41
$408\frac{89}{120}$			89

Erklärung: Man erwäge, daß $4\frac{9}{10}$ nur um $\frac{1}{10}$ weniger ist, als 5; mithin kann man $83\frac{5}{12}$ fünfmal nehmen, das heißt, mit 5 multipliciren: dann nimmt man den zehnten Theil aus dem Einfachen, und subtrahirt diesen von dem Fünffachen: so kommen wiederum $408\frac{89}{120}$ heraus, wie zuvor.

115 §. Sollte jemand die verschiedenen Verfahrungsarten für alle Fälle, wo vermischte Brüche vorkommen, nicht im Gedächtniß behalten können; der merke sich folgende **allgemeine** Vorschrift: Man richte zuerst jeden vermischten Bruch ein, multiplicire dann, als wenn es eine Zahl von Ganzen wäre, und dividire zuletzt mit jedem Nenner, womit man einen Bruch eingerichtet hat.

Wir wollen nach dieser Methode die Auflösungen des 239) 240) 241) und 242) Beyspiels zeigen.

239) $2759\frac{1}{4}$
11037 (5
55185
6) 55185
$9197\frac{1}{2}$
4) $9197\frac{1}{2}$
$2299\frac{3}{8}$

240) 34
$5\frac{3}{4}$ 23
102
68
782
4) 782
$195\frac{1}{2}$

Erklär. Bey 239) wurde das Multiplikandum ($2759\frac{1}{4}$) und bey 240) der Multiplikator ($5\frac{3}{4}$) eingerichtet; mit den herausgekommenen Zahlen wurde nun die Multiplikation vorgenommen, als wenn es Ganze wären; zuletzt aber wurde beyderseits mit dem Nenner, womit man jeden Bruch eingerichtet (nämlich mit 4) dividirt: und so ergaben sich denn auch die nämlichen Produkte, wie vorne pag. 83 und 84.

241)

mit den vorigen aber $2299\frac{3}{8}$, welches das Produkt vo[n] $\frac{5}{6}$ aus $2759\frac{1}{4}$ ist. Bey b) hat man die 5 in 3 und [2] zerlegt. Es wurde zuerst die Hälfte, und dann der drit[te] Theil aus den sämmtlichen Ganzen und ihrem Bruch ge[-]nommen, weil 3 (Sechstel) die Hälfte, und 2 (Sechstel) der dritte Theil von einem Ganzen sind. Das Einrichten wie auch zuletzt das Addiren der Brüche ist hier abermal im Sinne vorgenommen worden, weil es sehr leicht i[st] und so kam endlich auch das vorige Produkt ($2299\frac{3}{8}$) heraus.

113 §. Hat man aber ganze Zahlen durch ve[r]mischte Brüche zu multipliciren; daß also der eine Fa[k]tor eine Zahl von Ganzen, und der andere ei[n] vermischter Bruch ist: so werden zuerst die Ganz[en] allein durch einander multiplicirt, dann wird der Bruc[h] der bey dem einen Faktor steht, aus dem andern Faktor heraus genommen, wie wir im 111 §. angezeigt habe[n] und endlich werden die erhaltenen Produkte zusammen addir[t].

Z. B. 240) Es soll 34 durch $5\frac{3}{4}$ multiplicirt werden.

$$\begin{array}{rl} 34 & \\ 5\frac{3}{4} & 2 \\ \hline 170 & 1 \\ 17 & \\ 8\frac{1}{2} & \\ \hline 195\frac{1}{2} & \end{array}$$

Erklärung: Nachdem man die Ganzen durch einand[er] multiplicirt hatte, kam zum Produkt 170; nun wurd[e] die $\frac{3}{4}$ zerlegt, in 2 und 1; wegen dem Ersten dieser The[il] aus 34 die Hälfte genommen, kam 17; wegen de[m] zweyten Theil die Hälfte aus dem vorhergehenden g[e-]nommen, kam $8\frac{1}{2}$; endlich diese drey Produkte zusa[m-]men addirt, entstand das gänzliche Produkt $195\frac{1}{2}$.

Da wir dieses Verfahren in dem 237) 238) und 239) Beyspiel schon sehr umständlich erklärt haben: so bedarf es wohl dessen hier nicht mehr.

114 §. Sind endlich ganze Zahlen und Brüche durch Ganze und Brüche zu multipliciren, und also beyde Faktoren vermischte Brüche: so werden, wie vorhin (113 §.), zuerst die Ganzen durch einander multiplicirt, und dann die Brüche gegenseitig heraus genommen (111 §. bis hieher). Nur ist hiebey zu merken, daß man auf einer Seite — gleichviel auf welcher — den bey den Ganzen schon befindlichen Bruch im Herausnehmen wegläßt. Wenn aber die Ganzen beym Multiplikator nur Einheiten sind: so kann man, Kürze halber, mit denselben gleich bey dem Bruche am Multiplikando zu multipliciren anfangen (239 Beysp. a), und darf dann diesen Bruch gar nicht mehr aus dem Multiplikator nehmen.

241)

a)

		~~1~~
$471\frac{3}{5}$	~~4~~	~~2~~
$36\frac{5}{8}$	~~1~~	
2826		
1413	40	
$235\frac{1}{2}$	20	
$58\frac{7}{8}$	35	
$7\frac{13}{40}$	13	
$14\frac{13}{20}$	26	
$17272\frac{7}{20}$	94	40
	14	~~2~~

oder b)

		~~1~~
$471\frac{3}{5}$	~~4~~	~~2~~
$36\frac{5}{8}$	~~1~~	
2826		
1413	20	
$235\frac{4}{5}$	16	
$58\frac{19}{20}$	19	
$7\frac{1}{5}$	4	
$14\frac{2}{5}$	8	
$17272\frac{7}{20}$	47	20
	7	~~2~~

Erklärung: Zuerst sind hier die Ganzen (471 und 36) durch einander multiplicirt; ihre Produkte aber nicht gleich addirt worden, weil noch etwas dazu kömmt: dann haben wir bey a) die $\frac{5}{8}$ aus 471 allein, und die $\frac{3}{5}$ aus $36\frac{5}{8}$ genommen; bey b) aber geschah das Gegentheil,

wir

wir nahmen nämlich die $\frac{5}{8}$ aus $471\frac{3}{5}$, und die $\frac{3}{5}$ aus 3(
allein. Endlich wurden alle dieſe Produkte zuſamme
addirt, und es kam bey a) die nämliche Summe, wi
bey b), ein Beweis, daß beyde Verfahrungsarten gan
gleichgültig ſind.

242) Es ſollen $83\frac{5}{12}$ durch $4\frac{9}{10}$ multiplicirt werden.

a) iſt kürzer als b)

a)			
$83\frac{5}{12}$	$4\frac{9}{10}$	8 2 2	
	120		
$333\frac{2}{3}$	80		
$41\frac{17}{24}$	85		
$16\frac{41}{60}$	82		
$16\frac{41}{60}$	82		
$408\frac{89}{120}$	329	120	
	89	2	

b)			
$83\frac{5}{12}$	8 2 2	4 1	
$4\frac{9}{10}$	120		
332	60		
$41\frac{1}{2}$	72		
$16\frac{3}{5}$	72		
$16\frac{3}{5}$	76		
$1\frac{19}{30}$	49		
$\frac{49}{120}$	329		
$408\frac{89}{120}$	89	120	
		2	

Erklärung: Weil die 4 beym Multiplikator nur Einhe
ten ſind: ſo iſt bey a) gleich am Bruche ($\frac{5}{12}$) zu mult
pliciren angefangen worden, und dann hat man nur no
die $\frac{9}{10}$ aus $83\frac{5}{12}$ genommen. Bey b) hingegen wurd
zuerſt die Ganzen allein durch einander multiplicirt, d
$\frac{9}{10}$ aus 83, und dann die $\frac{5}{12}$ aus $4\frac{9}{10}$ heraus genomme
welches doch etwas weitläufiger iſt. Am kürzeſten hä
ſich dieſes Beyſpiel auf folgende Art machen laſſen.

$83\frac{5}{12}$	(5	120	
$417\frac{1}{12}$		10	130
$8\frac{41}{120}$		41	41
$408\frac{89}{120}$			89

Erklärung: Man erwäge, daß $4\frac{9}{10}$ nur um $\frac{1}{10}$ weniger ist, als 5; mithin kann man $83\frac{5}{12}$ fünfmal nehmen, das heißt, mit 5 multipliciren: dann nimmt man den zehnten Theil aus dem Einfachen, und subtrahirt diesen von dem Fünffachen: so kommen wiederum $408\frac{89}{120}$ heraus, wie zuvor.

115 §. Sollte jemand die verschiedenen Verfahrungsarten für alle Fälle, wo vermischte Brüche vorkommen, nicht im Gedächtniß behalten können; der merke sich folgende allgemeine Vorschrift: Man richte zuerst jeden vermischten Bruch ein, multiplicire dann, als wenn es eine Zahl von Ganzen wäre, und dividire zuletzt mit jedem Nenner, womit man einen Bruch eingerichtet hat.

Wir wollen nach dieser Methode die Auflösungen des 239) 240) 241) und 242) Beyspiels zeigen.

239) $2759\frac{1}{4}$
11037 (5
55185
6) 9197½
4) $2299\frac{3}{8}$

240) 34
$5\frac{3}{4}$ 23
102
68
782
4) $195\frac{1}{2}$

Erklär. Bey 239) wurde das Multiplikandum ($2759\frac{1}{4}$) und bey 240) der Multiplikator ($5\frac{3}{4}$) eingerichtet; mit den herausgekommenen Zahlen wurde nun die Multiplikation vorgenommen, als wenn es Ganze wären; zuletzt aber wurde beyderseits mit dem Nenner, womit man jeden Bruch eingerichtet (nämlich mit 4) dividirt: und so ergaben sich denn auch die nämlichen Produkte, wie vorne pag. 83 und 84.

241) $471\frac{3}{5}$ 2358
$36\frac{5}{8}$ 293

7074
21222
4716

690894
5) $138178\frac{4}{5}$ 2
8) $17272\frac{14}{40}$ $\frac{7}{20}$

242) $83\frac{5}{12}$
12

171
83

1001
$4\frac{9}{10}$ 49

9009
4004

4904|9
104
89

12
10

12|0

$408\frac{89}{120}$

Erklärung: Bey diesen beyden Beyspielen werden sowohl die Multiplikanden, als die Multiplikatoren eingerichtet; hingegen mußte aber auch, nach geschehener wirklichen Multiplikation, jedes Produkt mit beyden Nennern dividirt werden.

Man hätte auch bey 241) die Nenner 5 und 8 durch einander multipliciren, und dann mit 40 in 690894 dividiren können, wie bey 242) mit 12 und 10 geschehen, welches etwas kürzer ist.

Aufgaben zur Uebung.

243) $\frac{7}{10}$ sollen durch $\frac{3}{8}$ multiplicirt werden.
244) $336\frac{15}{16}$ — — $5\frac{1}{3}$ — — —
245) $37\frac{3}{4}$ — — $\frac{3}{5}$ — — —
246) 92 — — $2\frac{9}{10}$ — — —
247) $81\frac{1}{4}$ — — 9 — — —
248) $\frac{5}{34}$ — — 6 — — —
249) $\frac{5}{6}$ — — $\frac{2}{3}$ — — —
250) $\frac{3}{5}$ — — 3 — — —
251) $8\frac{11}{12}$ — — $\frac{7}{10}$ — — —
252) 48 — — $\frac{7}{12}$ — — —

253) $352\frac{2}{3}$ sollen durch 28 multiplicirt werden.
254) $\frac{3}{32}$ — — 8 — — —
255) $44\frac{13}{16}$ — — $4\frac{5}{12}$ — — —
256) 420 — — $7\frac{11}{16}$ — — —
257) $43\frac{4}{5}$ — — $16\frac{7}{8}$ — — —
258) 153 — — $\frac{5}{8}$ — — —
259) $135\frac{3}{8}$ — — $110\frac{5}{6}$ — — —

Division der Brüche.

116 §.

Auch hier ist nebst demjenigen, was von der Division ganzer Zahlen (im 60 und 61 §.) gesagt wurde, noch zu merken, daß die Brüche auf zweyerley Arten dividirt werden können: nämlich

Erstens, daß in den Zähler, oder mit dem Zähler dividirt wird, und

Zweytens, daß der Nenner, oder durch den Nenner multiplicirt wird.

Das Erste soll man jedoch nur dann thun, wenn die Division ohne Rest aufgeht; sonst fällt die Operation allzu weitläufig und beschwerlich aus. Da aber jener Fall (daß die Division gerade aufgeht) nur höchst selten eintritt: so werden wir uns meistens des zweyten bedienen. Allein, es giebt hier der unterschiedlichen Fälle beynahe so viele, als bey der Multiplikation; daher wollen wir sie auch alle nach der Ordnung anführen.

117 §. Wenn mit einem ächten Bruche in einen ächten Bruch zu dividiren ist: so soll mit dem Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendums;

und

und dann mit dem Nenner des Divisors in den Nenner des Dividendums dividirt werden; gehen aber diese nicht in einander auf, welches fast immer geschieht: so wird der Nenner des Divisors durch den Zähler des Dividendums, dann der Zähler des Divisors durch den Nenner des Dividendums multiplicirt. In beyden Fällen entsteht aus der ersten Operation der neue Zähler, und aus der zweyten der neue Nenner.

Z. B. 260) Aufgabe: Mit $\frac{4}{5}$ soll in $\frac{3}{8}$ dividirt werden.

Aufl. $\frac{4}{5}\ \frac{3}{8}$ mal $5 = 4$ ist $\frac{15}{32}$

Erklärung: 4 geht in 3 gar nicht, und 5 in 8 nicht ohne Rest auf; es muß also hier die Division durch die Multiplikation verrichtet werden, und zwar übers Kreuz, bey dem Nenner des Divisors angefangen. Ich sage nämlich: „3mal 5 ist 15", dieß ist der neue Zähler. Dann: „8mal vier ist 32", dieß ist der neue Nenner; folglich heißt der Quotient $\frac{15}{32}$.

Anmerkung: Man muß vor allem stets sorgfältig untersuchen, welcher von den beyden Brüchen der Divisor, und welcher das Dividendum seyn soll? denn so wenig es gleichgültig ist, ob ich sage: $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{8}$ oder $\frac{3}{8}$ in $\frac{4}{5}$, eben so wenig ist es gleichgültig, ob ich untersuchen soll: wie oft $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{8}$, oder $\frac{3}{8}$ in $\frac{4}{5}$ enthalten ist. Das Letzte giebt einen ganz andern Quotienten, wie wir sogleich sehen werden:

$\frac{3}{8}\ \frac{4}{5}$ mal $8 = 3$ ist $\frac{32}{15}$ oder $2\frac{2}{15}$.

Um hierinn allen Irrthum zu vermeiden, werden wir auch in der Folge allezeit den Divisor vor das Dividendum setzen; wenn wir aber diese Rechnungsart einst auf wirkliche Fälle anzuwenden haben, wollen wir hiezu schon besondere Anleitung geben.

261) Mit $\frac{3}{4}$ soll in $\frac{15}{32}$ dividirt werden.

a) anstatt b)

$\frac{3}{4}$ in $\frac{15}{32}$ geht $\frac{5}{8}$ mal $\frac{3}{4} \times \frac{15}{32}$ $\frac{60}{96} \overset{12}{\smile} \frac{5}{8}$

Erklärung: Hier geht sowohl 3 in 15, als 4 in 32 ohne Rest auf; es ist also kürzer, wenn man Zähler in Zähler, und Nenner in Nenner dividirt, anstatt daß man übers Kreuz multiplicirt, wie es bey b) geschah. Nur Schade, daß sich jenes, wie gesagt, höchst selten thun läßt.

118 §. Hat man mit einer ganzen Zahl in einen ächten Bruch zu dividiren, und es geht der Divisor in dem Zähler des Bruchs auf: so dividirt man wirklich, und dann bleibt der Nenner der nämliche, wie zuvor. Geht aber die Division nicht auf: so setzt man den nämlichen Zähler wieder an, und der Nenner wird durch die Zahl multiplicirt, mit welcher man den Bruch dividiren soll.

Z. B. 262) Man soll mit 7 in $\frac{14}{15}$ dividiren.

263) Oder mit 4 in $\frac{11}{12}$.

262) 7 in $\frac{14}{15}$ geht $\frac{2}{15}$ mal bleibt

263) 4 in $\frac{11}{12}$ geht nicht, bleibt 11 mal 12 ist . . $\frac{11}{48}$

Erklärung: Weil bey 262) 7 in 14 aufgeht: so wird wirklich dividirt, und geht 2mal, dieß wird der Zähler; der Nenner aber bleibt der vorige: 15. Folglich heißt der Quotient $\frac{2}{15}$. Hingegen bey 263) geht 4 in 11 nicht auf, darum bleibt 11 der Zähler, und ich multiplicire den Nenner (12) durch den Divisor (4), giebt 48, und zum Quotient $\frac{11}{48}$.

119 §. Ist aber mit einer ganzen Zahl in einen vermischten Bruch zu dividiren: so dividirt man zuerst in die Ganzen, als ob gar kein Bruch dabey wäre; aus dem Reste wird dann ein Bruchsbruch (91 §.), und dieser wird eingerichtet, wie wir schon (im 92 §.) gezeigt haben.

Z. B. 264) Mit 8 soll in $368\frac{3}{5}$ dividirt werden.

265) Es sollen $893\frac{1}{6}$ in 23 getheilt werden.

264) $\frac{8}{46\frac{3}{40}}$ $368\frac{3}{5}$
48
$0\ \frac{3}{5}$
$\frac{\frac{3}{5}}{8}$ $\frac{3}{40}$

265) $\frac{23}{38\frac{5}{6}}$ $893\frac{1}{6}$
203 23
$\frac{19\frac{1}{6}}{23}$ $\frac{115}{138}$ $\frac{5}{6}$

Erklärung: Nachdem hier beyderseits die Ganzen, wie sonst, in einander dividirt waren, blieben bey 264) nichts als $\frac{3}{5}$, und bey 265) $19\frac{1}{6}$ zu Resten, daraus entstanden die Bruchsbrüche $\frac{\frac{3}{5}}{8}$ und $\frac{19\frac{1}{6}}{23}$. Beyde eingerichtet, den Letzten auch abgekürzt, und das Herausgekommene zu den Quotienten in Ganzen gesetzt; kam bey einem $46\frac{3}{40}$, und beym andern $38\frac{5}{6}$ heraus.

120 §. Soll mit einem ächten Bruche in eine Zahl von Ganzen, oder auch in einen vermischten Bruch dividirt werden: so multiplicirt man zuerst das Dividendum durch den Nenner des Divisors, und dividirt dann dieses Produkt mit dem Zähler des Divisors.

Z. B. 266) Mit $\frac{5}{8}$ soll in 453 dividirt werden.

267) Man soll mit $\frac{2}{3}$ in $27\frac{1}{5}$ dividiren.

266)

266) 453
8
———
$\frac{5}{724\frac{4}{5}}$ 3624
12
24
4

267) $27\frac{1}{5}$ (3
$\frac{2}{40\frac{4}{5}}$ $81\frac{3}{5}$
$\frac{1\frac{3}{5}}{2}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{4}{5}$

Erklär. Nachdem die beyden Dividenden (453 und $27\frac{1}{5}$) durch die Nenner ihrer Divisoren (8 und 3) multiplicirt waren, wurden diese Produkte (3624 und $81\frac{3}{5}$) mit den Zählern ihrer Divisoren (5 und 2) dividirt, und so kamen, nachdem bey 267) der Bruchsbruch $\frac{1\frac{3}{5}}{2}$ eingerichtet und abgekürzt war, die beyden Quotienten $724\frac{4}{5}$ und $40\frac{4}{5}$ heraus.

121 §. Wenn endlich mit einem vermischten Bruche in ganze Zahlen, oder auch in einen vermischten Bruch dividirt werden soll: so muß allezeit zuerst der Divisor eingerichtet, durch den Nenner desselben das Dividendum multiplicirt; und dann wie sonst dividirt werden.

Z. B. 268) Es soll mit $38\frac{5}{12}$ in 1097 dividirt werden.

269) Mit $8\frac{1}{3}$ in $241\frac{7}{8}$.

268) $38\frac{5}{12}$ 1097
12 12
——— ———
81 2194
38 1097
——— ———
461 13164
$28\frac{256}{461}$ 3944
256

269) $8\frac{1}{3}$ $241\frac{7}{8}$ (3
$\frac{25}{29\frac{1}{40}}$ $725\frac{5}{8}$
225
00
$\frac{\frac{5}{8}}{25}$ $\frac{5}{200}$ $\frac{1}{40}$

Erklärung. Bey 268) ist zuerst der Divisor ($38\frac{5}{12}$) eingerichtet, dann das Dividendum (1097) durch den Nenner (12) multiplicirt; und endlich mit 461 in 13164 divi-

dividirt worden: so entstand der Quotient $28\frac{256}{461}$. Auf gleiche Weise verfuhr man bey 269); nur war hier zuletzt noch der Bruchsbruch $\frac{\frac{5}{8}}{25}$ einzurichten und abzukürzen, da kam $29\frac{1}{40}$ heraus.

Aufgaben zur Uebung.

270)	Mit	$\frac{5}{6}$	soll in	$\frac{7}{9}$	dividirt	werden.
271)	—	3	—	$\frac{7}{8}$	—	—
272)	—	$\frac{11}{12}$	—	$1647\frac{1}{4}$	—	—
273)	—	$2\frac{5}{8}$	—	$29\frac{2}{5}$	—	—
274)	—	36	—	$53\frac{4}{5}$	—	—
275)	—	$\frac{3}{4}$	—	95	—	—
276)	—	$\frac{2}{5}$	—	$\frac{4}{15}$	—	—
277)	—	19	—	$\frac{247}{250}$	—	—
278)	—	$31\frac{3}{7}$	—	$243\frac{1}{3}$	—	—
279)	—	$\frac{3}{8}$	—	$57\frac{3}{5}$	—	—
280)	—	$8\frac{1}{2}$	—	$144\frac{1}{2}$	—	—
281)	—	$\frac{7}{10}$	—	105	—	—
282)	—	4	—	$\frac{9}{10}$	—	—
283)	—	5	—	$266\frac{2}{3}$	—	—
284)	—	$7\frac{5}{6}$	—	$16\frac{7}{12}$	—	—

Proben über die vier Spezies in Brüchen.

122 §. Was wir über die Probe bey den ganzen Zahlen (vom 39 bis 41 §.) gesagt, und wie dieselbe über die Subtraktion, Multiplikation und Division gemacht werden soll (im 49, 59 und 70 §.) gezeigt haben, gilt auch hier; wir dürfen also nur noch die Probe der Addition nachholen, von den Uebrigen aber nichts als die Anwendung in Beyspielen zeigen.

123 §.

123 §. Wenn man über die Addition die Probe durch die Subtraktion machen will: so wird von den Zahlen oder Brüchen, die man vorher addirt hat, Eine — es ist gleichgültig welche? — ausgelassen, die Uebrigen werden nochmals addirt, und ihre Summe von der zuvor herausgekommenen abgezogen: so muß der Rest der weggelassenen Zahl ganz gleich seyn.

Wir wollen die Probe über das 207) Beysp. machen:

	6	
$14\frac{1}{3}$	2	
$26\frac{1}{2}$	3	
$8\frac{2}{3}$	4	
$(19\frac{1}{6})$		
$7\frac{5}{6}$	5	
$12\frac{2}{3}$	4	
$13\frac{1}{6}$	1	
$22\frac{1}{2}$	3	
$105\frac{2}{3}$	22	6 / 4
	4 / 6	

		6
Die vorige Summe war	$124\frac{5}{6}$	5
die jetzige ist	$105\frac{2}{3}$	4
bleibt zum Rest	$19\frac{1}{6}$	1

welches der weggelassenen Zahl ganz gleich ist.

Erklärung: Von diesen Zahlen hätte was immer für eine oder auch ein Bruch allein ausgelassen werden können; wir haben hier $19\frac{1}{6}$ dazu erwählt. Die Uebrigen wurden nochmals zusammen addirt, kam zur Summe $105\frac{2}{3}$, diese von den vorigen $124\frac{5}{6}$ abgezogen, blieben die weggelassenen $19\frac{1}{6}$ zum Rest.

Pro-

Probe über die Subtraktion, nach den Beyspielen 222) und 224).

222) 6 (above)

$\frac{1}{3}$ 2
$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$
$\frac{5}{6}$

224) 24 (above)

$4\frac{5}{6}$ 20
$4\frac{19}{24}$ 19
$9\frac{5}{8}$ 39 $\frac{24}{1}$
15
24

Erklärung: Hier muß der in der Subtraktion herausgekommene Rest, und der kleinere Subtrahent zusammen addirt werden: so wird die Summe dem größern Subtrahenten gleich seyn. (S. 49 §.)

Ueber die Multiplikation, nach den Beyspielen 233) 234) 235) 238) 240) und 241).

233) $\frac{4}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{35}{40}$ 5 (above) $\frac{7}{8}$

234) 3 $\frac{15}{16}$ $\frac{5}{16}$

235) $\frac{7}{12}$ $5\frac{1}{4}$
12
60
3
63
$\frac{7}{9}$ 0

238) $\frac{11}{12}$ 803
12
1606
803
9636
$\frac{11}{876}$ 83
66
0

240) $\frac{34}{5\frac{3}{4}}$ $195\frac{1}{2}$
$25\frac{1}{2}$
34
$\frac{51}{68}$ 17 (above) $\frac{3}{4}$

241) $36\frac{5}{8}$ $\frac{17272\frac{7}{20}}{138178\frac{4}{5}}$(8

$$\begin{array}{r} 293 \\ \hline 471\frac{3}{5} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2097 \\ 0468 \\ 175\frac{4}{5} \\ \hline 293 \end{array} =$$

$$= \frac{175\frac{4}{5}}{293} \quad \frac{879}{1465} \quad 293 \quad \frac{3}{5}$$

Erklärung: Weil hier das Produkt mit einem der beyden Faktoren dividirt werden muß (59 §.), und weil es gleichgültig ist, mit welchem solches geschieht: so haben wir bey 233) 235) und 240) das vorige Multiplikandum; bey 234) 238) und 241) aber den vorigen Multiplikator zum Divisor genommen, und es kam überall der andere Faktor heraus, welches auch geschehen wäre, wenn wir umgekehrt verfahren hätten.

Ueber die Division, nach den Beyspielen: 261) 263) 265) 266) und 268).

261) $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{15}{32}$ 263) $\frac{11}{48}$ $\frac{48}{11}$(4 $\frac{11}{12}$

265) $38\frac{5}{6}$ $\frac{3}{2}$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \hline 114 \\ 76 \\ 11\frac{1}{2} \\ 7\frac{2}{3} \\ \hline 893\frac{1}{6} \end{array}$$

266) $724\frac{4}{5}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{4}{1}$

$$\begin{array}{r} 362\frac{2}{5} \\ 90\frac{3}{5} \\ \hline 453 \end{array}$$

Bayerische
Staatsbibliothek
München

268) A

$38\frac{5}{12}$ $\frac{4}{x}$
$28\frac{256}{461}$

304
76
a) $21\frac{47}{461}$
$9\frac{239}{461}$ (b
$2\frac{175}{461}$ (c

1097 (d

B

$38\frac{5}{12}$
12

81
38

461
28

3688
922
256

13164 | $\frac{12}{1097}$
116
084
00

Nebendoperationen zu A.

a) 256
38

2048
768

9728 | $\frac{461}{21}$
508
47

b) 461
256

717
3) 239

c) 461
239

700
4) 175

d) 461
000

$\frac{461}{x}$

Erklärung: Bey dieser Probe müßen Quotient und Divisor durch einander multiplicirt werden (70 §.); ein Rest ist aber hier nie dazu zu addiren, weil zuvor allzeit gleich ein Bruch daraus gemacht wird: das Produkt muß sodann dem vorigen Dividend gleich seyn. Wie übrigens hiebey zu verfahren ist, wird aus der **Multiplikation der Brüche**, und den vorstehenden Beyspie-

Bayerische Staatsbibliothek München

spielen leicht abzunehmen seyn; nur über die zwey Verfahrungsarten bey 268) A und B möchte Mancher noch einen Skrupel haben, und ich will gerne mein Möglichstes thun, ihm solchen zu benehmen.

Bey A sollten (nach dem 114 §.) sobald die Ganzen durch einander multiplicirt sind, die Brüche gegenseitig herausgenommen werden; weil sich aber der Bruch $\frac{256}{461}$ nicht wohl in einzelne Theile seines Ganzen zerlegen läßt: so blieb es bey der alten Regel (109 §. verglichen mit dem 111 §.); es wurden nämlich in der Nebenoperation a) die Ganzen (38) durch den Zähler (256) multiplicirt, und mit dem Nenner (461) dividirt; da kamen die $21\frac{47}{461}$ heraus, die man dann unter die Produkte der Ganzen gesetzt hat. Der andere Bruch ($\frac{5}{12}$) wurde zerlegt (in 4 und 1), und aus $28\frac{256}{461}$ herausgenommen; wie die überbleibenden Ganzen und Brüche eingerichtet, und gleichfalls dividirt wurden, zeigen die Nebenoperationen b) und c). Endlich wurden die drey herausgekommenen Brüche addirt; ihre Summe bey d) macht gerade ein Ganzes aus, dieses hat man mit den übrigen Ganzen zusammen gezählt, und so kam 1097.

Bey B sind (nach dem 115 §.) die beyden vermischten Brüche eingerichtet worden; weil aber hier zweymal durch 461 multiplicirt, und dann wieder mit 461 dividirt werden sollte: so hat man das zweytemal zu multipliciren unterlassen, und durfte dagegen auch nur noch mit 12 dividiren, wodurch das Nämliche herauskam, wie bey A.

Von der Praktik überhaupt.

Einleitung.

124 §.

Unter Praktik wird hier die Auflösung der gewöhnlichsten Rechnungsvorfälle durch verschiedene Vortheil verstanden; es enthält also das Folgende nichts, als di kürzeste Anwendung von den einfachen Veränderungsarte der Zahlen (oder den vier Spezien) auf wirkliche Fälle.

125 §. Es sind nur zwey Veränderungen de Zahlen möglich; denn entweder müßen sie vermehret oder sie müßen vermindert werden. Jede dieser Ve änderungen kann aber auf zweyerley Arten bewerkste ligt werden; denn ich kann eine Zahl vermehren, wen ich eine oder mehrere Zahlen zu jener hinzu zähle; als durch die Addition: oder wenn ich sie einigemal z sich selbst zähle; also durch die Multiplikation hingegen kann ich eine Zahl vermindern, wenn ich ein andere entweder einmal von jener wegziehe; also durc die Subtraktion: oder wenn ich sie einigemal vo jener wegziehe; also durch die Division.

126 §. Man muß demnach sorgfältig untersuche ob eine Vermehrung oder eine Verminderung und ob jene durch die Addition oder durch die Multipl kation, und diese durch die Subtraktion oder durch d Division vorgenommen werden müße.

An

Auf dieser Untersuchung beruhet die ganze praktische oder angewandte Arithmetik, und wer dieses nicht verfehlt, der kann alles Mögliche rechnen. In ganz einfachen Fällen sind die vier Veränderungsarten leicht abzunehmen; in den mehr verwickelten aber gebe man nur auf die verschiedenen Verhältnisse Acht, von denen ich sogleich ausführlicher handeln will.

Von den Verhältnissen und ihren Bestandtheilen.

127 §. Ein jedes Verhältniß besteht aus zwey Zahlen, die in so genauer Verbindung mit einander stehen, daß man keine davon vermehren oder vermindern könnte, ohne daß die andere auch, und zwar in gleichem Maaße vermehrt oder vermindert werden müßte.

128 §. Wenn die Vermehrung der einen Zahl eine Vermehrung der andern, oder die Verminderung der einen eine Verminderung der andern zur Folge hat: so stehen beyde Zahlen mit einander im geraden Verhältnisse.

129 §. Würde hingegen durch die Vermehrung der einen Zahl die andere vermindert, oder durch die Verminderung der einen die andere vermehrt: so stehen sie mit einander im umgekehrten Verhältnisse.

130 §. Muß hiebey die Vermehrung durch die Addition, und die Verminderung durch die Subtraktion vor sich gehen: so ist es ein arithmetisches Verhältniß.

131 §. Geschieht aber die Vermehrung durch die Multiplikation, und die Verminderung durch die Division: so ist es ein geometrisches Verhältniß.

Da-

Da sowohl das umgekehrte als das arithmetische Verhältniß hier noch nicht vorkömmt: so geschieht auch dermal keine Erwähnung mehr davon; dafür bitten wir aber, dem geraden geometrischen desto mehr Aufmerksamkeit zu schenken; da selbes in der Praktik die häufigste Anwendung findet, und deshalb wohl auch das praktische Verhältniß genannt werden könnte.

132 §. Von den zwey Zahlen, woraus jedes Verhältniß besteht, heißt die eine das erste Glied, und die andere das zweyte Glied. Welches von beyden das erste und welches das zweyte Glied seyn soll, ist, so lange ein Verhältniß für sich allein steht, willkührlich.

133 §. Sind beyde Glieder durch gewisse Zahlen (wozu auch die Einheit zu rechnen) bestimmt: so hat man ein bekanntes Verhältniß.

134 §. Ist aber nur ein Glied durch eine Zahl (oder die Einheit) bestimmt, und das andere ist es nicht, sondern erst noch der Frage unterworfen: so hat man ein unbekanntes Verhältniß, und das durch Zahl oder Einheit, bestimmte Glied desselben, wird der Fragesatz genannt.

135 §. Wenn man das unbekannte Verhältniß suchen, oder vielmehr in ein bekanntes umschaffen will: so ist wenigstens ein bekanntes Verhältniß hiezu erfoderlich, und dieses muß mit jenem von gleicher Art seyn.

136 §. Es kann aber ein Verhältniß, außer den bisher angezeigten Verschiedenheiten, auch noch entweder durch bloße Zahlen bestimmt seyn, die außer ihrem an-

genom-

genommenen Werthe weiter keine Bedeutung haben, das heißt, die mir blos anzeigen wie viel; aber nicht was für Dinge darunter zu verstehen sind. In diesem Falle ist es ein unbenanntes Verhältniß, wovon wir hier gleichfalls wenig oder gar keinen Gebrauch machen werden.

137 §. Oder es kann auch nebst den Zahlen die Art der Dinge bestimmt seyn, mit denen man es zu thun hat, und in diesem Falle ist es ein benanntes Verhältniß, wie alle in der Folge vorkommenden seyn werden.

138 §. Nun sind auch die Dinge, ihrer Art nach, näher oder entfernter mit einander verwandt, das heißt: sie haben mehr oder weniger Eigenschaften mit einander gemein. Die Grade dieser Entfernung oder Verschiedenheit wollen wir durch die Ausdrücke: Gattung, Art und Ordnung; die völlige Gleichheit aber, wobey nur die Zahl verschieden seyn darf, durch die Worte: gleiche Benennung, anzeigen.

139 §. Alle Zahlen, benannte wie unbenannte, haben mit einander gemein, daß sie eine bestimmte Menge (Quantität oder Größe) ausdrücken, daß sie sich vermehren und vermindern lassen u. s. w.; folglich gehören sie, als Größen betrachtet, alle zu einer Gattung; doch das ist die weiteste Verwandtschaft. Näher sind sie verwandt, wenn sie nach ihrer Benennung etwas mit einander gemein haben; aber dennoch ein Unterschied wahrgenommen wird, wenn man auch nicht auf ihre Quantität sieht: auch diese gehören noch immer zu einer Gattung.

140 §. Fällt hingegen dieser Unterschied weg, und ihre Benennung zeigt an, daß sie Alles mit einander gemein haben, nur die Quantität nicht: so gehören sie zu einerley Art.

141 §. Drückt die Benennung auch noch einerley Quantität aus: so gehören sie zu der nämlichen Ordnung. Es giebt aber Größen, die in eine gewisse Anzahl kleinerer Größen, und diese wieder in noch kleiner abgetheilt zu werden pflegen. Jene wollen wir Größen der ersten Ordnung, und ihre untergeordneten Größen der zweyten, dritten Ordnung u. s. w. nennen.

142 §. Soll also das bekannte Verhältniß mit dem unbekannten von gleicher Art seyn: so müssen sie entweder alle beyde unbenannt, oder alle beyde benannt seyn; und im letzten Falle muß das erste Glied des einen mit dem ersten Gliede des andern, und das zweyte Glied des einen mit dem zweyten Gliede des andern von gleicher Benennung seyn.

143 §. Befinden sich bey einem dieser Glieder Größen von verschiedenen Ordnungen, die wir vermischte Größen nennen werden: so ist es genug, wenn nur die Größen der ersten Ordnung bey demselben mit jenen, bey dem andern Gliede, überein kommen.

144 §. Herrscht irgend ein Unterschied zwischen den Verhältnissen, oder denjenigen Gliedern derselben, die mit einander harmoniren sollen: so muß erst die völlige

Gleich-

Gleichheit unter ihnen hergestellt werden, ehe man sich der Verhältnisse so bedienen kann, wie nun bald gewiesen werden wird.

145 §. Ist das bekannte Verhältniß dem unbekannten, das ich durch jenes suchen soll, oder sind vielmehr die beyden ersten Glieder, wie auch die beyden zweyten Glieder derselben einander schon vollkommen gleich (142 §.); oder es wird durch bloße Multiplikationen und Divisionen, nach den (im 58 und 69 §.) angezeigten Vortheilen, jene Gleichheit nach und nach hergestellt, und endlich das Verlangte selbst gefunden: so nennt man diese Verfahrungsart: die wälsche Praktik.

146 §. Werden aber alle die Verhältnisse, welche zu Herstellung jener Gleichheit, und um das unbekannte Verhältniß zu finden, erfoderlich wären, auf einmal, jedoch in einer solchen Ordnung angesetzt, daß sie wie Glieder einer Kette zusammen hängen: so nennt man diese Verfahrungsart: die Kettenpraktik.

Die wälsche Praktik.

147 §.

In dieser wird, wie aus dem vorstehenden 145 §. erhellet, das Verlangte blos durch abgekürztes Multipliciren oder Dividiren, oder auch durch Beydes zugleich gefunden. Wann jedes von diesen vorzunehmen ist, wird aus den verschiedenen Fällen, die wir in der Folge nach der Ordnung aufführen, und den Regeln, die wir darüber geben werden, leicht abzunehmen seyn.

148 §. Da hier von lauter solchen Fällen, die in der Handlung vorkommen können, die Rede seyn (124 §.), wobey man mit lauter benannten Zahlen (137 §.) zu thun haben wird: so ist, in Rücksicht der einfachen Operationen, nur darauf zu sehen, ob sich unter denselben untergeordnete, wie auch vermischte Größen befinden, oder nicht.

149 §. In diesem Falle, wenn sich nämlich unter den gegebenen bekannten und benannten Zahlen weder untergeordnete, noch vermischte Größen befinden, ist nichts anders zu beobachten, als was von den vier Spezien in ganzen Zahlen (vom 33 bis 70 §.) gelehret worden. Nur daß man der herausgekommenen Zahl dann diejenige Benennung beylegt, die die Frage mit sich bringt.

150 §. Finden sich aber untergeordnete (141 §.) oder vermischte Größen (143 §.) vor: so wird damit

gera

gerade so verfahren, wie wir bey den gebrochenen Zahlen (von 97 bis 123 §.) gezeigt haben, weswegen wir denn auch keine besondere Anleitung hiezu geben, sondern blos, wo es nöthig ist, auf die Regeln von den Brüchen hinweisen werden.

Von dem vorigen, im 149 §. angezeigten, Falle finden wir nicht einmal nöthig, ein Beyspiel zu geben; denn nebst dem, daß derselbe höchst selten vorkömmt, und daß Alles, was man hiebey zu beobachten hat, in den vier Spezien mit ganzen Zahlen schon angezeigt ist: so wird sich Jeder dabey desto leichter zu helfen wissen, der die folgenden Aufgaben zu lösen weiß, und zu diesem Behufe die vorangeschickten Regeln wohl gefaßt hat.

151 §. Macht in einem geraden, bekannten Verhältnisse die Zahl 1 allein dasjenige Glied aus, welches mit dem Fragesatz im unbekannten Verhältnisse gleiche Benennung hat, und es kömmt zugleich das andere Glied von jenem Verhältnisse mit dem unbestimmten (134 §.) von diesem in der Benennung überein: so dürfen nur diese zwey letzten Glieder durch einander multiplicirt werden, welches zumal dann sehr kurz und leicht gemacht werden kann, wenn sich der Multiplikator nicht über 9, oder höchstens auf 10 beläuft.

Z.B. 285) **Aufgabe**: Wenn 1 Elle 2 fl. 14 kr. kostet, was kosten alsdann 3 Ellen?

Ehe wir zu der Auflösung selbst schreiten, wollen wir dieses Beyspiel mit den vorangeschickten Lehren von den Verhältnissen 2c. in Vergleichung stellen:

I. 1 Elle kostet 2 fl. 14 kr.

II. Was kosten 3 Ellen?

Dieses sind zwey Verhältnisse, weil die Zahlen bey jedem in so genauer Verbindung mit einander stehen, daß

daß keine ohne die andere vermehrt oder vermindert werden könnte (127 §.). Sie stehen mit einander im geraden Verhältnisse, weil die Vermehrung der einen die Vermehrung der andern, und die Verminderung der einen die Verminderung der andern zur nothwendigen Folge haben würde (128 §.). Auch sind beyde geometrische Verhältnisse, weil die Vermehrung durch die Multiplikation, und die Verminderung durch die Division geschehen müßte (131 §.). Das I. ist ein bekanntes Verhältniß, weil seine beyden Glieder (1 Elle) und (2 fl. 14 kr.) durch gewisse Zahlen bestimmt sind (133 §.). Das II. aber ist ein unbekanntes Verhältniß, weil nur ein Glied desselben (3 Ellen) durch eine Zahl bestimmt ist, und das andere (was, oder eigentlich wie viel fl.?) ist es nicht, sondern erst noch der Frage unterworfen. Das bestimmte Glied (3 Ellen) heißt der Fragesatz (134 §.). Ferners sind beyde benannte Verhältnisse, weil nebst den Zahlen auch die Art der Dinge bestimmt ist, womit man es zu thun hat (137 §.), nämlich mit Ellen, Gulden und Kreuzern. Nun gehören die im I. und II. Verhältnisse gegebenen Ellen, nicht allein als Längenmaaß überhaupt betrachtet, zu einer Gattung (139 §.); sondern weil keine andere Verschiedenheit, als ihre Quantität, angegeben ist: so gehören sie auch zu einerley Art (140 §.); und endlich weil die Benennung keine Verschiedenheit der Quantität bezeichnet: so sind sie von der nämlichen Ordnung (141 §.). Eben so verhält es sich andererseits mit den Gulden; nur daß im II. Verhältniß die Zahl derselben nicht angegeben ist, weil sie erst gesucht werden muß. Aber bey den Gulden im I. Verhältniß befinden sich auch Kreuzer; jene sind also Größen der ersten Ordnung, und diese Größen der zweyten Ordnung (141 §.). Daß sich hier vermischte Größen vorfinden, und dort nicht, das macht keine Ungleichheit, weil nur die Größen der ersten Ordnung mit ein-

einander übereins kommen dürfen (143 §.). Da nun weder in den Verhältnissen, noch in den entgegenstehenden Gliedern derselben ein Unterschied herrscht: so ist auch keine Gleichheit herzustellen (144 §.), und da im I. Verhältniß dasjenige Glied, welches mit dem Fragesatz im II. gleiche Benennung hat (1 Elle), aus der Einheit allein besteht, wie auch zu gleicher Zeit das andere Glied im I. (2 fl. 14 kr.) mit dem unbestimmten im II. (wie viel fl.) in der Benennung überein kommt: so dürfen nur die zwey letzten Glieder durch einander multiplicirt werden (151 §.). Daß man hier die zwey bestimmten Glieder (2 fl. 14 kr.) und (3 Ellen) meynt, versteht sich wohl von selbst; denn ein unbestimmtes kann man ja nicht multipliciren.

Wir können nicht läugnen, daß es so vieler Erörterung nicht bedurft hätte, um einem Jeden begreiflich zu machen, daß 3 Ellen gerade dreymal so viel kosten müßen, als 1 Elle; und daß folglich in dem vorstehenden 285) Beyspiele die 2 fl. 14 kr. nur durch 3 multiplicirt werden dürfen: allein es war hier darum zu thun, die vorausgeschickten Lehren von den Verhältnissen, so viel möglich, durch ein Beyspiel zu erläutern, und hiezu wählten wir, aus Gründen, gerne das Erste und Einfachste dieser Art. Wer eben das auch auf die folgenden Beyspiele anwenden will, der wird sich keiner unfruchtbaren Bemühung unterziehen.

Nun folgt die

Auflösung: $\dfrac{2 \,:\, 14}{6 \,:\, 42}$ (3

Erklärung: Da hier vermischte Größen (2 fl. 14 kr.) zu multipliciren sind: so darf nur so wie bey den Brüchen verfahren werden (150 §.). Die gegebenen Kreuzer (14) stellen nämlich den Zähler vor, und 60 den Nenner, weil der Gulden sechzig Kreuzer hat; hier wird aber weder der Nenner angesetzt, noch der Bruch abgekürzt; sondern zuerst die Kreuzer mit 3 multipli-

plicirt, kommen 42, und weil diese noch kein Ganzes (keinen Gulden) ausmachten: so durften sie gleich ganz angesetzt, und dann nur die 2 fl. noch mit 3 multiplicirt werden: so kam endlich die Antwort: 6 fl. 42 kr. Jetzt ist das unbekannte Verhältniß gefunden, oder in ein bekanntes umgeschaffen; denn man weiß nun, daß 3 Ellen 6 fl. 42 kr. kosten.

152 §. Macht aber die Zahl 1 den Fragesatz, oder auch das andere Glied im bekannten Verhältnisse aus: so darf nur mit demjenigen Gliede, welches in der Benennung dem Fragesatz gleichkömmt, in dasjenige Glied, welches nicht aus der Einheit allein besteht, dividirt werden.

Wir können diese Regel gleich auf das vorige 285) Beyspiel anwenden. Da haben wir zwar nun zwey bekannte Verhältnisse, nämlich:

I. 1 Elle kostet 2 fl. 14 kr.
II. 3 Ellen kosten 6 — 42 — } oder wenn man

sie versetzt { I. Um 2 fl. 14 kr. bekomme ich 1 Elle
II. = 6 — 42 — = = = 3 Ellen;

wir dürfen aber nur annehmen, es sey uns eines von den drey vormals bekannten Gliedern unbekannt: so haben wir wiederum nur ein bekanntes und ein unbekanntes Verhältniß. Die übrigen Umstände bleiben natürlicherweise auch die nämlichen, wie zuvor.

Z. B. Wir nehmen an, es sey uns unbekannt: Was 1 Elle koste, wenn 3 Ellen 6 fl. 42 kr. kosten: so haben wir

I. das bekannte Verhältniß: 3 Ellen kosten 6 fl. 42 kr. und

II. das unbekannte: Wie viel fl. kostet 1 Elle?

Weil

Weil nun die Zahl 1 den ganzen Fragesatz ausmacht: so muß mit 3 (Ellen), welches allein in der Benennung dem Fragesatz gleichkömmt, in das noch übrige Glied (6 fl. 42 kr.) dividirt werden, wie folgt:

$$3)\frac{6 : 42}{2 : 14}$$

Erklärung: Es wurde hier durch den IIten Vortheil (69 §.) dividirt; indem man bey den Gulden angefangen, und dann, weil kein Rest geblieben, die Kreuzer auf gleiche Weise dividirt hat. So kam uns denn auch wieder heraus, daß 1 Elle 2 fl. 14 kr. kostet.

Wir hätten auch annehmen können, es sey uns unbekannt: Wie viel Ellen man um 6 fl. 42 kr. bekomme, wenn man um 2 fl. 14 kr. 1 Elle bekömmt: so heißt das bekannte Verhältniß:

Um 2 fl. 14 kr. bekomme ich 1 Elle;

das unbekannte:

Wie viel Ellen bekomme ich um 6 fl. 42 kr.

Weil hier die Einheit das andere Glied des bekannten Verhältnisses ausmacht, welches mit dem Fragesatz (6 fl. 42 kr.) in der Benennung nicht harmonirt: so muß mit dem ersten Gliede (2 fl. 14 kr.), welches mit dem Fragesatz gleiche Benennung hat, in denselben auch wiederum dividirt werden, wie folgt:

2 : 14	6 : 42
60	60
134	402
3	000

Erklärung: Weil hier der Divisor aus vermischten Größen besteht: so mußte derselbe (wie bey vermischten Brüchen 121 §.) eingerichtet, das Dividendum durch den nämlichen Nenner (60) multiplicirt, und dann die beyden Produkte in einander dividirt werden: so kam

zum

zum Quotient: 3, welches natürlicherweise Ellen seyn müßen, weil gefragt worden: wie viel man Ellen bekomme?

Wer in benannten Zahlen rechte Fertigkeit hat, wird obige Rechnung viel kürzer zu machen wissen.

153 §. Wenn hingegen keines von den drey bekannten Gliedern aus der bloßen Einheit besteht: so müßen der Fragesatz und dasjenige Glied, welches mit jenem in der Benennung nicht übereinkömmt, durch einander multiplicirt, und mit dem noch übrigen Gliede dividirt werden.

Auch dazu können wir das vorige Beyspiel brauchen; denn wir hätten endlich noch annehmen können, es sey uns unbekannt: Wie viel Ellen man um 2 fl. 14 kr. bekomme, wenn man um 6 fl. 42 kr. 3 Ellen bekömmt? Nun heißt das bekannte Verhältniß:

Um 6 fl. 42 kr. bekomme ich 3 Ellen;

das unbekannte:

Wie viel Ellen bekomme ich um 2 fl. 14 kr.?

Weil hier keines von den drey bekannten Gliedern aus der Zahl 1 allein besteht: so müßen 2 fl. 14 kr. (weil dieß der Fragesatz ist), und 3 Ellen (weil diese von verschiedener Benennung mit jenem sind) durch einander multiplicirt, und mit 6 fl. 42 kr. (dem einzig noch übrigen bekannten Gliede) dividirt werden, wie folgt:

$$\frac{6 : 42}{1} \qquad \frac{2 : 14}{6 : 42} (3$$
$$\qquad\qquad\quad 0 \;:\; 00$$

Erklärung: Durch 3 wurde multiplicirt, wie vornen pag. 109, kam zum Produkte 6 fl. 42 kr., hierein soll dividirt werden mit 6 fl. 42 kr. Da sieht jedermann, daß

daß eins im andern gerade einmal enthalten seyn müße; der Quotient heißt also eins, oder um 2 fl. 14 kr. bekomme ich 1 Elle.

Wie zu verfahren ist, wenn der Divisor aus vermischten Größen besteht, und im Dividend mehr oder weniger als einmal enthalten, würde jeder aus den vermischten Brüchen und der Operation pag. 112 schon abnehmen können; es soll aber, seiner Zeit, hiezu noch besondere Anleitung gegeben werden.

Die Probe über die Praktik.

154 §. Will man über ein Beyspiel von der Praktik die Probe machen: so nimmt man eines von den vorhin bekannten Gliedern für unbekannt an, und sucht solches, nach den bereits gegebenen Regeln, zu finden. Kömmt nun die nämliche Zahl heraus, wodurch das gesuchte Glied vorhin bestimmt war: so ist die Rechnung richtig.

155 §. Welches von den gegebenen Gliedern man für unbekannt annehmen will, ist ganz willkührlich; nur darf man zu einer Probe nicht mehrere, als eines wählen. Hieraus ergiebt sich denn auch, daß man über jedes Beyspiel so viele Proben machen kann, als sich bekannte Glieder dabey befinden.

Beyspiele werden wir in der Folge noch genug hievon geben; auch können die letzten drey Operationen pag. 111 und 112 eben sowohl für Proben über das 285) Beyspiel, als für Auflösungen drey verschiedener möglicher Fälle selbst gelten.

Da es eben nicht nöthig ist, alle Proben, die sich über jedes Beyspiel machen ließen, wirklich zu machen: so werden wir künftig nur eine, und zwar diejenige, die zugleich als ein Beyspiel für die gewöhnlichsten im 152 §. angezeigten Fälle dienen kann, jeder Aufgabe gleich an die Seite setzen.

Mehrere Beyspiele von der Praktik.

286) Aufgabe: 4 Ellen à fl. 1. 26 kr. *)

$$\frac{1 \,{=}\, 26}{5 \,{=}\, 44} (4$$

Probe: 4 Ellen per fl. 5. 44 kr. *)

$$4)\frac{5 \,{=}\, 44}{1 \,{=}\, 26}$$

Erklärung: Wenn man dieses Beyspiel eben so sorgfältig untersucht, wie mit dem vorstehenden 285) von pag. 107 bis 109 geschehen: so wird man finden, daß es damit die nämliche Bewandtniß habe, wie mit jenem und daß also endlich auch nur 1 fl. 26 kr. durch 4 multiplicirt werden dürfen. Doch ist hier zu merken, daß das Produkt der Kreuzer (104) einen Gulden und darüber ausmacht; indessen können die Einheiten derselben (4 kr.) jederzeit gleich angesetzt werden; aber in die Zehner und Hundertfachen, wenn welche da sind, dividirt man nur mit 6, weil das 0 von 60 schon als abgezogen von den Einheiten anzusehen ist, welche dadurch nicht verändert werden. So oft 6 in den Zehnern und Hunderten der Kreuzer enthalten ist, so viele Gulden stecken in derselben Zahl der Kreuzer. Die Gulden werden indeß im Sinne behalten; was aber von der Division übrig bleibt, das wird an die Stelle der Zehner gesetzt. Dann die Gulden multiplicirt, und die zuvor im Sinne behaltenen dazu addirt; so kam die Antwort: 5 = 44; daß nämlich 4 Ellen 5 fl. 44 kr. kosten.

Bey der Probe wurde, aus den vorhin angeführten Gründen, mit 4 in 5 = 44 eben so dividirt. An den Gul-

den

*) Dieß ist der kaufmännische Ausdruck für solche Beyspiele, und will bey der Aufgabe so viel sagen als: Was kosten 4 Ellen, wenn 1 Elle 1 fl. 26 kr. kostet? bey der Probe aber: Was kostet 1 Elle, wenn 4 Ellen 5 fl. 44 kr. kosten? Wir werden uns auch künftig des kürzern Ausdrucks bedienen.

den (5) wird angefangen, wobey 1 zum Reste blieb, diesen hat man auch nur durch 6 multiplicirt, die Zehner der Kreuzer (die ersten 4) hinzu addirt, und dann auch wieder mit 4 dividirt. Was hiebey zum Reste blieb als Zehner, die Einheiten der Kreuzer aber, als Einheiten zusammen ausgesprochen, und nochmal mit 4 dividirt: so kam endlich wieder der vorige Preis von 1 Elle, oder 1 fl. 26 kr. heraus.

287) **Aufgabe:** 2 Loth à 53 kr. 3 ₰.

$$\frac{53\frac{3}{4}}{1 = 47\frac{1}{2}} (2$$

Probe: 2 Loth per fl. 1. 47 kr. 2 ₰.

$$2)\frac{1 = 47\frac{1}{2}}{53\frac{3}{4}}$$

Erklärung: Man hätte zwar hier in der **Auflösung** auch die 3 ₰. beybehalten, selbe zuerst durch 2 multipliciren, aus den kommenden 6 ₰. das Ganze (1 kr.) herausziehen, und endlich die überbleibenden 2 ₰. ansetzen können u. s. f.; allein es ist bey uns üblicher, statt den Pfenningen die Kreuzerbrüche anzusetzen, und wie damit zu verfahren ist, wird derjenige wohl wissen, der sich in der **Multiplikation der Brüche** ein wenig geübt hat. Noch ist hier zu merken, daß ungeachtet in der **Aufgabe** keine Gulden vorkommen, das Produkt der Kreuzer nicht **ganz**; sondern nur ihr Bruch ($\frac{1}{2}$) und ihre Einheiten (7) angesetzt werden dürfen. Die Zehn- und Hundertfachen (10) müßen mit 6 (wie vorhin bey 286) dividirt werden. Den Quotient 1 (Gulden) setzt man nun an seine gehörige Stelle, und den Rest (4) zurück zu den Kreuzern: so kömmt die **Antwort:** fl. 1. 47½ kr. (oder 2 ₰.)

Bey der **Probe** wurde wieder $\frac{1}{2}$ statt 2 ₰. angesetzt, dann mit 2 in den Gulden zu dividiren angefangen; weil aber dieß nicht geht, und auch **kein Gulden** heraus-

kommen darf: so wurde derselbe wiederum nur mit 6 multiplicirt, und die Zehner von den Kreuzern (4) hinzu addirt, dann wieder fort dividirt, wie sonst; kamen die vorigen $53\frac{3}{4}$ kr. (oder 3 S.).

288) Aufgabe: 10 ℔. à fl. 5. 43 kr.

$$\frac{5 : 43}{57 : 10}(10$$

Probe: 10 ℔. pr. fl. 57. 10 kr.

$$10)\frac{57 : 10}{5 : 43}$$

Erklärung: Wenn eine Zahl durch 10 multiplicirt werden soll: darf nur am Ende derselben ein o angehängt werden (58 §. I. Vortheil); weil aber die Einheiten der Kreuzer allezeit gleich angesetzt werden dürfen: so kömmt hier das o an ihre Stelle. In die Zehner und Hunderte der Kreuzer (43) wird nur mit 6 dividirt, und die kommenden 7 im Sinne behalten; das 1 aber, das noch übrig bleibt, kömmt an die Stelle der Zehner von den Kreuzern. Nun ist an die Gulden (5) auch ein o anzuhängen; die im Sinne behaltenen 7 aber sind dazu zu addiren, also kömmt 7 an die Stelle der Einheiten, und 5 an die Stelle der Zehner von den Gulden. 10 ℔. kosten demnach 57 fl. 10 kr.

Bey der Probe soll mit 10 zuerst in die Gulden (57) dividirt werden; man darf aber nur hievon das letzte Ziffer abschneiden (69 §. I. Vortheil): so kommen 5 fl., die übrigen 7 werden durch 6 multiplicirt, und die Zehner der Kreuzer dazu addirt, giebt 43. Diese dürfen hier gleich ganz angesetzt werden, weil die dazu gehörigen Einheiten, welche auch abgeschnitten werden müßen, hier o sind: also nichts zum Reste bleibt.

NB. Das Abschneiden der letzten Ziffern braucht nicht immer auf dem Papier wirklich vorgenommen zu werden; sondern kann gleich im Sinne geschehen, wie wir es hier gemacht haben.

156 §.

156 §. Besteht der Multiplikator aus einer größern Zahl, mit der sich nicht wohl nach der bisher gezeigten Art im Sinne multipliciren ließe: so kann man sich des im 58 §. angegebenen IIIten Vortheils bedienen, wodurch die Operation sehr kurz und leicht wird.

z.B. 289) Aufgabe: 35 Zentner à fl. 60. 27 kr.

```
  60 = 27
 ----------(5
 302 = 15
 ----------(7
2115 = 45
```

Probe: 35 Zentr. pr. fl. 2115. 45 kr.

```
   35        2115 = 45
 -------      015
 60 = 27       60
             -----
              945
              245
               00
```

Erklärung: Der Multiplikator (35) ist zu groß, als daß man damit füglich im Sinne multipliciren könnte; darum wurde er zerlegt in 5 und 7 (58 §. III. Vortheil). Nun wurde zuerst der Preis von einem Zentner (60 fl. 27 kr.) durch 5 multiplicirt: so kam heraus, was 5 Zentr. kosten würden (302 fl. 15 kr.), dieses durch 7 wieder multiplicirt, giebt was 5mal 7, oder 35 Zentr. kosten, nämlich 2115 fl. 45 kr.

Bey der Probe hätte man sich zwar des im 69 §. angezeigten III. Vortheils bedienen, und auch wieder mit 5 und 7 eben so dividiren können, wie vorhin multiplicirt wurde; es ist aber hier das obige Verfahren, wenn auch nicht kürzer, doch viel einfacher und sicherer.

Wir

Wir haben nämlich mit der ganzen Zahl 35 gleich in 2115 fl. 45 kr. dividirt; und zwar zuerst in die Gulden allein, was hievon übrig blieb (15), wurde zu Kreuzer gemacht, und die obenstehenden Kreuzer (45) gleich beygezählt; nun in diese Summe wieder mit 35 dividirt: so kamen die Kreuzer, die man gleich zu den Gulden hinsetzte, und zur Antwort wie viel 1 Zentr. koste: 60 fl. 27 kr.

290) Aufgabe: 16 Ellen à fl. 3. 54 kr.

```
   3 : 54
  --------(4
  15 : 36
  --------(4
  62 : 24
```

Probe: 16 Ellen pr. fl. 62. 24 kr.

```
    16      62 : 24
  ------    14
  3 : 54     60
            ----
            864
            064
             00
```

Erklärung: Hier wurde der Multiplikator (16) in 4 und 4 zerlegt (man hätte aber auch 2 und 8 nehmen können), dann wurde damit eben so multiplicirt, wie bey 289): so kam heraus, daß 16 Ellen 62 fl. 24 kr. kosten.

Bey der Probe wurde auch wieder eben so verfahren, wie vorhin.

291) Aufgabe: 27 Loth à fl. 1. 19 kr. 1 ₰.

```
    1 : 19 1/4
  ------------(3
    3 : 57 3/4
  ------------(9
   35 : 39 3/4
```

Pro=

Probe: 27 Loth pr. fl. 35. 39 kr. 3 ℞.

```
    27       35 : 39¾
  1 : 19¼    08
              60
             519
             249
              06¾  27   27    1
              27  108  ‿    —
                             4
```

157 §. Läßt sich aber der Multiplikator gerade nicht in solche Zahlen abtheilen, daß er dadurch aufgeht: so nimmt man diejenigen zwo Zahlen, deren Produkt um Eins, oder auch um einen einzelnen Theil von einer dieser Zahlen weniger oder mehr als der Multiplikator beträgt; multiplicirt durch diese Zahlen den Preis, wie bisher, und addirt ihn dann so vielmal hinzu, als das Produkt weniger, oder zieht ihn so vielmal davon ab, als dasselbe mehr ausmacht, denn der gegebene Multiplikator. Sind hiebey auch Brüche oder untergeordnete Größen: so werden selbe in die einzelnen Theile ihres Ganzen zerlegt, und aus dem Preise der Einheit herausgenommen, wie bey der Multiplikation der Brüche gelehret worden.

Z. B. 292) Aufgabe: 37 Ellen à fl. 4. 49 kr.

```
    4 : 49 (6
   28 : 54 (6
  173 : 24 (1 m.
    4 : 49
  178 : 13
```

Pro=

Probe: 37 Ellen pr. fl. 178. 13 kr.

```
  37      178 : 13
 ----      30
 4 : 49     60
          ----
          1813
           333
            00
```

Erklärung: Der Multiplikator 37 läßt sich nicht, wie die bisherigen, in zwey Zahlen abtheilen, wovon jede in demselben aufgienge; also zerlegte man ihn in 6 und 6; weil dieß aber 36, also um Eins weniger, ausmacht, wurde der Preis von einer Elle (4 fl. 49 kr.), nachdem er durch 6mal 6 wie sonst multiplicirt war, einmal noch hinzu addirt. Dieß bedeutet 1 m. (1 Elle mehr), das man gleich anfangs unter die zweyte (6 gesetzt hat, um nicht darauf zu vergessen; 37 Ellen kosten demnach fl. 178. 13 kr.

Bey der Probe wurde genau so wie vorhin verfahren; es ist also darinn weiter nichts mehr zu erklären.

293) Aufgabe: 53 ℔. à fl. 2. 34 kr.

```
    2 : 34
   --------(6
   15 : 24
  ---------(9
  138 : 36
    2 : 34(1 w.
  ---------
  136 : 2
```

Probe: 53 ℔. pr. fl. 136. 2 kr.

```
  53      136 : 2
 ----      30
 2 : 34     60
          ----
          1802
           212
            00
```

Er=

Erklärung: Hier mußte der Multiplikator 53 zerlegt werden in 6mal 9; dieß macht aber 54, folglich um Eins mehr; darum wurde denn auch, nach verrichteter Multiplikation, der Preis von einem Pfunde (2 fl. 34 kr.) einmal wieder davon abgezogen. Denn 53 lb. müßen natürlicherweise um den Preis eines Pfundes weniger kosten, als 54 lb.; dieß bedeutet das (1 w. (1 lb. weniger) unter den (9.

294) Aufgabe: 76 Stück à fl. 6. 51 kr.

```
   6 = 51
  ------- (8
  54 = 48
 -------- (9
 493 = 12
  27 = 24 (4 w.
 --------
 520 = 36
```

Probe: 76 Stück pr. fl. 520. 36 kr.

```
  76      520 = 36
 -----     64
 6 = 51     60
         ------
          3876
           076
            00
```

Erklärung: Die 76 wurden zerlegt in 8mal 9; weil aber hievon noch 4 abgiengen: so sollte zuletzt der Preis von einem Stücke noch viermal dazu addirt werden; doch darf man hier nur die Hälfte vom 8fachen (von 54 fl. 48 kr.) nehmen: so erhält man auch das 4fache, oder was 4 Stücke kosten, und dieses addirt man zu dem letzten Produkte.

295) Aufgabe: 52 Ellen à fl. 5. 31 kr.

```
     5 = 31
    ─────────── (4
     22 =  4
    ─────────── (9
    198 = 36
     66 = 12 (3
     22 =  4 (1
    ───────────
    286 = 52
```

Probe: 52 Ellen pr. fl. 286. 52 kr.

```
    52        286 = 52
  ───────      26
  5 = 31        60
             ──────
              1612
               052
                00
```

Erklärung: In 52 geht 4 auf, und zwar 13mal; durch 4 wurde also zuerst multiplicirt; mit 13 geht aber dieses nicht wohl an, darum wurden selbe auch wieder zerlegt in 9, 3 und 1. Nun multiplicirte man mit 9, nahm hievon (für 3) den dritten Theil, und aus diesem (für 1) wieder den dritten Theil, und addirte endlich diese drey Posten zusammen.

296) Aufgabe: $11\frac{3}{4}$ Maaß à fl. 2. 42 kr.

```
     2 = 42
    ─────────── (10
    27 = —
     2 = 42 (1
     1 = 21 (2⎫
     — = 40½ (1⎭ 4
    ───────────
    31 = 43½
```

Probe: 11¾ Maaß pr. fl. 31. 43½ kr.

```
 11 3/4          31 : 43 1/2 (4
 47 4           126 : 54
 ------          32
 2 : 42           60
                ------
                1974
                 094
                  00
```

297) Aufgabe: 39⅚ Ellen à fl. 1. 54 kr.

```
  1 : 54 (5
  9 : 30 (8
 76 :  0
 -- : 19 (1/6 w.
 ----------
 75 : 41
```

Probe: 39⅚ Ellen pr. fl. 75. 41 kr.

```
 39 5/6          75 : 41 (6
 239 6          454 : 6
 ------          215
 1 : 54           60
                ------
                12906
                 0956
                  000
```

298) Aufgabe: 68 ℔. 20 Lth. à fl. 6. 50 kr.

```
   6 : 50 (6
  41 :  0 (10
 410 : --
  41 : -- (6
  13 : 40 (2
   3 : 25     (16]
  -- : 51 1/4 ( 4] 32
 -----------
 468 : 56 1/4
```

Pro-

Probe: 68 ℔. 20 Lth. pr. fl. 468. $56\frac{1}{4}$ kr.

```
 68 5/8          468 = 56 1/4
  8             ---------------(8
549             3751 = 30
------           457
6 = 50            60
                -----
                27450
                 0000
```

299) Aufgabe: 13 Eimer 37 Maaß à fl. 28. 36 kr.
(NB. Den Eimer zu 60 Maaß.)

```
  28 = 36
 ----------(3
  85 = 48
 ----------(4
 343 = 12
  28 = 36 (1
  14 = 18    (30]
   2 = 51 3/5 ( 6} 60
  —  = 28 3/5 ( 1]
 -------------
 389 = 26 1/5
```

Probe: 13 Eim. 37 Mß. pr. fl. 389. $26\frac{1}{5}$ kr.

```
 13 = 37       389 = 26 1/5
 60             60
-------        -----------
 817           23366
-------         7026
 28 = 36         490 1/5 = 12
                  60
               -------
                29412
                 4902
                  000
```

Erklärung über die letzten vier Beyspiele und Proben.

Nachdem überall der Preis der Einheit durch die Ganzen der Quantitäten multiplicirt war, indem man diese in einfache Zahlen zerlegt hat, wie im Vorhergehenden hin=

hinlänglich gezeigt und erklärt worden ist, hat man auch die bey den Quantitäten befindlichen Brüche und untergeordneten Größen in ihre einzelnen Theile zerfällt (wie bey der Multiplikation der Brüche 111 u. ff. §§.), sie dann als solche aus dem Preise herausgenommen, und entweder zu dem Uebrigen addirt, oder davon subtrahirt, wie in dem 297) Beysp. geschah, wo durch 5mal 8, also 40, multiplicirt worden; die gegebene Quantität ($39\frac{5}{6}$) aber gerade um $\frac{1}{6}$ weniger als 40 beträgt: also der sechste Theil des Preises abgezogen werden mußte.

Bey allen Proben mußten die vermischten Brüche, woraus die Quantitäten bestehen, eingerichtet und mit jedem Nenner das Dividendum multiplicirt werden, wie bey der Division der Brüche §. 121. gelehrt wurde. Die untergeordneten Größen, welche sich bey der Quantität befinden, werden in einen Bruch übersetzt; wenn sich derselbe bedeutend abkürzen läßt, wie in der Probe über das 298) Beysp. geschah, und dann wird auch damit wie vorhin verfahren. Lassen sich aber dieselben nicht in einen bequemen Bruch verwandeln: so lasse man sie lieber als untergeordnete Größen stehen, wie die Probe über 299) zeigt.

158 §. Obwohl man sich mit der bisher gezeigten Verfahrungsart durch alle möglichen Zahlen, auch bey vermischten Größen und Brüchen zur Noth behelfen könnte: so wollen wir dennoch auch eine andere Methode beybringen, die in manchen Fällen kürzer, und überhaupt unter Kaufleuten üblicher ist, als die vorige. Hiebey wird die Zahl der Ellen, Pfunde u. dgl., wenn sie sich auch über 10 belaufen, nicht zerlegt; sondern mit den im Preise enthaltenen Größen der ersten Ordnung multiplicirt, und für die untergeordneten Größen der so viel-

vielte Theil herausgenommen, als diese von ihrem Ganzen oder auch von Einer aus ihnen betragen.

159 §. Es ist also unumgänglich nöthig, zu wissen, was jede Zahl von Größen der zweyten Ordnung für einen Theil von jenen der ersten ausmacht. Damit man dieses nicht erst zu rechnen braucht, welches durch die Uebersetzung in Brüche (93 und 94 §.) geschehen müßte; fügen wir hieunten eine Tabelle bey, welche anzeigt: was jede Zahl von Kreuzern für einen Theil vom Gulden beträgt, und wie diejenigen Kreuzerzahlen, die keine bequeme Guldenbrüche sind, in lauter einzelne Theile zerlegt werden können, oder zerfallen.

Tabelle
von dem Gulden zu 60 Kreuzern.

1 kr. . . .	ist $\frac{1}{60}$.	12 kr. . . .	sind $\frac{1}{5}$.
$1\frac{1}{2}$ — . . .	— $\frac{1}{40}$.	13 — zerf. in 10, 2 u. 1.	
2 — . . .	sind $\frac{1}{30}$.	14 — = = 12 u. 2.	
$2\frac{1}{2}$ — . . .	— $\frac{1}{24}$.	15 — . . .	— $\frac{1}{4}$.
3 — . . .	— $\frac{1}{20}$.	16 — zerf. in 12 u. 4.	
4 — . . .	— $\frac{1}{15}$.	17 — = = 12, 4 u. 1.	
5 — . . .	— $\frac{1}{12}$.	18 — = = 12 u. 6	sind $\frac{3}{10}$.
6 — . . .	— $\frac{1}{10}$.	19 — = = 12, 6 u. 1.	
7 — zerfallen in 6 u. 1.		20 — . . .	— $\frac{1}{3}$.
$7\frac{1}{2}$ — . . .	sind $\frac{1}{8}$.	21 — zerf. in 12, 6 u. 3.	
8 — zerf. in 6 u. 2.		22 — = = 20 u. 2.	
9 — = = 6 u. 3.		$22\frac{1}{2}$ — = = 15 u. $7\frac{1}{2}$	sind $\frac{3}{8}$.
10 — . . .	— $\frac{1}{6}$.	23 — = = 20, 2 u. 1.	
11 — zerf. in 10 u. 1.		24 — = = 20 u. 4	sind $\frac{2}{5}$.

25 kr

25	kr. zerf. in 20 u. 5.	43	kr. zerf. in 30,10 u. 3.
26	— = = 12,12 u. 2.	44	— = = 20,20 u. 4.
27	— = = 12,12 u. 3.	45	— = = 30 u. 15 sind $\frac{3}{4}$.
28	— = = 20,4 u. 4.	46	— = = 30,10 u. 6.
29	— = = 20,5 u. 4.	47	— = = 30,10,5 u. 2.
30	— . . . sind $\frac{1}{2}$.	48	— = = 30,15 u 3 — $\frac{4}{5}$.
31	— zerf. in 20,10 u. 1.	49	— = = 30,10,6 u. 3.
32	— = = 20,10 u. 2.	50	— = = 30 u. 20. — $\frac{5}{6}$.
33	— = = 30 u. 3.	51	— = = 20,20,10 u. 1.
34	— = = 30,3 u. 1.	52	— = = 30,20 u. 2.
35	— = = 30 u. 5.	$52\frac{1}{2}$	— = = 30,15 u. $7\frac{1}{2}$ — $\frac{7}{8}$
36	— = = 30 u. 6 — $\frac{3}{5}$.	53	— = = 30,20 u. 3.
37	— = = 30,6 u. 1.	54	— = = 30,20 u. 4 — $\frac{9}{10}$
$37\frac{1}{2}$	— = = 30 u. $7\frac{1}{2}$ — $\frac{5}{8}$.	55	— = = 30,20 u. 5.
38	— = = 30,6 u. 2.	56	— = = 30,20 u. 6.
39	— = = 30,6 u. 3.	57	— = = 30,20,6 u. 1.
40	— = = 30 u. 10. — $\frac{2}{3}$.	58	— = = 30,20,6 u. 2.
41	— = = 30,10 u. 1.	59	— = = 30,20,6 u. 3.
42	— = = 20,20 u. 2 — $\frac{7}{10}$		

Wer obige Tabelle, die nur auf den rheinischen Gulden eingerichtet ist, gründlich versteht, der wird sich leicht für jede andere Rechnungsmünze eine ähnliche Tabelle selbst verfertigen, oder auch derselben ganz entbehren können.

160 §. Die vorstehende Tabelle zeigt uns

Erstens: Was für Zahlen von Kreuzern einzelne Theile vom Gulden, und die wievielten sie sind.

Zweytens: Welche Zahlen mehrfache Theile sind, und wie sie zerlegt werden können, daß die erste jederzeit im Gulden, und die folgenden in den vorhergehenden ganz aufgehen.

Nach

Nach diesen Fällen richten sich die künftigen Verfahrungsarten. Endlich zeigt sie uns auch noch

Drittens: Wie viel jeder gewöhnliche Guldenbruch in Kreuzern ausmache.

161 §. Wenn die gegebenen Kreuzer einzelne Theile vom Gulden sind, das ist: wenn der Zähler des in der Tabelle angezeigten Bruches eins heißt: so darf nur mit dessen Nenner in die gegebene Zahl von Ellen, Pfunden u. dgl. dividirt werden. Der Quotient zeigt dann die Gulden, und der Rest die nämlichen Theile an, die man aus den Ganzen genommen hat.

Z. B. 300) **Aufgabe:** 378 Stücke à 1 kr.

6|0	37|8
6 = 18	18

Probe: 378 Stück pr. fl. 6. 18 kr.

378	6 = 18
1	60
	378
	000

Erklärung: Der gegebene Preis (1 kr.) ist, laut vorstehender Tabelle, $\frac{1}{60}$; folglich ein einzelner Theil vom Gulden, mithin darf nur mit dem Nenner (60) in die gegebene Zahl von Stücken (378) dividirt werden: so kommen 6 (fl.), und der Rest (18) zeigt 60stel oder Kreuzer an, weil solche aus den Ganzen genommen worden. Es kosten demnach 378 Stücke fl. 6. 18 kr.

301) **Aufgabe:** 92 Ellen à $2\frac{1}{2}$ kr.

24	92	4
3 = 50	20	5
	24	6

Pro=

Probe: 92 Ellen pr. fl. 3. 50 kr.

92	3 : 50
2 : 2	60
	230
	46
	4 zu S.
	184
	00

Erklärung: Die $2\frac{1}{2}$ kr. sind (l. Tab.) $\frac{1}{24}$; darum wurde hier mit 24 dividirt, giebt 3 fl., und die überbleibenden 20 sind 24stel (oder sogenannte Landmünzen) à $2\frac{1}{2}$ kr., und betragen 50 kr. oder, nach nebiger Operation, die 20 als Bruch angesetzt (77 §.) und abgekürzt, giebt $\frac{5}{6}$. Wenn man nun diesen Bruch in der Tabelle aufsucht, und von ihm bis zu Anfang der Zeile hinvor geht: so zeigt sich, daß er 50 kr. beträgt, und alle 92 Ellen machen fl. 3. 50 kr. aus.

Bey dieser, wie bey der vorigen Probe, ist eben nichts zu bemerken, als daß man die Gulden zu Kreuzern machen mußte, weil man sonst nicht hätte dividiren können. Bey der letzten hat man die überbleibenden 46 kr. auch noch zu Sen gemacht, kommen 2 S. oder $\frac{1}{2}$ kr. Man hätte auch können den Bruch beybehalten, und selben abkürzen: so wäre das Nämliche herausgekommen. Uebrigens verhält es sich mit diesen eben so, wie mit allen vorgegangenen Proben über die Praktik.

162 §. Wenn sich bey dem Preise auch Gulden befinden: so wird nur zuerst der Fragesatz durch die Zahl der Gulden multiplicirt, dann mit den Kreuzern eben so verfahren, wie zuvor (161 §. 300 und 301 Beyspiele), was hiebey herauskömmt unter das Produkt der Gulden gesetzt, und endlich zu diesem hinzu addirt.

Z. B. 302) Aufgabe: 38 ℔. à fl. 3. 12 kr.

```
    38
     3 = 12
  ----------
  114
     7 = 36
  ----------
  121 = 36
```

Probe: 38 ℔. pr. fl. 121. 36 kr.

```
   38        121 = 36
 -------      07
  3 = 12       60
             -----
              456
              076
               00
```

Erklärung: Zuerst werden 38 durch 3 multiplicirt, giebt 114 (Gulden); weil 12 kr. vom fl. $\frac{1}{5}$ sind, so wird mit 5 in 38 (die Zahl der Pfunde) dividirt, giebt 7 (Gulden), diese kommen unter die vorigen zu stehen; der Divisor (5) wird weder bey diesem, noch bey den folgenden Beyspielen angesetzt, sondern im Sinne behalten. Die übrigbleibenden 3 sind $\frac{3}{5}$, und diese betragen (l. Tab.) 36 kr.
Also 38 ℔. zu 3 fl. machen 114 fl.
und 38 = = 12 kr. — 7 = 36 kr. Werden nun diese beyden Posten zusammen addirt: so ergiebt sich die Antwort: fl. 121. 36 kr.

303) Aufgabe: 47 Ellen à fl. 2. 6 kr.

```
   47
    2 = 6
  --------
   94
    4 = 42
  --------
   98 = 42
```

Pro=

Probe: 47 Ellen pr. fl. 98. 42 kr.

```
  47      98 = 42
 2 = 6    04
           60
          282
           00
```

Erklärung: Mit diesem Beyspiele verhält es sich wiederum eben so, wie mit dem vorhergehenden 302). Weil aber hier (wegen den 6 krn, welche $\frac{1}{10}$ fl. sind) mit 10 dividirt werden sollte: so darf man nur das letzte Ziffer (7) (in Gedanken) abschneiden, die 4 (Gulden) herabsetzen, und die 7 durch 6 multipliciren, weil selbe 10tel oder Sechser sind: so kommen 42 kr. Das Uebrige bleibt wie vorhin.

Man kann sich dieses Verfahrens, so oft 6 kr. oder auch andere 10theile vorkommen, immer mit Vortheil bedienen; wir bitten also, solches wohl ins Gedächtniß zu fassen.

163 §. Sind aber die Kreuzer mehrfache Theile (wenn der Zähler mehr als 1 ist): so wird zuerst der nämliche Theil einfach genommen, wie vorhin, und dann noch so vielmal dazu genommen, bis er die gegebenen Theile ausmacht.

Z. B. 304) Aufgabe: 84 Stück à fl. 3. 40 kr.

```
   84
    3 = 40
 ---------
  252
   28 = —
   28 = —
 ---------
  308 = —
```

Probe: 84 Stück pr. fl. 308. —

```
 84      308
——      56
3 : 40     60
        ————
         3360
          000
```

Erklärung: Die gegebenen 40 kr. sind $\frac{2}{3}$; also kein einzelner Theil: es wurde dennoch (nachdem durch die Gulden multiplicirt war) erst ein Drittheil aus 84 genommen, giebt 28, und dieses dann noch einmal darunter gesetzt, damit es zwey Drittheile macht; endlich Alles addirt.

305) Aufgabe: 61 Ellen à fl. 1. 48 kr.

```
  61
  12 : 12
  36 : 36
———————
 109 : 48
```

Probe: 61 Ellen pr. fl. 109. 48 kr.

```
  61      109 : 48
——       48
1 : 48      60
        ————
         2928
         488
          00
```

Erklärung: Hier ist zuerst durch die Zahl der Gulden gar nicht multiplicirt, sondern gleich die Zahl der Ellen für das Produkt herabgesetzt worden; denn durch die Einheit wird keine Zahl vermehret (54 §. Erstens 2c.) Dann ist aber von den 48 krn., oder $\frac{4}{5}$, ein Fünftel aus 61 genommen, und die herausgekommenen 12 fl. 12 kr. noch dreymal dazu genommen; folglich durch 3 multiplicirt, und dieses Produkt zu dem Uebrigen gesetzt und addirt worden.

164 §. Will oder muß man aber die Kreuzer in solche Zahlen abtheilen, worein sie nach vorstehender Tabelle zerfallen: so wird die erste derselben, als einzelner Theil, aus der Zahl der Ellen, Pfunde u. dgl. wie bisher, herausgenommen; die übrigen aber nimmt man, auf gleiche Weise, aus der vorhergehenden. Zuletzt werden die sämmtlichen Theile auch wieder zusammen addirt.

Zu Beyspielen können gleich die vorigen 2 Aufgaben 304) und 305) dienen.

304)	84		
	3 : 40		
	252		
	42 : —	30	
	14 : —	10	
	308 : —		

305)	61		
	30 : 30	30	
	15 : 15	15	
	3 : 3	3	
	109 : 48		

Erklärung: Mit den Gulden hat es beyderseits die vorige Bewandtniß; die Kreuzer aber kann man (l. Tab.) bey 304) in 30 u. 10, und bey 305) in 30, 15 u. 3 zerlegen. Diese Zahlen werden seitwärts, um dem Gedächtniß zu Hilfe zu kommen, angesetzt, und, wie eine davon abgefertigt ist, gelinde durchstrichen. Die Erste davon (30 kr.) ist $\frac{1}{2}$ fl., darum wurde die Hälfte, sowohl aus den 84 Stücken, als aus den 61 Ellen genommen. Nun haben wir bey 304) noch die 10; diese braucht man aber nicht als einen Theil vom Gulden herauszunehmen, weil sie von den vorhergehenden (30) auch ein einzelner Theil, und zwar $\frac{1}{3}$ sind; also darf man nur aus dem, was es zu 30 kr. macht (aus 42 fl.), das Drittheil nehmen; kömmt 14. Alles dieß zusammen addirt, giebt die vorigen 308 fl. Bey 305) haben wir, nach den 30, noch 15 und 3. Jenes ist von 30 wieder ein einzelner Theil, nämlich $\frac{1}{2}$; folglich nehmen wir

aus

aus 30 fl. 30 kr. die Hälfte, macht 15 fl. 15 kr. Endlich die 3 sind aus den vorhergehenden 15 der fünfte Theil, oder $\frac{1}{5}$; darum nehmen wir ein Fünftheil aus obigen 15 fl. 15 kr., giebt 3 fl. 3 kr. Es betragen also:

61 Ellen	à fl. 1. — kr.	. .	fl. 61. — kr.
	= —— 30 =	. .	= 30. 30 =
	= —— 15 =	. .	= 15. 15 =
	= —— 3 =	. .	= 3. 3 =
	à fl. 1. 48 kr.	. .	fl. 109. 48 kr.

306) Aufgabe: 87 ℔. à 27 kr.

87		
17 = 24		12
17 = 24		12
4 = 21		3
39 = 9		

Probe: 87 ℔. pr. fl. 39. 9 kr.

87	39 = 9
27	60
	2349
	609
	00

Erklärung: Weil hier gar keine Gulden im Preise vorkommen, so ist auch nichts zu multipliciren, und die 87 werden nur, zu bequemerm Herausnehmen, nochmal angesetzt; man muß aber gleich einen Strich darunter machen, damit man sie im Addiren nicht mitzählt. Die 27 kr. zerfallen in 12, 12 und 3; zuerst wird $\frac{1}{5}$ aus dem Ganzen genommen, macht 17. 24, dieses setzt man zweymal an, weil 12 auch zweymal vorkömmt, und weil 3 der vierte Theil von 12 ist, so wird mit 4 in das Produkt von 12 (17. 24) dividirt, macht 4. 21.

Wie

Wie mit einer einfachen Zahl in Gulden und Kreuzer zu dividiren ist, und daß hier die Divisoren nicht angesetzt, sondern im Sinne behalten werden, ist långst angezeigt, und durch Beyspiele genug gewiesen worden.

307) Aufgabe: 13 Loth à fl. 2. 50 kr.

```
  13
   2 = 50
---------
  26
   6 = 30   30
   4 = 20   20
---------
  36 = 50
```

Probe: 13 Loth pr. fl. 36. 50 kr.

```
   13       36 = 50
 ------     10
 2 = 50     60
          -------
           650
           000
```

Erklårung: Die 50 kr. wurden hier in 30 und 20 zerlegt. Nun sind 30, wie schon gemeldt, $\frac{1}{2}$; es wurde also auch dafür die Hälfte (aus 13) herausgenommen; 20 aber sind von 30 kein einzelner Theil, darum konnten sie auch nicht aus dem Produkt von diesem (6 = 30) genommen werden; sondern man mußte hiefür den dritten Theil (weil 20 vom fl. $\frac{1}{3}$ ist) auch wieder aus 13 nehmen u. s. w.

308) Aufgabe: 74 Ellen à fl. 1. $37\frac{1}{2}$ kr.

```
   74
   37       30
    9 = 15  7½
-----------
  120 = 15
```

Probe: 74 Ellen pr. fl. 120. 15 kr.

$$\frac{74}{1 = 37\frac{1}{2}} \quad \begin{array}{r} 120 = 15 \\ 46 \\ 60 \\ \hline 2775 \\ 555 \; 37 \\ 37 \quad \frac{1}{2} \\ \hline 74 \end{array}$$

Erklärung: Zuerst beliebe man dieses Beyspiel mit dem 305), vorzüglich dessen zweyter Operation pag. 133 zu vergleichen: so wird man finden, wie mit 1 fl. und mit den 30 krn. zu verfahren sey. Nun haben wir noch die $7\frac{1}{2}$, diese machen zusammen gerade den vierten Theil von 30 aus; mithin darf nur mit 4 in 37 dividirt werden, und weil hier noch $\frac{1}{4}$ übrig bleibt, so kommen 15 kr. mehr dazu. Das Uebrige ist wie sonst.

Wer die vom 111 bis 113 §. gegebenen Regeln, sammt den dazu gehörigen Beyspielen wohl gefaßt hat, der wird auch die letzten 5 Exempel leicht begreifen. —

165 §. Wenn sich bey der Zahl der Ellen, Pfunde u. d. gl. auch Brüche, oder untergeordnete Größen befinden: so wird mit den Uebrigen so verfahren, wie bisher; nur zuletzt, ehe man addirt, werden jene Brüche oder untergeordnete Größen auf die nämliche Art aus dem Preise genommen, wie vorhin die Kreuzer aus der Zahl der Ellen, Pfunde u. s. w. genommen wurden, und wie im 157 §. gelehret und in den darauf folgenden Beyspielen 296) bis 299) gezeigt worden ist.

Z. B.

z. B. 309) Aufgabe: $68\frac{1}{2}$ Ellen à fl. 3. 32 kr.

```
 68½
  3 = 32
 ---------
 204
  22 = 40   2ø
  11 = 20   1ø
   2 = 16    2
   1 = 46
 ---------
 242 =  2
```

Probe: $68\frac{1}{2}$ Ellen pr. fl. 242. 2 kr.

```
 ø8½      242 = 2
 137      -------(2
 -----    484 = 4
 3=32     073
            60
          ------
          4384
          0274
           000
```

Erklärung: Es wurde hier anfänglich ganz so verfahren, als ob der Bruch ($\frac{1}{2}$) gar nicht da wäre; nämlich: zuerst die Zahl der Ellen (68) durch die Gulden (3) multiplicirt, gab 204. Nun die Kreuzer (32) zerlegt in 20, 10 und 2; die ersten (20) sind $\frac{1}{3}$, darum dividirten wir mit 3 in die Ellen (aber nur in die Ganzen allein), gab 22 (fl.), und 2 blieben im Rest, dieß sind $\frac{2}{3}$ oder 40 (kr.), die 10 sind von den vorigen (20) die Hälfte, wir nahmen also die Hälfte aus dem, was es zu 20 ausmachte (aus 22 = 40), gab 11 (fl.) 20 (kr.); endlich die 2 sind von den vorigen (10) der fünfte Theil, folglich nahmen wir den fünften Theil aus dem, was es zu 10 machte (aus 11 = 20), wir dividirten nämlich darein mit 5, gab 2 (fl.), der überbleibende 1 (fl.) wurde nur durch 6 zu Kreuzern gemacht, ist 6 und die zehnfache Zahl der Kreuzer (2) dazu, macht 8; darein wiederum mit 5 dividirt, giebt 1 (Zehner von krn.), und bleiben 3 (von den nämlichen)

lichen) die obige Einheit (o) dazu ausgesprochen, heißt 30; darein wiederum mit 5 dividirt, giebt 6 (Einheiten von krn.). Jetzt wären wir fertig, bis auf das addiren; ehe aber solches geschieht, müßen wir den Bruch ($\frac{1}{2}$) vornehmen: denn wir hätten jetzt erst, was 68 Ellen allein zu 3 fl. 32 kr. kosten würden. Dieser Bruch ist aus dem Preise einer Elle (3 : 32) zu nehmen, und weil er ein einzelner Theil ist, darf nur mit dessen Nenner (2) in jenen Preis, wie wir schon öfters, und erst noch hieroben bey 11 : 20 mit 5 gezeigt haben, dividirt werden, kam 1 (fl.) 46 (kr.). Dieß ist der Preis von $\frac{1}{2}$ Elle. Nun wurde dieß Alles zusammen addirt: so ergab sich, daß $68\frac{1}{2}$ Ellen 242 fl. 2 kr. kosten.

Bey der Probe ist hier nichts anzumerken, als daß der Divisor aus einem vermischten Bruche besteht; folglich eingerichtet, und durch dessen Nenner das Dividendum multiplicirt werden muß (121 §.).

310) Aufgabe: $44\frac{2}{3}$ Ellen à fl. 1. 21 kr.

```
 44
  8 : 48   12
  4 : 24    6
  2 : 12    3
  — : 27
  — : 27
-----------
 60 : 18
```

Probe: $44\frac{2}{3}$ Ellen pr. fl. 60. 18 kr.

```
 44⅔        60 : 18
 134       --------- (3
------      180 : 54
 1 : 21     046
              60
            -----
            2814
            0134
             000
```

Er=

Erklärung: Hiemit verhält es sich, was den Anfang betrifft, wie mit dem vorigen Beyspiele, aber $\frac{2}{3}$ sind kein einzelner Theil, darum mußte erst $\frac{1}{3}$ aus 1 fl. 21 kr. genommen, und die kommenden 27 kr. zweymal angesetzt werden (163 §. 304 Beyspiel). Sonst ist alles schon bekannt; nur daß man die 21 kr. kürzer in 20 und 1 hätte zerlegen, für 20 den dritten Theil aus 44, und dann gleich 44 Ellen à 1 kr. pr. 44 kr. nehmen können; am allerkürzesten aber hätte sich dieses Beyspiel auf folgende Art machen lassen:

1	:	21	
6	:	45	(5
60	:	45	(9
—	:	27	($\frac{1}{3}$ w.
60	:	18	

Erklärung: $44\frac{2}{3}$ ist gerade um $\frac{1}{3}$ weniger, als 45; nun läßt sich 45 (nach dem 58 §. III. Vortheil) in 5 und 9 zerlegen; es wurde also der Preis von 1 Elle zuerst durch 5, dieß Produkt durch 9 multiplicirt, und weil die gegebene Zahl der Ellen um $\frac{1}{3}$ weniger betragen soll: so wurde der dritte Theil aus dem Preis einer Elle, von dem durch 9 entstandenen Produkte abgezogen.

311) Aufgabe: 17 ℔. 20 Loth à fl. 2. 56 kr.

17	:	20	16
2	:	56	4
34			
8	:	30	30
5	:	40	20
1	:	42	6
1	:	28	
—	:	22	
51	:	42	

Pro=

Probe: 17 ℔. 20 Lth. pr. fl. 51. 42 kr.

```
 17 5/8         51 = 42
 141           ──────────  (8
──────────      413 = 36
 2 = 56         131
                 60
               ─────
                7896
                0846
                 000
```

Erklärung: Hier befinden sich bey den Pfunden untergeordnete Größen; nämlich Lothe. Weil aber 20 Loth kein einzelner Theil von 1 Pf. sind: so wurden sie in solche zerlegt, und wegen 16 die Hälfte aus dem Preise eines Pfundes; wegen 4 aber der vierte Theil aus dem Vorigen genommen u. s. w.

Bey der Probe wurden die Loth in einen Bruch übersetzt, welches dann allezeit etwas kürzer ist, wenn man dadurch zum Nenner eine einfache Zahl erhält.

312) Aufgabe: 64 5/6 Ellen à fl. 3. 9 kr.

```
   64 5/6      3
    3 = 9      2
  ──────────
  192
    6 = 24
    3 = 12     6
    1 = 34 1/2 3
    1 =  3
  ──────────
  204 = 13 1/2
```

Probe: 64 5/6 Ellen pr. fl. 204. 13 1/2 kr.

```
 64 5/6       204 = 13 1/2
 389         ──────────────  (6
──────        1225 = 21
 3 = 9         058
                60
             ────────
               3501
                000
```

Erklärung: Die 9 kr. zerfallen in 6 und 3. Mit 6 verfuhr man wie beym 303) Beyspiel. Für 3 wurde die Hälfte aus dem Vorigen genommen, macht 3 fl. 12 kr. Nun zerlegte man die $\frac{5}{8}$ (Ellen) in 3 und 2, und nahm sie aus dem Preise von einer Elle, wie beym 239) Beyspiel, unter b) geschah.

313) Aufgabe: 98 ℔. 14 Loth à fl. 1. 18 kr.

98		8
9 :	48	4
19 :	36	2
— :	$19\frac{1}{2}$	
— :	$9\frac{3}{4}$	
— :	$4\frac{7}{8}$	
127 :	$58\frac{1}{8}$	

Probe: 98 ℔. 14 Loth pr. fl. 127. $58\frac{1}{8}$ kr.

98 : 14	127 : $58\frac{1}{8}$ (4
32	511 : $52\frac{1}{2}$ (8
210	4095 : -0
294	945 :
3150	60
1 : 18	56700
	25200
	0000

Erklärung: Weil 18 kr. $\frac{3}{10}$ fl. sind, wurde nach der bekannten Weise erst $\frac{1}{10}$, und dieses dann noch 2mal genommen. Dann sind die 14 Loth in 8, 4 und 2 zerlegt; die 8, als der vierte Theil eines ℔es, aus 1 fl. 18 kr.; die Folgenden aber aus den Vorhergehenden genommen worden.

Bey der Probe hat man die 14 Loth zu keinem Bruche gemacht, weil derselbe doch keinen Nenner von einer einfachen Zahl erhalten hätte, wie im 311) Beyspiel. Dagegen wurde der Divisor mit 32 eingerichtet, und das

das Dividendum durch eben so viel (4mal 8) multiplicirt. Nun hätten wir gegen das 0 vom Divisor das letzte Ziffer des Dividendums abschneiden, und bey den Kreuzern beyderseits das letzte Null ganz durchstreichen können (69 §. I. Vortheil); wir besorgten aber, hier nur Verwirrung dadurch zu erregen; wer hingegen ein solches Beyspiel für sich allein rechnet, der kann sich wohl dieses Vortheils bedienen.

166 §. Ist aber das durch die Einheit bestimmte Glied mit dem Fragesatz von verschiedener Ordnung: so muß dieser Unterschied aufgehoben werden (144 §.), welches entweder durch multipliciren oder durch dividiren geschehen muß.

167 §. Wenn die Benennung des Fragesatzes eine höhere Ordnung, als die des andern Gliedes, ausdrückt: so kann man entweder diesen Fragesatz oder den Preis durch den Nenner der untergeordneten Größe multipliciren, und dieses kann zwar gleich, oder auch dann erst geschehen, nachdem man mit den gegebenen Gliedern so verfahren, wie wir im Vorhergehenden gezeigt haben.

314) Aufgabe: 22 ℔. das Loth à 55 kr. *)

a)		b)	
22		55	(4
32 zu Loth		3 = 40	(8
44		29 = 20	
66		22	
704 Lth. à 55 kr.		58	
352	30	58	
234 = 40	20	7 = 20	
58 = 40	5	645 = 20	
645 = 20			

c)

*) Dieß will so viel sagen, als: Was kosten 22 Pf. wenn 1 Loth 55 kr. kostet? Man sehe pag. 114 die Anmerkung.

c) 22 = . . 55		Probe: 22 ℔. per fl. 645. 20 kr. wie theuer 1 Loth?	
11	30		
7 = 20	20	32	645 = 20
1 = 50	8	22	60
20 = 10		64	38720
80 = 40 (4		64	3520
645 = 20 (8		704	000
		55	

Erklärung: Der Fragesatz: Was kosten 22 Pfunde? zeigt eine höhere Ordnung an, als das andere Glied: 1 Loth; denn Lothe sind nur untergeordnete Größen von Pfunden. Es muß demnach vollkommene Gleichheit hergestellt werden; indem man durch den Nenner der untergeordneten Größe (durch 32) entweder den Fragesatz, oder den Preis, oder das Produkt von Beyden multiplicirt; wie eines um das andere in den 3 vorstehenden Operationen geschehen ist.

Bey a) haben wir den Fragesatz durch 32 multiplicirt, oder die 22 Pf. zu lauter Lothe gemacht; dann aus den 704 Lothen die 55 kr. genommen, wie sonst.

Bey b) multiplicirten wir den Preis durch 4mal 8 (statt 32); wir hätten aber auch hier, wie vorhin, die 55 aus 32 nehmen können, wodurch wir gleichfalls den Preis von einem Pfunde erhalten hätten. Dieser wurde dann durch 22 multiplicirt.

Bey c) wurde die Multiplikation durch 32 verschoben, bis man die 55 kr. aus 22 genommen, und die erhaltenen Theile zusammen addirt hatte, woraus sich ergab:

Was 22 ℔. kosten, wenn 1 ℔. 55 kr. kostet, oder:
— 22 Lth. — — — 1 Lth. 55 kr. —

Dieses Produkt wurde nun erst durch 32 (oder 4 und 8) multiplicirt.

Durch

Durch jedes dieser Verfahren wird die erfoderliche Gleichheit hergestellt, und kommen auch bey allen dreyen die nämlichen Antworten: sie sind also auch gleich gültig; welches aber das Kürzeste ist, beliebe der geneigte Leser selbst zu entscheiden.

Bey der Probe, die man auch auf mehrerley Arten hätte machen können, haben wir die Pfunde wiederum in Lothe aufgelöst, und weil man hiemit in die Gulden nicht hätte dividiren können, haben wir selbe zu Kreuzern gemacht; das Uebrige bedarf keiner Erklärung.

315) Aufgabe: 58 ℔. 26 Loth, das Loth à 14 kr. 1 ℌ.

```
 58 : 26
 32
-------
142
174
-------
1882 : . . 14 : 1
-------
 376 : 24   12
  62 : 44   2
   7 : 50½  1
-------
 446 : 58½
```

Probe: 58 ℔. 26 Lth. kosten fl. 446. 58½ kr. was 1 Loth?

```
 58 : 26          446 : 58½
 32                 60
-----             -------
142               26818
174               07998
-----              0470
1882                  4
-----             -------
 14 : 1            1882
                    000
```

Erklärung: Dieses Beyspiel hätte man auch nach allen 3 vorigen Arten machen können; wir sind aber gleich bey der ersten allein geblieben, weil sie doch im

m

mer die natürlichste ist. Die bey den Pfunden befindlichen 26 Loth wurden denselben beygezählt, und die 14 kr. herausgenommen, wie sonst; dann haben wir noch 1 Q, dieser macht von einem kr. den vierten Theil, von 2 krn. aber den achten: weil wir nun zuletzt haben, was 2 kr. betragen (62 fl. 44 kr.): so müßen wir aus diesem den achten Theil nehmen, giebt 7 fl. $50\frac{1}{2}$ kr. u. s. w.

Bey der Probe durfte man das Dividendum nicht, wie sonst geschah, mit 32 multipliciren; ungeachtet wir den Divisor hiemit eingerichtet haben; weil uns herauskommen soll: was 1 Loth koste? Den bey den Kreuzern gebliebenen Rest haben wir durch 4 zu Qen gemacht, und den obenstehenden $\frac{1}{2}$ kr. als 2 Q. beygezählt.

168 §. Zeigt aber die Benennung des Fragesatzes eine mindere Ordnung, als die des andern Gliedes an: so muß man mit dem Nenner des Fragesatzes dividiren. Dieses kann aber entweder in den Fragesatz selbst, oder in den Preis, oder auch in das Produkt von beyden geschehen.

Z. B. 316) Aufg. 375 Pf. den Zentner à fl. 58. 44 kr.

a)
25
3|75 — 3
100 — 4
58 : 44 (3 $\frac{3}{4}$
176 : 12 — 2
29 : 22 — 1
14 : 41
220 : 15

b)
58 : 44
60
35|24 4 — 6
100 — 25
375
187 : 30 — 30
31 : 15 — 5
6 : 15 — (1)
1 : 15 — 5
— : 15 — 1
220 : 15

c) 375
58 = 44
3000
1875
125 20
125 20
25 4
220|25
60
1500

Probe: 375 Pf. per fl. 220. 15 kr. was kostet 1 Zentr.?

375
58 = 44

220 = 15 (100
22025
3275
275
60
16500
1500
000

Erklärung: Hier ist der Fragesatz (375 Pfunde) von einer mindern Ordnung, als das andere Glied (1 Zentner); denn Pfunde sind nur untergeordnete Größen von Zentnern. Um also diese Ungleichheit aufzuheben, mußte mit dem Nenner der untergeordneten Größe (mit 100, weil bey uns der Zentr. so viel Pfund hat) dividirt werden, welches hier auf vorstehende 3 Arten geschehen ist.

Bey a) haben wir den Fragesatz mit 100 dividirt; mithin die Pfund zu Zentr. erhoben.

Daß sich der überbleibende Bruch bis auf $\frac{3}{4}$ abkürzen ließ, schaffte uns eine Bequemlichkeit, die wir nicht immer finden.

Endlich wurde der Preis durch $3\frac{3}{4}$ multiplicirt, und zwar zuerst durch die 3 Ganzen, dann durch $\frac{3}{4}$, indem man dieselben in 2 und 1 (Viertel) zerfällt hat. Noch kürzer hätte man für $\frac{3}{4}$ nur den vierten Theil aus dem Produkte von 3 (176. 12) nehmen können, weil sich $\frac{3}{4}$ zu 3 Ganzen eben so verhalten, wie ein Viertel zu einem Ganzen. Dieser Vortheil findet auch allezeit statt, wenn der Zähler eines Bruches den Ganzen, wobey er stehet, entweder ganz gleich ist, wie hier, oder doch in denselben ohne Rest aufgeht; also ein einzelner Theil davon ist. In diesem Fall aber müßte der Nenner erst durch jenen Quotient multiplicirt, und dann der so vielte Theil, als das Produkt anzeigt, aus dem Produkte der Ganzen genommen werden.

Bey

Bey b) dividirten wir den Preis mit 100; weil aber solches in die fl. nicht gieng, mußten wir sie zu krn. machen, wodurch wir erhielten, was ein Pf. kosten müße. Dieses wurde nun aus der ganzen Zahl der Pfunde genommen. Hier haben wir die $\frac{6}{25}$ auch zerlegt in 5 und 1; das erste wäre von 1 kr. der fünfte Theil, von den vorhergehenden 5 krn. aber der fünf und zwanzigste. Nun würde es aber für Manchen kein Leichtes seyn, mit 25 in Gulden und Kreuzer im Sinne zu dividiren; darum haben wir angenommen: es gienge noch 1 kr. vorher, nahmen hiefür den fünften Theil aus dem Vorigen, und aus diesem für die 5 (25stel) wieder den fünften Theil; weil aber das Produkt von 1 kr. nur angenommen oder fingirt ist: so werden die 6 = 15 gelinde durchstrichen, damit man sie nicht zu den übrigen addire.

Bey c) endlich haben wir das Dividiren (mit 100) verspart, bis die beyden Glieder durch einander multiplicirt waren, als ob das Pfund 58 fl. 44 kr. kostete, oder die 375 ganze Zentr. wären. Nun erst mit 100, nach dem bekannten Vortheil, dividirt. Dieses letzte Verfahren ist in den meisten Fällen das bequemste, weshalb wir uns dessen in der Folge allein bedienen werden.

Bey der Probe haben wir zuerst den Preis von den 375 Pfunden (220 fl. 15 kr.) durch 100 multiplicirt, welches auf folgende Art sehr schnell geschehen kann: man setzt die Gulden nochmals an, hängt in Gedanken an die Kreuzer nur ein 0 an, weil sich das zweyte gegen das 0 von 60 aufhebt; dividirt nun in diese Kreuzer, auch im Sinne, mit 6, und setzt den Quotient gleich an die Gulden.

Hieunten ist diese Operation ganz in Zahlen ausgedrückt zu sehen.

6ø	150ø
25	30
	0

317) Aufgabe: 256 Stücke, das Hundert à fl. 13. 35 kr.

```
     256
      13 = 35
   ---------
     768
    256
     128        5∅
      21 = 20   5
   ---------
   34|77 = 20
       60
   ---------
   46|40
```

Probe: 256 Stück kosten fl. 34. 46 kr. was kosten 100?

```
                        40
   256        34 = 46
  -----     ----------  (100
  13=35     3477 = 20
            0917
             149
               60
            -------
             8960
             1280
              000
```

Erklärung: Hier ist der nämliche Fall, wie bey dem vorigen 316) Beyspiele, doch wurde dieses nur nach der dritten Verfahrungsart allein aufgelöst.

Bey der Probe verfuhren wir in der Multiplikation durch 100 auch wieder wie vorhin. Weil aber bey diesem Beyspiele ein Rest (40) geblieben, haben wir selben oben an die 46 kr. gesetzt, und, anstatt der Nullen, in Gedanken angehängt; dann wiederum mit 6 dividirt, und den hiebey verbliebenen Rest (2) mit dem oben stehenden 0, als kr. neben die fl. gesetzt u. s. w.

318)

318) Aufg. 94 ℔. 12 Loth den Zentr. à fl. 86. 23 kr.

```
            94 = 12   8
            86 = 23   4
           ---------
           564
          752          20
            31 = 20    2
             3 =  8    1
             1 = 34
            21 = 35¾
            10 = 47⅞
          -----------
          81|52 = 25⅝
             60
          ------
          31|45
```

Probe: 94 ℔. 12 Loth kosten fl. 81. 31 kr. was 1 Zentr?

```
      94⅜            45⅝
      755         81 = 31
    --------    -----------(8
    86 = 23      652 = 11⁶⁵
                -----------(100
                 65219 = 25
                  4819
                   289
                    60
                 --------
                  17365
                   2265
                    000
```

Erklärung: Hier ist eben nichts zu merken, als daß nach den 23 krn. auch die 12 Loth zerlegt und herausgenommen wurden, wie im 311) 313) und andern Beysp.

Bey dieser Probe haben wir auch wieder den vorigen ganzen Rest ($45\frac{5}{8}$) beybehalten, und da derselbe durch 8 multiplicirt werden mußte, die Einheiten und Zehner von diesem Produkte neben die kr.; aber, zum Unterschiede, etwas höher hinauf gesetzt; die Hunderte hingegen den krn. beygezählt u. s. w. Bey der Multiplikation

kation durch 100 kamen die Gulden wieder, wie sie sind, herab, mit angehängtem Quotient von den krn., und dem dabey gebliebenen Rest 25. Wenn man eben nicht verlangt, daß die Probe ganz genau herauskommen soll: so kann man, statt dem von den krn. verbliebenen Reste, einen beyläufigen Bruch annehmen; nämlich wenn

der Rest unter 25 beträgt, $\frac{1}{4}$
wenn er — 50 — — $\frac{1}{2}$
= = — 75 — — $\frac{3}{4}$ und
= = über 75 — — um ein Ganzes,

das heißt, hier um 1 kr. mehr. Bey den vorstehenden 317) und 318) Beyspielen hätte man also überall $\frac{1}{2}$ kr. für den Rest annehmen können.

169 §. In manchen Fällen hingegen ist es bequemer, die untergeordneten Größen zu zerlegen, und aus dem Preise herauszunehmen, anstatt diesen mit dem Nenner von jenen zu dividiren: dann wird die Operation zwar einfacher; erfodert aber auch mehr Aufmerksamkeit.

Z. B. 319) Aufg. 23 Loth, das ℔. à fl. 1. 46 kr.

1 = 46		
— = 53	16	
— = $13\frac{1}{4}$	4	
— = $6\frac{5}{8}$	2	
— = $3\frac{5}{16}$	1	
1 = $16\frac{3}{16}$		

Probe: 23 Loth kosten fl. 1. $16\frac{3}{16}$ kr. was kostet 1 ℔.?

23	1 = $16\frac{3}{16}$	(4
1 = 46	5 = $4\frac{3}{4}$	(8
	40 = 38	
	17	
	60	
	1058	
	138	
	00	

Er=

Erklärung: Anstatt die 23 Loth durch den Preis von einem Pfunde (1 fl. 46 kr.) zu multipliciren, und dieses Produkt mit 32 zu dividiren; hat man hier die 23 zerlegt, und aus 1 = 46 herausgenommen.

320) Aufg. 51 Maaß 3 Quart, den Eimer à fl. 29. 52 kr.

(Den Eimer zu 64 Maaß.)

29 = 52	51 = 3	
14 = 56	32	
7 = 28	16	
— = 56	2	
— = 28	1	
— = 14		2
— = 7		1
24 = 9		

Probe. 51¾ Maaß pr. fl. 24. 9 kr. wie theuer der Eimer?

51¾	24 = 9	
207	96 = 36	(4
29 = 52	772 = 48	(8
	6182 = 24	(8
	2042	
	179	
	60	
	10764	
	0414	
	000	

170 §. Wenn der Fragesatz und das erste Glied gleiche Benennung haben; aber keines von den drey Gliedern aus der bloßen Einheit besteht: so wird so verfahren, wie wir schon im 153 §. gelehrt haben. Nur ist

ist hier noch zu merken, daß man zuerst den Divisor einrichten soll, wenn selber aus einer vermischten Größe oder einem Bruch besteht; dann kann man entweder den Fragesatz oder das andere Glied durch den Nenner multipliciren.

321) Aufgabe: 35 Ellen kosten fl. 98. — was kosten $46\frac{5}{8}$ Ellen?

```
                 98
                 46⅝      4
              ─────────
                 588      1
                392
                 49
      35         12 : 15
   ─────────  ────────────
   130 : 33     4569 : 15
                106
                019
                  60
               ─────
                1155
                 105
                  00
```

Erklärung: Die Glieder 35 und $46\frac{5}{8}$ haben gleiche Benennung (Ellen), und keines von allen drey Gliedern besteht aus der Zahl 1 allein; darum wurde (nach dem 153 §.) durch den Fragesatz das mit ihm nicht harmonirende Glied multiplicirt, und mit dem noch übrigen Gliede dividirt.

Da man über jedes Beyspiel so viele Proben machen kann, als sich bekannte Glieder dabey befinden (155 §.): so können wir über obiges drey verschiedene Proben machen, und dieses wollen wir auch.

I. Pro-

I. Probe: Wenn $46\frac{5}{8}$ Ellen fl. 130. 33 kr. kosten, was kosten alsdann 35 Ellen?

$$\begin{array}{l} 46\frac{5}{8} \\ \underline{373} \\ 98 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 130 = 33 & \\ \hline 1044 = 24 & (8 \\ \hline 5222 = 0 & (5 \\ \hline 36554 = — & (7 \\ 2984 & \\ 000 & \end{array}$$

Erklärung: Weil hier der Divisor ($46\frac{5}{8}$) aus einem vermischten Bruche besteht, ist vor allem derselbe eingerichtet, und das zu ihm gehörige Glied (130=33) durch den Nenner multiplicirt worden. Dann hat man dieses Produkt erst durch den Fragesatz (35, oder 5mal 7) multiplicirt, und mit 373, wie sonst, dividirt.

II. Probe: Für 98 fl. bekömmt man 35 Ellen, wie viel Ellen bekömmt man für fl. 130. 33 kr.?

$$\begin{array}{l} \underline{98} \\ 46\frac{5}{8} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 130 = 33 & \\ \hline 652 = 45 & (5 \\ \hline 4569 = 15 & (7 \\ 649 & \\ \frac{61\frac{1}{4}}{98} \quad \frac{245}{392} & \frac{49}{} \quad \frac{5}{8} \end{array}$$

Erklärung: Hier ist nichts einzurichten, darum hat man gleich mit der Multiplikation durch 35 angefangen. Die 15, welche itzt eigentlich keine kr. mehr, sondern 60stel Ellen sind, haben wir, abgekürzt als $\frac{1}{4}$, zu den überbleibenden 61 herabgesetzt, und daraus, nach längstbekannter Verfahrungsart, einen ächten Bruch gemacht.

III. Probe: Wenn man für fl. 130. 33 kr. $46\frac{5}{8}$ Ellen bekömmt, wie viel Ellen bekömmt man für fl. 98. — ?

```
130 = 33        98
   60           60
―――――          ――――
7833           5880
――――――         46 5/8
35            ――――――
               35280
              23520   4
                2940  1
                 735
              ――――――
              274155
               39165
                0000
```

Erklärung: Der gegenwärtige Divisor bestehet aus vermischten Größen; darum mußte auch hier zuerst derselbe eingerichtet werden, wie bey der I. Probe: dann aber wurde der Fragesatz durch den nämlichen Nenner (60), und das Produkt hievon erst durch das noch übrige Glied ($46\frac{5}{8}$) multiplicirt.

322) Aufgabe: Was kosten 31 ℔. 24 Loth, wenn 26 ℔. fl. 46. 22 kr. kosten?

```
                      46 = 22
                    ――――――――――― (4
                     185 = 28
                   ―――――――――――― (8
                    1483 = 44
                       11 = 35 1/2 (8 L. w.
      26           ――――――――――――
   ――――――           1472 = - 8 1/2
   56 = 37 1/4       172
                      16
                       60
                     ―――――
                      968
                      188          13
                       06 1/2   13   ‿    1
                     ――――――   ――――      ――
                       26      52        4
```

Erklärung: Weil 31 Pf. 24 Loth nur um 8 Loth weniger sind, als 32 Pf.; darum wurden die 46 = 22 durch 4mal 8 multiplicirt, und von diesem Produkte für die 8 Loth, oder $\frac{1}{4}$ Pf. der vierte Theil aus 46 = 22 abgezogen; dann mit 26 dividirt u. s. w.

Probe: 31 ℔. 24 Loth pr. fl. 56. $37\frac{1}{4}$ kr., was kosten 26 ℔.?

```
 31¾         56 = 37¼ (4
 127        226 = 29  (5
46 = 22    1132 = 25  (5
           5662 = -5
            226 = 29 (1 m.
           5888 = 34
           0808
            046
              60
           2794
           0254
            000
```

323) Aufg. Wenn man für fl. 53. 41 kr. $23\frac{7}{8}$ Ellen bekömmt; was sind alsdann $36\frac{5}{6}$ Ellen werth?

```
 23⅞         53 = 41 (8
 191        429 = 28 (6
82 = 49    2576 = 48 (6
          15460 = 48
            214 = 44     3 ] 6
            143 = -9⅓    2 ]
          15818 = 41⅓
           0538
            156
              60
           9401
           1761
            042
```

Er=

Erklärung: Ungeachtet diese Aufgabe etwas verdrehet ist: so wird doch Jeder, der die vorangeschickten Lehren von den Verhältnissen rc. recht gefaßt hat, leicht erkennen, daß $36\frac{5}{6}$ Ellen der Fragesatz sind, und daß also mit $23\frac{7}{8}$ dividirt werden müße. Diese müßen vor allem eingerichtet werden; das Uebrige ergiebt sich dann von selbst. Wenn man den hier verbliebenen Rest $42\frac{1}{3}$ durch 4 multiplicirte: so würde sich zeigen, daß derselbe nicht einmal einen Pfenning austrägt: man könnte also höchstens $\frac{1}{4}$ kr. dafür annehmen. Wir werden aber sogleich sehen, wie jeder Rest, ohne große Beschwerlichkeit, in der Probe beygerechnet, und also diese ganz genau gemacht werden könne.

Probe: Was kosten $23\frac{7}{8}$ Ellen, wenn $36\frac{5}{6}$ Ellen fl. 82. 49 kr. kosten?

$36\frac{5}{6}$
221
53 : 41

82 : 49 (6
496 : 54 (4
1987 : 36 (6
11925 : 36
62 : $6\frac{3}{4}$ ($\frac{1}{8}$ w.
11863 : $29\frac{1}{4}$
$31\frac{3}{4}$ v. Rest
11864 : 1-
0814
151
60
9061
0221
000

Nebenoperation.

vor. Rest $42\frac{1}{3}$ (6
8   254
$31\frac{3}{4}$ 142
$\frac{6}{8}$ $\frac{3}{4}$

Erklärung: Nachdem der Divisor eingerichtet, und das Dividendum erst durch den Nenner (6), dann durch 4mal 6, weniger $\frac{1}{8}$ (für $23\frac{7}{8}$) multiplicirt war; nahmen wir den vorhin gebliebenen Rest ($42\frac{1}{3}$), und setzten ihn

bey

bey Seite an. Wäre weder in dem vorigen Beyspiele, noch in dieser Probe der Divisor eingerichtet worden: so hätten wir den Rest, wie er ist, gleich unter die bey dem Produkte von 23$\frac{7}{8}$ befindlichen kr. (29$\frac{1}{4}$) setzen, und zu jenem hinzuaddiren dürfen. Hier aber müßen wir ihn zuvor durch den Nenner, womit bey der Probe der Divisor eingerichtet worden (durch 6) multipliciren, und mit dem Nenner, womit in dem Beyspiele der Divisor eingerichtet worden, (mit 8) dividiren, wie in vorstehender Nebenoperation zu sehen ist. Wir hätten auch die beyden Nenner 6 und 8 durch 2 aufheben; und folglich den Rest durch 3 multipliciren, und mit 4 dividiren können, wodurch wir kleinere Zahlen erhalten, und zuletzt das Abkürzen des Bruches ($\frac{6}{8}$) erspart hätten: es wären aber auch dann die 31$\frac{3}{4}$ (kr.) herausgekommen, die wir endlich zu dem letzten Produkte (11863 = 29$\frac{1}{4}$) hinzu addirt haben.

Anhang.

Von einigen fremden Rechnungsmünzen.

---

171 §.

Ungeachtet in dem Bisherigen nur von einheimischen Rechnungsmünzen Beyspiele gegeben wurden: so wird doch Jeder unsere Anleitung, die größtentheils generell ist, leicht auf die fremden Rechnungsmünzen anwenden können. Wir wollen also hievon nur noch einige Beyspiele mit den nöthigsten Erklärungen mittheilen.

324)

324) Aufgabe: $34\frac{1}{2}$ Ellen à Rthlr. 1. 65 kr.

(Den Reichsthaler zu 90 kr. gerechnet.)

34		oder:	1 = 65
17	45		8 = 55 (5
5 = 60	15		60 = 25 (7
1 = 80	5		— = $77\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ w.
— = $77\frac{1}{2}$			59 = $37\frac{1}{2}$
59 = $37\frac{1}{2}$			

Erklärung: Zuerst wurden hier die 34 zu Rthlr. angesetzt, dann die 65 kr. zerlegt, in 45, 15 und 5. Die ersten, als die Hälfte von einem Rthlr. aus 34, und die folgenden, als die gehörigen Theile aus dem Vorigen; zuletzt aber die $\frac{1}{2}$ Elle aus 1 Rthlr. 65 kr. genommen.

Bey dem zweyten Verfahren haben wir die $34\frac{1}{2}$ Ellen zerlegt in 5mal 7 weniger $\frac{1}{2}$, wobey sonst nichts anzumerken ist, als daß man in die Kreuzer, wenn selbe einen Rthlr. oder darüber ausmachen, nur mit 9 dividiren, hingegen die bey der Division überbleibenden Rthlr. nur durch 9 multipliciren darf, wie man vormals bey den Gulden mit 6 gethan hat.

Probe: $34\frac{1}{2}$ Ellen pr. Rthlr. 59. $37\frac{1}{2}$ kr.

$34\frac{1}{2}$	59 = $37\frac{1}{2}$ (2
69	118 = 75
1 = 65	49
	90
	4485
	345
	00

325)

325) **Aufgabe:** $13\frac{1}{6}$ Ellen à Rthlr. 4. 22 g. Gr.

(Der Rthlr. wird zu 24 g. Gr. der g. Gr. zu 12 dl. gerechnet.)

```
13 1/6                 oder:     3 : 22
 4 : 22                         ---------(3
------                          14 : 18
52                              ---------(4
 6 : 12    12                   59 : —
 3 :  6     6                    4 : 22    (1
 2 :  4     4                    — : 19 : 8 (1/6
 — : 19 : 8                    ----------------
------------                    64 : 17 : 8
64 : 17 : 8
```

Erklärung: Hier müßen aus den g. Gr. (guten Groschen) mit 24 die Ganzen ausgezogen werden; man darf also auch die Einheiten derselben nicht gleich ansetzen, wie bisher geschah.

Probe: $13\frac{1}{6}$ Ellen pr. Rthlr. 64. 17 g. Gr. 8 dl.

```
13 1/6        64 : 17 : 8
  79         ---------------(6
------       388 : 10 —
4 : 22         72
               24
             -----
              298
              144
             -----
             1738
              158
               00
```

326) Aufgabe: $23\frac{5}{6}$ Ellen à $14\frac{3}{4}$ ß. (Schillinge)

(8 ß. werden auf 1 Rthlr. und der Rthlr. zu 90 kr. gerechnet.)

$23\frac{5}{6}$ 3
$14\frac{3}{4}$ 2

92 2
23 1
$11\frac{1}{2}$ 24 12
$5\frac{3}{4}$ 18
$7\frac{3}{8}$ 9
$4\frac{11}{12}$ 22

8

$351\frac{13}{24}$ 61 24
31 13 2

Rthlr. 43 = 84, oder beynahe 85 kr.

7
90

630
45 12
$3\frac{3}{4}$ 1

$678\frac{3}{4}$
38
6

Erklärung: Hier wurden zuerst die $23\frac{5}{6}$ und $14\frac{3}{4}$ durch einander multiplicirt, wie schon bey den Brüchen gelehrt worden; weil aber das Produkt $351\frac{13}{24}$ aus ßen. besteht, wovon 8 einen Rthlr. ausmachen: mußte mit 8 darein dividirt werden, gab 43 Rthlr. Die überbleibenden 7 wurden durch 90 zu kr. gemacht, und die $\frac{13}{24}$ aus diesen herausgenommen; dann wieder mit 8 dividirt, kamen 84 kr., und der Rest ($6\frac{3}{4}$) zeigt über $\frac{3}{4}$, also fast 1 kr. mehr an.

Oder kürzer auf folgende Art:

```
  23⅝ = 75 (90stel)
  14¾  3
  ———
  92   2  2
 23       1
   7 , —
   4 = 60
  11 = 82½
   5 = 86¼
  ————————
8) 351 = 48¾
  ————————
   43 = 84, 6¾     27
            —  oder —
            8      32
```

Erklärung: Weil am Ende immer Rthlr. und kr. (also 90stel von jenen) herauskommen müßen: so kann einer von den beyden Brüchen, gleichviel welcher, sogleich in 90st Theile aufgelöset werden. Hier ist solches mit $\frac{5}{8}$ geschehen, weil dieses ohne weitern Bruch aufgeht. Nun kann durchgehends verfahren werden, als ob man lauter Rthlr. und kr. hätte; zuletzt aber wird die Summe mit 8 dividirt, wodurch man erst das wahre Resultat erhält.

Probe: 23⅝ Ellen pr. Rthlr. 43. 84 kr. ꝛc.

```
23⅝          43 = 84                 Nebenoperat.
143         ————————— (6               6¾
———          263 = 54               ———— (6
14¾ ß.      ————————— (8             40½
            2108 = 72
                   40½
            —————————
            2109 = 22½
            0679        143
            107¼  429   ◡    3
            ————  ———        —
             143  572        4
```

Erklärung: Nachdem der Divisor eingerichtet, und das Dividendum durch 6 multiplicirt war, mußte solches

 auch

auch durch 8 multiplicirt werden, weil keine Rthlr. sondern ße. kommen müßen. Zuletzt wurde der vorhin verbliebene Rest, beyseite durch den nämlichen Nenner, womit der Divisor eingerichtet worden, multiplicirt, unter das letzte Produkt gesetzt, und zu demselben hinzu addirt. Die $22\frac{1}{2}$ (die für nichts als 90stel anzusehen sind) geben, in einen Bruch übersetzt, $\frac{1}{4}$, welches wir zu den übrigbleibenden 107 herabsetzen, und damit, wie schon gewiesen, verfahren.

327) Aufgabe: $22\frac{1}{2}$ aunes (Stäbe oder franz. Ellen à francs 6. 75 centimes.

(1 fr. hat 10 decimes oder 100 centimes.)

$$\begin{array}{r} 675 \\ 22\frac{1}{2} \\ \hline 1350 \\ 1350 \\ 337\frac{1}{2} \\ \hline \text{fr. } 151.87\frac{1}{2} \text{ cent.} \end{array}$$

Erklärung: Die Francs dürfen nur zu lauter Centimes gemacht, also mit jenen zusammen als eine Zahl genommen werden. Diese Zahl (675) durch die Aunes ($22\frac{1}{2}$) wie sonst multiplicirt, und am Ende die letzten zwey Ziffern durch einen Punkt wieder abgesöndert: so erhält man das Ergebniß 151 francs $87\frac{1}{2}$ centimes.

Probe: $22\frac{1}{2}$ aun. pr. fr. 151. $87\frac{1}{2}$ cent.

$$\begin{array}{r} 22\frac{1}{2} \\ 45 \\ \hline 6.75 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 151.87\frac{1}{2}\ (2 \\ \hline 303.75 \\ 33\ 7 \\ \ \ 2\ 25 \\ \ \ \ \ 00 \end{array}$$

Erklärung: Mit dem Divisor und dem Dividend wurde hier verfahren wie sonst. Nur ist anzumerken, daß die Cen-

Centimes, sowohl beym multipliciren als dividiren, immer mit den Francs als eine Zahl angesehen und behandelt werden dürfen; was die Operation unstreitig sehr abkürzet und erleichtert.

328) Aufgabe: 17 Hundreds (Zentner), 2 Quarters (Vierteln), 16 Pounds (Pfunde) à 123 Shillings (Schillinge Sterling).

(Das Hundr. wird gerechnet zu 4 Quart. das Q. zu 28 ℔. — Der Live Sterl. zu 20 Shil. der S. zu 12 pence (deniers oder Pfenning.)

```
                    123
                     17 : 2 : 16
                    ---------------
                    861          14
                   123            2
                     61 : 6
                     15 : 4 1/2
                      2 : 2 5/14
          20        -------------
L.St. 108 : 10 : — 6/7   2170 : — 6/7
                   0170
                     10
```

Erklärung: Der Preis (123 S.) versteht sich vom Zentner; darum wurde derselbe durch 17 multiplicirt, dann die 2 (Qu.) als die Hälfte aus demselben genommen, gab 61 S. 6 d.; endlich die 16 zerlegt in 14 und 2. Das erste ist die Hälfte von 1 Qu., folglich von 2 der vierte Theil; wir nahmen also den vierten Theil aus dem Vorigen, und für die noch übrigen 2 (℔.) den siebenten Theil aus diesem. Dieß alles zusammen addirt, und die Schillinge mit 20 zu Liv. Sterl. gemacht, gab zur Antwort: 108 L. St. 10 S. — $\frac{6}{7}$ d.; also nicht gar 1 S.

Probe: 17 H. 2 Qu. 16 ℔. pr. L. St. 108. 10 S. — $\frac{6}{7}$ d.

17 : 2 : 16	108 : 10 : — $\frac{6}{7}$ (7
4	759 : 10 : 6 (4
70	3038 : 2 : — (4
28	12152 : 8 : —
1976	20
123	243048
	04544
	05928
	0000

Erklärung: Zuförderst wurde der Divisor eingerichtet, dann das Dividendum durch die nämlichen Nenner multiplicirt. Um den Bruch ($\frac{6}{7}$) gleich wegzubringen, fieng man dieses mit 28 (oder 7mal 4 an), zuletzt mußten die Livres noch zu Shillings gemacht werden, weil solche herauskommen sollen.

329) Aufg. 63 ℔. 30 L. à 15 dl. vls. (Groot vläm.)

(32 dl. vls. werden auf 1 Mark, und die Mk. zu 16 ß., der ß. zu 12 pf. lübisch gerechnet.)

	63 : 30	
	15	16
	315	8
	63	4
	7 : 3	2
	3 : 4$\frac{1}{2}$	
	1 : 5$\frac{1}{4}$	
	— : 5$\frac{5}{8}$	
32	959 : - $\frac{3}{8}$	
Mk. 29 : 15 ß. 6$\frac{3}{8}$ pf.	319	
	2) 31	
	15 : 6	

Er-

Erklärung: Die Pfunde werden durch den Preis multiplicirt, und die Lothe zerlegt und aus demselben herausgenommen; was hiebey von den dl. vls. übrig blieb, haben wir zu pf. (lübisch) gemacht. Die Summe von 959 dl. vls. zu Marken erhoben; die überbleibenden 31 aber mit 2 zu ß. gemacht, weil 2 dl. vls. 1 ß. geben, und der überbleibende $\frac{1}{2}$ ß. macht 6 pf. lbs., wozu auch die $\frac{3}{8}$ herabgesetzt werden können.

Probe: 63 ℔. 30 L. pr. Mk. 29. 15 ß. $6\frac{3}{8}$ pf. lbs.

```
   63 = 30            29 = 15 = 6 3/8
   32                 ---------------- (8
  ----                239 = 12 = 3
   156                ---------------- (4
  189                 959 = 1 = —
  -----              -------------- (4
  2046                3836 = 4
  ------             -------------- (8
  15 dl. vls.        30690 = -
                     10230
                     0000
```

Erklärung: Der Anfang wird hier gemacht wie sonst, dann werden aber die 959 = 1 nochmals durch 4mal 8 multiplicirt, weil keine Mark, sondern dl. vls. herauskommen müßen.

So viel mag von Beyspielen dieser Art genug seyn; denn von allen fremden Rechnungsarten nur ein Muster zu geben, wären die Gränzen dieses Werkes zu enge.

Aufgaben zur Uebung.

330) 5 Ellen à fl. 3. 9 kr.
331) 72 Pf. à fl. 1. 38 kr.
332) 9 Loth à fl. 1. 57 kr.
333) 25 Pf. à —— 56 kr.
334) 32 Ell. à fl. 2. $2\frac{3}{4}$ kr.
335) 7 Zentr. à fl. 62. 48 kr.
336) 21 Stück à fl. 1. 53 kr.
337) 18 Loth à —— $42\frac{1}{4}$ kr.
338) 63 Ell. à fl. 4. 29 kr.
339) 8 Pf. à fl. 4. 22 kr.
340) 23 Lth. à fl. 3. 17 kr.
341) $49\frac{5}{8}$ Ell. à fl. 5. 56 kr.
342) 85 Pf. à fl. 1. 13 kr.
343) $55\frac{5}{6}$ Ell. à fl. 2. 54 kr.
344) 6 Pf. 28 L. à fl. 11. 38 kr.

345)

345) 100 Ellen à 6 dl. (oder $1\frac{1}{2}$ kr.)
346) 29 Ell. à fl. 2. 10 kr.
347) 83 Pf. à fl. 2. 36 kr.
348) 11 Ell. à fl. 4. 7 kr.
349) 65 Ell. à fl. 1. $52\frac{1}{2}$ kr.
350) $24\frac{1}{3}$ Ell. à fl. 3. 26 kr.
351) $77\frac{5}{12}$ Ell. à fl. 2. 46 kr.
352) 19 Pf. 16 L. à fl. 1. 25 kr.
353) 30 L. 3 Q. à — — 52 kr.
354) $33\frac{7}{8}$ Ell. à fl. 3. $54\frac{3}{4}$ kr.
355) 15 Pf. 23 L. à fl. 2. 8 kr.
356) 78 Ell. à fl. 1. 34 kr.
357) $42\frac{2}{3}$ Ell. à fl. 2. 57 kr.
358) 56 Pf. 7 L. à — 24 kr.

---

359) 2081 Pf. den Zentr. à fl. 64. 42 kr.
360) 45 Pf. 29 Loth das Loth à $7\frac{1}{2}$ kr.
361) 26 Loth das Pf. à fl. 8. 30 kr.
362) 4 Zentr. 65 Pf. das Pf. à 58 kr.
363) 99 Pf. 28 Loth den Zentr. à fl. 123. 36 kr.
364) $23\frac{7}{8}$ Loth das Pf. à fl. 4. 16 kr.
365) Den Zentr. um fl. 84. 10 kr. wie kömmt das Pf.?
366) 89 Stück, das Hundert à fl. 9. 38 kr.
367) 17 Loth 2 Qt. das Pf. à fl. 3. 20 kr.
368) Wie theuer kömmt 1 Loth, wenn das Pf. fl. 17. 4 kr. kostet?
369) 8 Pf. 8 Loth, das Loth à fl. 1. 16 kr.
370) 46 Pf. 29 Lth. 3 Qt. den Zentr. à fl. 426. 40 kr.

---

371) 71 Ellen kosten fl. 149. 45 kr. was kosten 12 Ellen?
372) 28 Pf. kosten fl. 24. 28 kr. was kosten 50 Pf.
373) Was kosten $57\frac{1}{2}$ Ellen, wenn 47 Ellen fl. 8. 37 kr. kosten?
374) Was kosten 14 Ellen, wenn man um fl. 29. 59 kr. $42\frac{5}{6}$ Ellen bekömmt?
375) Wenn 48 Pf. fl. 102. 24 kr. kosten, was kosten alsdann 23 Pf. 12 Loth?

---

376) Um fl. 24. 36 kr. bekomme ich 30 Pf. 24 Loth, für wie viel Geld bekomme ich 46 Pfund?

377) $46\frac{7}{8}$ Ellen kosten fl. 125. was kosten $19\frac{2}{3}$ Ellen?

378) Was kosten 53 Pf. 4 Lth. wenn 64 Pf. 16 L. fl. 163. 24 kr. kosten?

379) Was kosten 132 Pf. 17 Loth, wenn 5 Pf. 23 Loth fl. 3. 51 kr. kosten?

380) Was kosten 28 Loth, wenn 25 Pf. 43 fl. 55 kr. kosten?

---

381) $34\frac{3}{8}$ Ellen à Rthlr. 2. 18 gGr. 10 ₰.

382) 19 Loth 14 ₰. das Pf. à Francs 26. $13\frac{1}{3}$ cent.
(Das Loth wird zu 16 dl. gerechnet.)

383) 38 Pfund 23 Loth à Rthlr. 1. 38 kr.

384) $41\frac{2}{3}$ Yarden (englische Ellen) à 18 ß. 10 d.
(Den Liv. Sterl. zu 20 ß. ꝛc.)

385) $26\frac{5}{8}$ Ellen à $22\frac{1}{4}$ ß.
(8 ß. pr. 1 Rthlr. von 90 krn.)

386) 473 Pfund, die 100 Pf. à 98 Mk. 13 ß.

387) $57\frac{3}{4}$ Stab à Fr. 5. 80 cent.

388) 1047 Pfund à 38 dl. vls. in Amsterdam.
(40 dl. vls. werden auf 1 fl. von 20 Stüvern gerechnet.)

Die Ketten-Praktik.

172 §.

Die Ketten-Praktik, sonst auch Reesische Regel genannt, ist der künstliche Ansatz einer Rechnung, wobey mehrere, geometrische Verhältnisse zum Grunde liegen, durch welchen Ansatz das Verlangte auf einmal herauskömmt. Hieraus ergiebt sich, daß man durch die

Ket-

Ketten-Praktik alle jene Aufgaben lösen kann, die sonst durch successive Ausgleichung der Verhältnisse, wie in der wälschen Praktik geschah, aufgelöst werden müßten.

173 §. Wenn in den zwey gegebenen Verhältnissen keine Ausgleichung nöthig: so soll man sich nie der Ketten-Praktik bedienen. Wenn aber dabey ein arithmetisches Verhältniß zum Grunde liegt, daß nämlich Etwas addirt oder subtrahirt werden sollte: so darf man sich der Ketten-Praktik nie bedienen.

174 §. Diese Rechnungsart hat unstreitig ihren Namen daher, daß die Verhältnisse wie Glieder einer Kette zusammenhängen müßen (146 §.). Es darf also auch nicht ein Glied eines Verhältnisses mangeln, wenn das Verlangte herauskommen soll.

175 §. Die Hauptsache kömmt hiebey auf den Ansatz an; man beliebe also Folgendes wohl zu merken: Der Fragesatz wird zuerst, und etwas gegen die rechte Hand angesetzt, dabey merke man sich, oder notire es gerade gegen die linke hinüber, was das unbekannte Glied für eine Benennung haben müße; dann setze man alle übrigen Verhältnisse, die entweder angegeben, oder einem so schon bekannt seyn müßen, in einer solchen Ordnung an, daß jederzeit dasjenige Glied, welches mit dem letzten zur rechten Hand gleiche Benennung hat, unter das letzte zur linken, und das mit ihm in Verhältniß stehende Glied gerade gegenüber unter das zur rechten zu stehen kömmt. Wenn man damit so

lange

lange fortgefahren, bis das letzte Glied, zur rechten Hand, dem unbekannten, der Benennung nach, gleich ist: so ist der Ansatz vollendet, der dann durch zwey Querlinien von der weitern Operation unterschieden wird.

176 §. Kommen hiebey vermischte Größen vor: so werden selbe entweder in einen Bruch übersetzt, oder, wenn sie keinen bequemen Bruch geben und man es nicht so genau nehmen will, zu Hunderttheilen gemacht.

177 §. Die vorkommenden Brüche können eingerichtet werden; wenn aber der Nenner eines Bruches in einer andern auf der nämlichen Seite befindlichen Zahl ohne Rest aufgeht: so ist es besser, wenn man ihn nicht einrichtet. Besonders auf der rechten Seite soll man hiemit sehr sparsam umgehen, wenn man unnöthige Weitläufigkeit vermeiden will.

178 §. So fällt auch die Operation merklich kürzer aus, wenn man diejenigen Zahlen, die in andern auf der entgegenstehenden Seite, entweder ganz oder durch eine Mittelzahl aufgehen, aufhebt. Muß man aber erst mühesam suchen, was für Zahlen in einander, oder durch was sie aufgehen: so würde hiebey, wenigstens an der Zeit nichts gewonnen, und es ist besser, man unterläßt das übrige Aufheben.

179 §. Wenn endlich der ganze Ansatz fertig, die Brüche (wo es seyn muß) eingerichtet, und keine Zahlen gegen einander mehr aufzuheben sind: so werden alle auf

der

der rechten Seite noch befindlichen Zahlen durch einander multiplicirt. Das Nämliche geschieht auch mit den auf der linken Seite befindlichen. Dann wird mit diesem letzten Produkte in jenes von der rechten Seite dividirt. Der Quotient giebt die Antwort, und ist stets von der nämlichen Benennung, wie das letzte zur rechten Hand stehende Glied war.

180 §. Es können aber durch einen Kettensatz auch zwey unbekannte Glieder, die jedoch in so genauer Verbindung mit einander stehen müßen, daß sie zusammen ein Verhältniß ausmachen (127 §.), gefunden werden. In diesem Falle haben wir auch zum Fragesatze kein bekanntes Glied; es werden also nur die beyden Benennungen des unbekannten Verhältnisses einander gegenüber zu oberst angesetzet, dann mit den übrigen (bekannten) Verhältnissen fortgefahren, und die übrigen Operationen gemacht, wie vom 175 §. bis hieher gelehret wurde. Nur darf dann nicht mit dem auf der linken Seite erhaltenen Produkte in jenes von der rechten Seite dividirt werden; sondern diese nämlichen Produkte sind schon die Glieder des gesuchten Verhältnisses, wovon jedes Glied die Benennung annimmt, die ihm zu oberst gegenüber steht. Sind die Zahlen eines solchen Verhältnisses zu groß, um sie bey künftigen Berechnungen leicht anwenden zu können: so kann man sie dadurch, daß man von ihnen den größten gemeinschaftlichen Divisor sucht (85 §.), oder vermittels der Kettenbrüche (86 §.), auf sehr brauchbare und bequeme Verhältnisse zurückführen.

Z. B. 389) Aufgabe: Wie viele Bogen Papier erhält man für 1 kr., wenn der Ballen 16 fl. kostet?

(1 Ballen hält 10 Ries, 1 R. — 20 Buch, 1 B. — 24 Bogen.)

Ansatz:	Bogen.	1 kr.
	60	1 fl.
	16	1 Ball.
	1	10 Ries.
	1	20 Buch.
	1	24 Bogen.

Erklärung: Wollte man dieses Beyspiel nach der wälschen Praktik machen: so müßten erst alle Ungleichheiten in der Benennung, nämlich von dem Ballen bis auf Bogen, und von den Gulden bis zu Kreuzern nach und nach ausgeglichen werden, wie schon bekannt ist. Durch die Ketten-Rechnung aber läßt sich dieses in einem Ansatz thun, wie hieroben zu sehen ist. Man begehrt zu wissen, wie viel man Bogen Papier für einen Kreuzer erhalte? Mithin ist 1 kr. der Fragesatz, dieser kömmt zu oberst gegen die rechte Hand zu stehen, und ihm gegenüber die Benennung des unbekannten Gliedes: wie viel Bogen? Indem ich dieses ansetze, spreche ich: „Wie viele Bogen bekomme ich für einen Kreuzer?" Nun sind die bekannten Verhältnisse nach einander anzusetzen, und weil das letzte Glied die Benennung Kreuzer hat, muß ich wieder mit Kreuzern anfangen. In der Aufgabe sind zwar Gulden, also wohl Größen von gleicher Art; aber von verschiedener Ordnung (140 u. 141 §§.), enthalten: indessen ist es Jedem bekannt, wie der Gulden bey uns abgetheilt wird. Ich sage also ferner: „Wenn 60 Kreuzer 1 fl. ausmachen." Jetzt kann ich die Verhältnisse hernehmen, wie sie in der Aufgabe gegeben sind; nämlich: „Um 16 fl. bekomme ich 1 Ballen, 1 Ballen hält 10 Ries, „1 Ries hält 20 Buch, und 1 Buch hält 24 Bogen." Weil ich nun auf die Benennung des unbekannten Glie-

des

des (Bogen) gekommen bin: so ist der Ansatz vollendet, und weil jedes Glied auf der linken Seite mit dem vorhergehenden zur rechten gleiche Benennung hat (weswegen man auch dahin keine Zeichen der Benennung zu setzen braucht): so fehlt kein einziges Glied in dieser Kette. Hier folgt die

Operation:

	1
6) ~~60~~	1
4) ~~16~~ 4	1
1	1~~0~~
1	4) ~~20~~ 5
1	6) ~~24~~ 4

Antw. 5 Bogen.

Erklärung: Weil hier keine Brüche einzurichten sind: so durfte man gleich mit Aufheben der Zahlen anfangen. Zuerst hob man das 0 von 60 gegen das 0 von 10 auf, und strich beyde durch, welches auch bey den übrigen aufgehobenen Zahlen geschieht. Die (von 60) noch übrigen 6 gehen in 24 ganz auf, und zwar 4mal. Diese 4 werden angesetzt, und jene durchstrichen; die nämlichen 4 gehen aber wieder in 16 auf, kommen abermals 4, die auch noch in 20 aufgehen. Die durch ein) ausgeschlossenen Zahlen sind die Aufhebezahlen, die ich dießmal der Deutlichkeit wegen beygesetzt habe; was aber sonst nicht geschehen darf. Auf die Einser wird so wenig geachtet, als ob sie gar nicht da wären, weil man durch sie weder multipliciren, noch dividiren kann. Es bleibt also hier keine geltende Zahl mehr übrig, als 5, welche von der nämlichen Benennung sind, wie das letzte Glied zur rechten Hand; man erhält demnach für 1 kr. 5 Bogen Papier.

Was wir bey der Abkürzung der Brüche vom Aufheben der Zahlen gesagt haben, kann hier Jedem, der sich damit abgeben will, gut zu statten kommen.

Die

Die Probe über die Ketten-Praktik.

181 §. Wenn man die durch einen Kettensatz erhaltene Antwort an die Stelle des vorhin unbekannten Gliedes setzt, dann in der Operation wiederum so verfährt, wie zuvor, und es heben sich die Produkte auf beyden Seiten gegen einander auf: so halten dieses Viele für eine Probe; sie ist es aber nicht, denn wenn der Ansatz unrichtig war, oder in der Operation zweymal nach einander der nämliche Fehler gemacht wird, was da sehr leicht geschehen kann: so kömmt diese vermeynte Probe dennoch heraus. Es ist also sicherer, durch einen veränderten Kettensatz eine andere Antwort zu suchen.

Auch hier darf man nur eines von den vorhin bekannten Gliedern für unbekannt annehmen; und kann also über jedes Beyspiel so viele Proben machen, als sich bekannte Glieder bey demselben befinden u. s. w., wie wir von der gemeinen Praktik im 154 und 155 §§. gezeigt haben.

Es ließen sich also über voriges Beyspiel eilf ganz verschiedene Proben machen; wir müßen uns aber schon dießmal, um Zeit und Raum zu schonen, mit dreyen begnügen.

I. Probe: Wir nehmen an, es sey uns unbekannt, was was der Ballen Papier kosten müße, wenn man 5 Bogen für 1 kr. erhält. (Die übrigen Verhältnisse bleiben die nämlichen, wie vorhin.)

fl.

fl.	1	Ballen.	
1	~~10~~	Ries.	
1	~~20~~	Buch.	4
1	~~24~~	Bogen.	4
~~5~~	1	kr.	
~~60~~	1	fl.	

Antw. 16 fl.

Erklärung: Das unbekannte Verhältniß heißt hier: „Wie viel Gulden (kostet) 1 Ballen?“ Nun sagen wir ferner: „Wenn 1 Ballen 10 Ries, 1 R. 20 Buch, „1 B. 24 Bogen hält, wenn ich 5 Bogen für 1 kr. be„komme, und 60 kr. 1 fl. ausmachen.“ Jetzt ist der Ansatz fertig, man hebt auf, wie vorhin, so bleiben endlich nur noch auf der rechten Seite zwey 4, diese durch einander multiplicirt (zu dividiren ist nichts) giebt zur Antwort 16 fl.

II. Probe: Es sey unbekannt, wie viel Ballen Papier man für 16 fl. bekomme, wenn man um 1 kr. 5 Bogen bekömmt? (Das Uebrige bleibt.)

	Ballen.	~~16~~	fl.	~~4~~
	1	~~60~~	kr.	
	1	~~5~~	Bog.	1
~~4~~	~~24~~	1	Buch.	
~~5~~	~~20~~	1	Ries.	
	~~10~~	1	Ballen.	

Antw. 1 Ballen.

Erklärung: Der Ansatz ist leicht zu verstehen; wenn man nur merkt, daß man zur Linken immer mit der nämlichen Benennung anfangen müße, womit man zur Rechten aufgehört hat. Mit dem Aufheben verfuhr man auch wieder, wie vorhin. Allein hier giengen alle Zahlen auf; man darf daher nicht meynen, daß nichts herauskomme; sondern man gebe nur auf den letzten Quo-

Quotienten acht, dieser wird 1 seyn, darum habe ich ihn auch bey den 5 Bogen hieneben angesetzt. Es kömmt also zur Antwort: daß man um 16 fl. einen Ballen Papier erhalten müße.

III. Probe: Wenn uns unbekannt wäre: wie viel der Ballen Papier Ries halten müße, wenn derselbe auf 16 fl. kömmt, und 5 Bogen auf einen Kreuzer kommen? (Das Uebrige bleibt.)

	Ries.		
	1	16 fl.	2
	1	60 kr.	3
	1	5 Bogen.	
8	24	1 Buch.	
	20	1 Ries.	

Antw. 10 Ries.

Erklärung: Wenn der Ansatz, wie er hier steht, gemacht, und, was sich aufheben läßt, aufgehoben ist: so bleiben endlich nur noch die Zahlen 5 und 2. Diese durch einander multiplicirt, geben zur Antw.: 10 Ries.

Die übrigen 8 Proben, wenn Jemand Lust und Lieb hat, sie alle zu machen, müßen so lauten:

IV. Probe: Wie viel Ballen machen 10 Ries aus, wenn der Ballen zu 16 fl. 5 Bogen auf 1 kr. kommen u. s. w.

V. = = — — Buch hält 1 Ries, wenn u. s. w.

VI. = = — — Ries machen 20 Buch aus, ꝛc.

VII. = = — — Bogen hält 1 Buch u. s. w.

VIII. = = — — Buch machen 24 Bogen u. s. w.

IX. = = — — Kreuzer hat 1 Gulden u. s. w.

X. = = — — Gulden machen 60 Kr. u. s. w.

XI. = = — — Kr. kosten 5 Bogen u. s. w.

Wenn

Wenn es auch keinen andern Nutzen bringt, daß man über ein Beyspiel mehrere Proben macht: so lernt man doch dadurch die Beschaffenheit der Verhältnisse und ihren Zusammenhang besser einsehen, und erhält mehr Fertigkeit im Ansatz und im Aufheben der Zahlen. Wir werden also zuweilen über ein Beyspiel, wo es uns der Mühe werth scheint, mehr als eine Probe beysetzen.

Mehrere Beyspiele von der Ketten-Praktik.

390) Aufgabe: Wie hoch kömmt die baierische Elle Tuch (ohne Transportspesen), wenn die Brabanter Elle 18 ß. kostet?

(8 ß. werden auf 1 Reichsthaler, 2 Rthlr. zu 3 fl. und 6 Brab. für 5 baier. Ellen gerechnet.)

	fl.	1 baier. Elle.	
	5	6 brab. Ellen	3
	1	18 ß.	9
4	8	1 Rthlr.	
	2	3 fl.	
	20	27	
		3	
		81	
		01	
		20	

Antw. fl. $4\frac{1}{20}$

Erklärung: Die Frage ist, was 1 baier. Elle koste, und natürlicherweise wird sie in die fl. betragen; man weiß also schon, welches die zwey ersten Glieder sind und wo sie hingehören. Nun müßen wir wieder mit baier. Ellen anfangen; wir setzen also ihr Verhältniß gegen die Brabanter hin. Dann kömmt, was eine Brab. in Schillingen koste. Wie viel Schill. einen Rthlr. ausmachen. Und endlich, wie sich die Rthlr. zu den fl. verhalten. Hiemit ist der Ansatz geendigt, weil das letzte Glied fl. heißt, nach welchen man anfänglich auch gefragt hat.

Nach

Nachdem die 2 gegen 6 ganz, und dann die 8 gegen 18 durch 2 aufgehoben waren, blieben auf der linken Seite noch 5 und 4; auf der rechten aber 3, 9 und 3 übrig, wovon sich keine mehr aufheben läßt. Diese Zahlen werden also beyderseits durch einander multiplicirt, und mit dem Produkte der Linken in jenes der Rechten dividirt: so kommen 4 (fl.) und $\frac{1}{20}$, oder (I. Tab. pag. 120) 3 kr.

I. Probe: Wie viel Schillinge kostet die Brabant. Elle, wenn die Baier. (ohne Spesen) auf fl. 4. 3 kr. zu stehen kömmt? u. s. w.

		β.	1 brab. Elle.			
	3	6	5 baier. Ellen.			
4	20	1	$4\frac{1}{20}$ fl.	81	27	9
		3	2 Rthlr.			
		1	8 β.	2		
			Antw. 18 β.			

Erklärung: Vom Ansatz ist hier nichts zu bemerken, als daß die 3 kr. wieder in einen Bruch übersetzt wurden. Diesen haben wir hier eingerichtet, und dann muß der Nenner allezeit auf die entgegenstehende Seite gesetzt werden. Endlich hat man alle Zahlen aufgehoben, bis auf der rechten Seite nur noch die Zahlen 9 und 2 übrig blieben, deren Produkt giebt die Antwort: 18 β.

II. Probe: Wie viele Schillinge kommen auf einen Reichsthaler zu rechnen, wenn die Brabanter Elle 18 β.; die baierische aber fl. 4. 3 kr. kostet? u. s. w.

		β.	1 Rthlr.		
		2	3 fl.		
27	81	$4\frac{1}{20}$	1 baier. Elle.	20	4
9		5	6 brab. Ellen.	3	
		1	18 β.	2	
		Antw. 8 β.			

M Die

Dieser Ansatz sowohl, als die Operation sind so leicht zu verstehen, daß eine fernere Erklärung darüber ganz überflüßig seyn würde.

III. **Probe**: Wenn die brabant. Elle 18 ß. und die baier. Elle (ohne Unkösten) fl. 4. 3 kr. kostet; wie müßen sich demnach die brabant. Ellen zu den baier. verhalten?

baier. Ell.				brab. Ellen.	
		1		18 ß.	2
	2	8		1 Rthlr.	
		2		3 fl.	20 5
3	9	81	$4\frac{1}{20}$	1 baier. Ell.	

Antw. 6 brab. Ell. geben 5 baier. Ellen.

Erklärung: Hier ist angenommn worden, daß das ganze Verhältniß zwischen brabanter und baierischen Ellen unbekannt sey; man hat also zum Fragesatze auch nicht **ein** bekanntes Glied. Es wird daher (nach Anleitung im 180 §.) an dessen Stelle nur die **Benennung** des einen von den unbekannten Gliedern zur rechten Hand, und ihm gegenüber zur linken die des andern Gliedes angesetzt. Mit **welchem** man anfängt, ist ganz gleichgiltig, wenn nur dann die übrigen Verhältnisse, nach der im 175 §. vorgeschriebenen Ordnung, angesetzt werden. Nun wird, wie sonst, eingerichtet, aufgehoben und die noch überbleibenden Zahlen auf jeder Seite für sich multiplicirt; die beyden Produkte aber nicht in einander dividirt, weil zu einem Verhältnisse nothwendig zwey Zahlen gehören, wie die hier erhaltenen sind, wozu die Benennungen von den entgegenstehenden Seiten herabgesetzt werden; und so kömmt heraus: daß 6 **brabanter** Ellen 5 **baierische** geben, oder umgekehrt.

391) **Aufgabe**: Wie verhält sich das Piemonteser Handelsgewicht gegen das baierische in ganzen, nicht allzu großen Zahlen?

(Wenn 100 Piemonteser Pfunde $84\frac{3}{4}$ Danziger, 100 dänische $122\frac{1}{10}$ und 100 Danziger $106\frac{1}{2}$ russische, 100 Hamburger 86 baierische und 97 dänische Pfunde geben.)

Baier.

	Baier.	Piemont. ℔.
4	10Ø	$84\frac{3}{4}$ Danzig. ~~339~~ 113
	1ØØ	$106\frac{1}{2}$ russisch.
407 ~~1221~~	~~$122\frac{1}{10}$~~	1ØØ dänisch. 1Ø
	97	1ØØ Hambg.
	1ØØ	86 baier. ℔.
	407	636
	97	848
	2849	43 ($\frac{1}{2}$
	3663	9159
	39479	9159 (113
	1579160 (4 Piem.	27477
		1034967 baier. ℔.

Erklärung: In obiger Aufgabe wird abermals, wie in der vorhergehenden III. Probe, nach einem Verhältnisse gefragt; es müßen also auch hier die beyden Benennungen (baierische und Piemonteser Pfunde) zuerst angesetzt, und dann mit den übrigen Verhältnissen und in der Operation, wie sonst, fortgefahren werden. Setzt man nun zu den letzten Produkten die ersten Benennungen, doch über's Kreuz, herab: so käme das Verhältniß heraus, daß 1579100 Piemonteser Pfunde nur 1034967 baierische geben, oder auch umgewandt. Dieses ist zwar das genaueste; aber gewiß nicht das bequemste Verhältniß zu allenfalls künftigen Berechnungen. Suchen wir von diesen beyden Zahlen den größten gemeinschaftlichen Divisor: so zeigt sich, daß sie auch nicht im mindesten sich aufheben oder abkürzen lassen. Machen wir aber Kettenbrüche daraus: so erhalten wir, unter andern, folgende sehr bequeme und doch ziemlich genaue Verhältnisse:

Baier. ℔.		Piemont.
97	:	148
213	:	325
310	:	473

wovon man sich, nach Gefallen, eines oder das andere wählen kann.

Um uns von der Genauigkeit des letzten Verhältnisses zu überzeugen, machen wir folgende

Probe: Wie viele Piemonteser Pfunde wägen 310 baierische, nach den zuvor angegebenen Verhältnissen?

Piemont.	31~~0~~ bair. ℔.
86	1~~00~~ Hamb.
1~~0~~ 1~~00~~	97 dänisch.
1~~00~~	~~122 $\frac{1}{10}$~~ russisch. ~~1221~~
106 $\frac{1}{2}$	1~~00~~ Danzig. 407
113 ~~339~~ 8~~4~~ $\frac{3}{4}$	100 Piemont. 4
106 $\frac{1}{2}$	407
86	97
636	2849
848	3663
43	39479
9159	31
113	39479
27477	118437
9159	1223849(4
9159	489539600
1034967	7555280
473	3105110
	000209

Erklärung: Hier kömmt das andere Glied des zuvor angenommenen Verhältnisses (473 Piemonteser Pfunde) heraus; der übrig gebliebene Rest aber (209) ist so unbedeutend, daß wenn man, um Decimalen daraus zu machen, auch drey Nullen anhienge, noch immer nicht dividirt werden könnte; und daß also dieser Rest bey 473 Ellen noch kein $\frac{1}{1000}$ beträgt.

392) **Aufgabe:** Wenn von einer gewissen Waare der Stab in Frankreich Francs 3. 36 Cent. kostet, und bey dem Werth von 100 fl. für Transport-Spesen, Zoll ꝛc. 16 fl. 40 kr. zu rechnen sind, wie kömmt alsdann die baier. Elle in hiesigem Gelde?

(12 Stab messen 17 hiesige Ellen; 80 Francs sind für 81 Livres und 24 Livres für 1 Louisd'or oder 11 fl. zu rechnen.)

fl. m. Sp.	1 baier. Ell.
17	12 Par. Stab.
100 1	3.36 Francs 42 21 7
80	81 Livres.
2 24	11 fl. ohne Sp.
3 100	116 $\frac{2}{3}$ fl. m. Sp. 350
17|0000	81
1,2840	35
60	405
17|0400	243
	2835 (11
	2835
	31185 (7
Antw. fl. 1. 17 kr.	21|8295
	48
	142
	69
	15

Erklärung: Die bey den 3 Francs befindlichen 36 (centimes) werden als natürliche Decimalen — weil der Franc in 100 centimes eingetheilt wird — gleich an jene angehängt, und nur durch einen Punkt abgesöndert; die 100 aber, als Nenner, auf die entgegen stehende Seite gesetzt. Die 40 kr. bey den 16 fl. Transpt. u. a. Unkösten werden in einen Guldenbruch übersetzt, und diese 16 $\frac{2}{3}$ müßen zu 100 addirt werden, weil die Waare um so viel, als die Unkösten austragen, höher zu stehen kom-

kommen muß. Dann wird eingerichtet und aufgehoben, wie sonst; nur daß man auf der linken Seite die Nullen schonet, weil sie zum Dividiren sehr bequem sind. Aus dem Reste habe ich zuvor Decimalen gemacht, und diese dann erst in Kreuzer aufgelöset, weil die Decimalen zu den folgenden Proben am beßten taugen.

I. Probe: Was kostet der Stab in Frankreich, wenn eine baierische Elle mit allen Unkösten, die bey 100 fl. Werth zu 16 fl. 40 kr. gerechnet werden, auf 1 fl. 17 kr. zu stehen kömmt?

Frcs. ohne Sp.		1 Stab.		
	12	17	baier. Ell.	
1000	1	1.284	fl. m. Sp.	428
350	116$\frac{2}{3}$	100	fl. ohne Sp.	3
	11	24	Livres.	2
9	27 81	80	Francs.	

3150	428
3150	17
3465|0	2996
3. 35	428
	7276 (16
	43656
Antw. Fr. 3. 36 cent.	11641|6
	12466
	20710
	3385

Erklärung: Auch hier werden die vorhin erhaltenen Decimalen (284, weil das letzte 0 nichts gilt) an den 1 fl. wie zuvor angehängt; auf die andere Seite aber 1000 hinüber gebracht, weil die Decimalen aus 3 Stellen bestehen. Nach dem gewöhnlichen Verfahren kommen zwar nur 3 Fr. 35 cent. heraus; der große Rest aber zeigt deut-

deutlich, daß dasjenige, was im vorigen Beyspiele weggelassen worden, nur äußerst unbeträchtlich ist. Wollte man jedoch das verlangte Glied voll haben: so durfte statt dem weggeworfenen o, nur 1 angehängt werden, wie bey der II. Probe geschieht.

II. Probe: Wenn von einer Waare der Stab Fr. 3. 36 cent. kostet; die baierische Elle aber mit allen Unkösten auf 1 fl. 17 kr. kömmt, wie viel trifft alsdann auf den Werth von 100 fl. für sämmtliche Spesen zu rechnen?

fl. m. Sp.	100 fl. ohne Sp.
11	24 Livres. 2
81	80 Francs.
21 168 3.36	1 Stab. 100
12	17 baier. Ell.
10000 1	1.2841 fl. m. Sp.
81	12841 (17
21	89887
81	2182970
162	31187
1701	124760
1701	12494
	60
18711	749640
116.40	01200

Antw. fl. 16. 40 kr.

Erklärung: Es fragt sich hier, wie viel die Unkösten allein bey fl. 100 betragen; weil aber nach dieser Rechnungsart nichts anders herauskommen kann, als wie viel der Werth sammt den Unkösten ausmacht: so muß jener (100 fl.) von dem herausgekommenen Quotient (fl. 116. 40 kr.) wieder abgezogen werden, daß man die Unkösten (oder Spesen) allein erhalte; nämlich 16 fl. 40 kr.

393)

393) Aufg. Einer hat 684 ℔. einer Waare, wovon ihm der Zentr. auf fl. 43. 50 kr. zu stehen kömmt. Er möchte diese gegen einen Zeug, die Elle um 54 kr. vertauschen, und sollte er auch an seiner Waare beym Hundert 5 fl. verlieren. Wie viel Ellen Zeug hätte er demnach zu empfangen?

Ellen.	684 ℔. 76
100	$43\frac{5}{8}$ fl. Kosten.
100	95 fl. mit Verlust.
1	60 kr.
9 54	1 Elle.
1|000	

Antw. $316\frac{1}{2}$ Ellen ungefähr.

76
95
380
684
7220
$43\frac{5}{8}$
21660
28880
3610
$2406\frac{2}{3}$
$316|476\frac{2}{3}$

Erklärung: Hier wird nichts mehr einer Erklärung bedürfen, als der Umstand, wegen den 5 fl. Verlust. Wenn einer bey Etwas, das ihm 100 fl. kostet, 5 fl. verlieren will: so muß er es um 95 fl. geben; folglich ist der Verlust jedesmal vom eigenen Kosten abzuziehen. Hier haben wir es kürzer gefunden, wenn die $43\frac{5}{8}$ nicht eingerichtet, und die 95 nicht aufgehoben werden.

I. Probe: Wie viele ℔. sind für 316½ Ellen Zeug unter den vorigen Bedingnissen zu liefern?

℔.	316½ Ellen Zeug.
1	54 kr. 9
60	1 fl.
19 98	100 fl. Kosten. 2
263 43⅚	100 ℔. 6
263	316½ (2
19	633
2367	54
263	2532
4997	3165
684	3418200
	42000
	20140
	0252

Erklärung: Wie sowohl im Ansatz, als in der Operation hier verfahren worden, wird aus dem Bisherigen leicht abzunehmen seyn; nur haben wir noch zu erinnern, daß der übriggebliebene Rest daher rührt, daß wir vorhin ½ Elle annahmen, was es nicht ganz ausmacht.

II. Probe: Wie viel muß Einer bey 100 fl. verlieren, wenn er für 684 ℔. den Zentr. à fl. 43⅚ nur 316½ Ellen, die Elle à 54 kr. erhält?

fl. m. W.	100 fl. Kosten.
263 43⅚	100 ℔. 6
38 684	316½ Ellen.
1	54 kr. 3
60	1 fl. m. W.
2104	949½
789	949500
9994	50040
95	0070

Er=

Erklärung: Hier kömmt nur heraus, was man bey diesem Tausche für den eigenen Kosten von 100 fl. erhält; nämlich 95 fl. Will man nun den wahren Verlust hiebey wissen: so muß man dieses von jenem wieder abziehen; dann kommen die vorigen 5 fl.

394) Aufg. Wie viel betragen in 9 Monat, 10 Tagen die Zinsen von fl. 2650. — Kapital; wenn jährlich 4 fl. vom Hundert gerechnet werden?

fl. Zins.	2650 fl. Kap. in 9⅓ Monat.] 53
2 [100	4
3 [12	477
6	17 = 40
Antw. fl. 82. 26⅔ kr.	494 = 40
	14
	2
	60
	160
	40 2
	4/6 2/3

Erklärung: Da sowohl die Größe des Kapitals, als die Zeit, wie lange solches aussteht, den Zins vermehren oder vermindern kann: so lassen sich diese beyden Umstände im Kettenansatze nicht wohl trennen, und wie man zu gleicher Zeit fragen muß:

„Wie viel fl. Zins geben 2650 fl. Kapital in 9⅓ Monaten?"

so muß man auf der andern Seite wieder anfangen:

„Wenn 100 fl. Kapit.
„in 12 Monat. . . 4 fl. Zins geben."

Das Nämliche gilt auch von allen andern Mitursachen, welche eine bestimmbare Wirkung hervorbringen.

In der Operation aber ist hiebey nichts Besonders zu beobachten.

I.

I. Probe: Wenn man von fl. 2650. — Kapital für $9\frac{1}{3}$ Monat fl. $82\frac{4}{9}$ Zins erhält, wie viel trifft jährlich auf fl. 100?

	fl. Zins.		100 fl. in	2
			12 Mon.	4
	53	2650		
3	9	$9\frac{1}{3}$	$82\frac{4}{9}$ fl. Zins.	3
		7 28	742 106	2
			Antw. 4 fl.	

II. Probe: Wie lange müßen fl. 2650. — Kapital ausstehen, daß sie fl. $82\frac{4}{9}$ Zins einbringen; wenn fl. 100 jährlich 4 fl. Zins geben?

Monat		$82\frac{4}{9}$ fl. Zins.	
fl. Kapit. 2650			
3 9		100 fl. Kapit.	2
	4	in 12 Monat.	3
53		742	
3		2	
159		1484 53	
Antw. $9\frac{1}{3}$ Mon.		053	$\frac{1}{3}$
		159	

Erklärung: Weil hier nach der Zeit gefragt wird, und das Kapital von derselben unzertrennlich ist: so muß dieses unter das unbekannte Glied zu stehen kommen. Wir sagen nämlich:

„In wie viel Monaten
„geben 2650 fl. Kapit. . . . $82\frac{4}{9}$ fl. Zins
„wenn 4 fl. Zins von . . . 100 fl. Kapit.
in 12 Monaten
„fallen."

Obwohl hiebey nur die anfangs gegebenen Regeln genau befolgt werden dürfen: so hat doch die Ketten-Praktik für

für diese Art von Aufgaben viele Schwierigkeiten und wenig Vortheile; denn wir werden in der Folge zeigen, wie selbe kürzer und leichter aufgelöset werden können.

395) **Aufgabe:** Wenn man die neuen franz. L'dors. hier zu fl. 11 erhalten könnte, und in Augsburg werden sie angenommen à fl. $9\frac{3}{5}$, wobey auf 100 fl. gegen Corrent-Geld $2\frac{7}{8}$ fl. aufgegeben werden müßen, von hiesiger Münze aber 20 fl. So fragt sich: mit wie viel Gewinn bey 100 fl. man diese Ld'ors. in Augsburg umsetzen könne?

Mz. fl. Verk.		1øø fl. Münz Einkauf.
	11	$9\frac{3}{5}$ fl. Verkauf.
823	1ø$2\frac{7}{8}$	100 fl. Corrent. 8
	1øø	120 fl. Münz Verk.
	823	960
	823	$9\frac{3}{5}$
	9053	8640
	101=48	192
		384
Antw. mit fl. $1\frac{4}{5}$ Gewinn.		921600
		016300
		7247
		60
		434820
		72700
		0276

Erklärung: Der Preis, wie man die Ld'ors. einnimmt, kann für Einkauf, und jener, wie man sie ausbringt, für Verkauf angesehen werden, um wie viel die Summe des Verkaufs jene des Einkaufs übersteigt, ist der Gewinn; es muß aber Einkauf und Verkauf von gleicher Art und Ordnung seyn. Wie wir in obigem Ansatze gesagt haben: „für 11 fl. Münz im Einkaufpreise erhalte ich $9\frac{3}{5}$ fl. in Ld'or. Verkaufpreise"; wobey der zwey=

zweymal wiederholte Satz: 1 Louisd'or, ausgelassen wurde: so hätten wir dann auch gleich sagen können, wenn $102\frac{7}{8}$ rc. 120 fl. Münz geben; allein Obiges mag doch etwas klärer seyn.

Probe: Wie hoch darf man die Ld'ors. in Münz annehmen, wenn man sie zu dem vorstehenden Preise in Augsburg anbringen kann, und hierauf beym Hundert fl. $1\frac{4}{5}$ gewinnen will?

8 fl. Mz. Eink.		$9\frac{3}{5}$ fl. Verk.	48
823	$102\frac{7}{8}$	100 fl. Cort.	8
	100	120 fl. Münz.	
509	$101\frac{4}{5}$	100 = — Eink.	8
7407		384	
41150		120	
418907		7680	
zu 11 fl.		384	
		4608000	
		418930	
		000023	

396) Aufg. Wie hoch kömmt 1 Real de Plata in Cadix nach hiesigem Gelde zu stehen, wenn Hamburg 76 dl. vls. Banco für 1 Ducado de Cambio in Cadix, und Augsburg $116\frac{3}{4}$ Rthlr. Giro für 100 Rthlr. Banco in Hamburg giebt. Die übrigen nöthigen Verhältnisse sind folgende: 1 Real de Plata hat 34 Maravedis; der Ducado de Cambio aber hat 375 Maravedis, also geben 375 Reales de Pl. 34 Duc. de C. Der Rthlr. Banco in Hamburg wird zu 96 dl. vls. Bco. gerechnet. 100 Rthlr. Giro in Augsburg sind gleich $190\frac{1}{2}$ fl. Corrent allda. Und 100 fl. Augsb. Crt. geben (wie schon gemeldet) 120 fl. hiesige Münze.

fl. Mz.

fl. Mz.		
	1 Real de Plata.	Cadix.
375	34 Duc. de Camb.	
1	76 bl. vls. Bco.	Hamb.
8 96	1 Rthlr. Bco.	
100	116$\frac{3}{4}$ Rthlr. Giro.	Augsb.
100	190$\frac{1}{2}$ fl. Cort.	
100	120 fl. Münz allhier.	

375
8
3|00000000
fl. 11 ^{4940842} kr.

76
34
304
228
2584
116$\frac{3}{4}$
15504 2
2584 1
2584
1292
646
301682
190$\frac{1}{2}$
27151380
301682
150841
57470421
60
34|48225260
04|
14
28
12
025
12
06
0

Er.

Erklärung: Sowohl der Ansatz, als die Operation wird deutlich genug seyn, daß wir darüber nichts mehr zu sagen brauchen. Den Rest haben wir in Decimalbrüche aufgelöst, weil dadurch ohne große Mühe die Probe genau herauskömmt; er beträgt aber nicht einmal $\frac{1}{2}$ kr.

Probe: Wie viele dl. vls. Bco. muß Hamburg für 1 Ducado de Cambio in Cadix geben, wenn der Real de Plata allda auf 11 kr. ꝛc. in hiesiger Münz kommen soll? (Die übrigen Verhältnisse bleiben, wie vorhin.)

	dl. vls. Bco.	1 Duc. de Camb.	in Cadix.
17	34	375 Reales de Pl.	
(7/0)	1	11494084 2 kr.	allhier.
	60	1 fl. Münz.	
	120	100 fl. Cort.	Augsb.
381	190$\frac{1}{2}$	100 Rthlr. Giro.	
467	116$\frac{3}{4}$	100 Rthlr. Banco.	Hamb.
127	1	96 dl. vls. B.	

467	125	2	19156807
127	8	4	4
3269	1000	(8)	76627228
934			06049518
467			0000000
59309			
17			
415163			
59309			
1008253			

Antw. 76 dl. vls. Bco.

Erklärung: Die Decimalbrüche wurden hier an die 11 kr. angehängt, als ob sie mit denselben eine Zahl ausmachten; gegenüber aber setzten wir 7/0, um uns zu erinnern, daß wir wegen diesem Bruche, seiner Zeit, 7 Ziffern abschneiden, oder eben so viele Nullen auf der rechten Seite durchstreichen müßen. Das letzte ist hier geschehen, nach=

nachdem wir die beyden Brüche auf der linken Seite eingerichtet, ihre Nenner auf die rechte Seite gebracht, das o von 60, und jenes von 120 gegen zwey o auf der rechten Seite, wie auch noch einige andere Zahlen gegen einander aufgehoben, und die von 375 übrigbleibenden 125 durch 8 multiplicirt hatten. Man könnte auch noch die Zahlen 467, 127 und 17 gegen 19156807 aufheben, daß endlich auf der rechten Seite nichts mehr übrig bliebe, als 19 und 4; allein dieß möchte leicht mehr Mühe machen, als wenn man gleich so multiplicirt und dividirt, wie hier geschehen ist.

397) **Aufgabe:** Wie viele Soldi Moneta buona in Livorno erhält Augsburg für 1 fl. Corrent, wenn 1 Pezza da otto Reali in Livorno auf $43\frac{1}{2}$ d. Sterl. in London, und der L. St. allda auf fl. 10. 18 kr. Corrent in Augsburg kömmt?

NB. 1 Pezza da otto Reali ist à $5\frac{3}{4}$ Lire Moneta buona, und die Lira zu 20 Soldi zu rechnen.

Soldi M. b.		1 fl. Cort. in Augsb.
103	~~$10\frac{3}{10}$~~	~~240~~ den. Sterl. in London.
~~87~~	~~$43\frac{1}{2}$~~	$5\frac{3}{4}$ L. M. b. in Livorno.
29	1	20 Soldi M. b. allda.

103	10
29	2
927	80
206	1600 (20
2987	32000
	5 ¾
	160
	16
	8
	184000
	04780
	1793
	12
	3586
	1793
	21516
	0007

Antw. 61 Soldi 7 denari oder $61\frac{5}{8}$ ungef.

Probe: Zu wie viel Soldi, oder auch Lire Moneta buona ist die Pezza da otto Reali in Livorno, nach vorstehenden Verhältnissen zu rechnen?

S. M. b.	1 Pezza in Livorno.
2 — 1	43½ den. St in Lond.
10 80 240	10 3/10 fl. Cort. in Augsb.
8 — 1	61 5/8 S. M. b. in Livorno.

16	87	29	493
8	103		103
128|00	493		1479
			4930
			50779
			29
			457011
			101558
			14725|91
			192
			0645
			005

Antw. 115 Soldi.

2|0 11|5 5

oder $5\frac{3}{4}$ Lre. $\frac{15}{20}$ $\frac{3}{4}$

Ueber diese, wie über vorige Rechnung, ließen sich noch einige andere Proben machen; es wird aber Keinem schwer fallen, sie selbst ausfindig zu machen, der das Bisherige recht begriffen hat. Hier war es uns hauptsächlich darum zu thun, daß man sehe, wie gut die Ketten-Praktik sich auf diese Art von Aufgaben anwenden läßt. Eine vollständigere Anleitung hiezu können wir erst dann geben, wenn wir auf die Wechsel-Rechnung kommen.

In Rücksicht der Operation müßen wir erinnern, daß darinn vieles willkührlich ist. Man hätte mit den Brüchen, mit Aufheben der Zahlen und im Multipliciren auch anders, und vielleicht oft kürzer verfahren können, als hier geschah. In diesem Stücke ist es am besten, man thut, was Einem zuerst beyfällt, ehe man mit langem

Nachsinnen mehr Zeit verliert, als durch eine etwas weitläufigere Operation. Nur die Uebung giebt die besten Vortheile an die Hand.

Auch die Zeichen der Benennung können, wenn man für sich rechnet, ganz weggelassen werden; wir haben sie hier nur beygesetzt, damit man den Zusammenhang der Verhältnisse besser einsehe.

Aufgaben zur Uebung.

398) Wie viel Ꝗ. kostet 1 Quintel, wenn der Zentner fl. 160 — kostet?

(Die übrigen Verhältnisse sind genug bekannt.)

399) Auf wie viel Groote darf das Pfund Taback in Bremen zu stehen kommen, wenn man das baierische Pfund um 41 kr. verkaufen soll, auf den Werth von 100 fl. für Transportkösten, Zoll ꝛc. 40 fl. zu rechnen sind, und wenn man beym Hundert 15 fl. gewinnen möchte.

(Es werden 5 Reichsthaler à 72 Groot in Bremen für 9 fl. hiesig Geld und 100 Bremer Pfunde für $88\frac{7}{8}$ baierischen Gewichts gerechnet.)

400) Wenn die Leipziger Elle 13 g. Gr. 4 Ꝗ. kostet, wie hoch kömmt dann (ohne die Unkösten zu rechnen) die baier. Elle in hiesigem Gelde?

(3 Leipz. Ellen werden 2 Baierischen gleich geachtet, und die alte Louisd'or, die hier 9 fl. gilt, gilt in Leipzig 5 Rthlr. à 24 g. Gr.)

401) Wie verhalten sich die Genueser Bracci von $2\frac{1}{3}$ Palmi zu den baier. Ellen, wenn 5 Genues. Palmen 4 rheinländ. Fuß geben, der rheinl. Fuß 139^{13}; die baier. Elle aber 370^{16} französ. Linien mißt.

402) Wenn von einer gewissen Waare in Hamburg das Pf. à $24\frac{1}{2}$ Ꝗ. vls. Bco. eingekauft wird, und für den Betrag von $104\frac{2}{3}$ (mit dem gewöhnlichen Abzug) nur 100 bezahlt werden darf; wenn ferner die sämmtlichen Unkösten beym Hundert 12 fl. betragen, und der Zentner hier

hier um fl. 99. 12 kr. verkauft wird: so fragt sich, wie viel hieran beym Hundert gewonnen wird?

(Das Hamburger Banco Geld ist hier à $116\frac{1}{4}$; die übrigen Verhältnisse bleiben, wie beym 396) Beyspiel 100 Pf. in Hamburg geben 86 Pf. hier.)

403) Wie viel ist von fl. 5000. — Kapital für 20 Jahre Interesse (oder Zins) zu bezahlen, wenn von fl. 2400. — für 5 Jahre fl. 480. — bezahlt wurden?

404) Einer hat 43 Stück Leinwand von 50 Ellen, wovon ihm die Elle 24 kr. kostet, diese soll er gegen Burgunderwein, die Maas à 1 fl. 15 kr. vertauschen: wie viel Eimer (von 64 Maas) hat er für seine Leinwand zu empfangen, wenn er auf selber 25 beym Hundert gewinnen will?

405) Jemand ließ ein Stück Waare aus England kommen, wovon die Yard allda 2 S. 1 d. kostete; beym Empfang kam das ganze Stück, welches gerade 40 hiesige Ellen maß, auf fl. 65. 6 kr. zu stehen. Wie viel betragen die Unkösten beym Hundert, wenn der L. Sterl. in London, nach dem damaligen Augsb. Cours auf fl. 10. 20 kr. Corrent für fl. 5. Cort. — fl. 6. hiesiger Münz, und 9 Yarden für 10 baierische Ellen gerechnet werden?

406) Wie stark müßte das Kapital seyn, das einem täglich 5 fl. 24 kr. Zins einbrächte, wenn vom Hundert jährlich 5 fl. gerechnet werden?

407) Wie viele Soldi fuori Banco in Genua hat Augsburg für 1 fl. Corrent zu empfangen, wenn es $98\frac{1}{2}$ Rthlr. Giro für 100 Ducati di Banco in Venedig, und dieses 97 Marchetti für 1 Scudo di Cambio in Genua giebt?

(Das Verhältniß zwischen Rthlr. Giro und fl. Cort. ist bereits angegeben. Der Duc. d. B. in Venedig hat 124 Marchetti; der Sc. d. Camb. in Genua hat $4\frac{3}{5}$ Lire fuori Bco.; die Lira 20 Soldi.)

408) Ein Stück Waare von 30 baier. Ellen kostet hier fl. 9. 36 kr. zu wie viel Groschen soll man die Elle in Wien ansetzen, wenn die Unkösten bis dahin beym Hundert 6 fl. 40 kr. betragen, und wenn man auf seinem Kosten ein Achtel gewinnen will?

(15 Baier. Ellen werden für 16 Wiener gerechnet, und der Conventionsthaler, der hier 2 fl. 24 kr. gilt, gilt dort 5 fl. in Papiergeld. Der fl. hat 20 Gr.)

409) Ein hiesiger Handelsmann hat eine Zahlung in Stockholm zu leisten. Er kann Pariser Wechselbriefe haben zu 113 fl. Corrent für 100 Ecus, oder Hamburger à 116 *). Erstere werden in Stockholm angenommen à 25 ß. Species für 1 Ecu; letztere aber à 47 ß. Spec. für 1 Rthlr. Banco. Welche sind ihm vortheilhafter, und um wie viel beym Hundert?

*) Wie dieser Cours zu verstehen sey, haben wir schon öfters erwähnt.

Anmerkung. Einige der vorstehenden Course, auch wohl ganze Wechselarten haben sich seit der ersten Herausgabe dieses Werkes bedeutend geändert. Mehrere Beyspiele sind nach jetzigen Verhältnissen ganz umgestaltet worden; die übrigen aber glaubte ich wohl, der Brauchbarkeit meines Handbuches unbeschadet, ohne Veränderung stehen lassen zu dürfen; da es hier nur um den Ansatz zu thun ist, der doch immer derselbe bleibt.

Von

Von besonderen Rechnungsvorfällen.

Einleitung.

182 §.

Nachdem wir die einfachen Veränderungsarten der Zahlen, und die zwey Arten der Praktik, durch welche sich Alles ausrechnen läßt, was auf geometrischen Verhältnissen beruhet, durchgegangen, und hievon die Anwendung auf die gewöhnlichsten Fälle gezeigt haben; gehen wir nun zu den besonderen Rechnungsvorfällen über.

183 §. Unter der großen Menge derselben wollen wir für dießmal nur folgende fünf Gattungen vornehmen: Die *Pro cento*- Gold- und Silber- Theilungs- Tausch- und verschiedene andere Rechnungen. Von den Ersten hat jede wiederum ihre Unterabtheilungen; zu den Letzten aber gehören diejenigen Fälle, die sich nicht füglich in eine von den vorhergehenden Rubriquen bringen ließen, und doch für sich keine eigne Klasse ausmachen können.

Die Pro cento-Rechnungen.

184 §.

Pro cento, oder für das Hundert, ist gleichsam ein allgemeiner Maaßstab, nach welchem die Kaufleute das Verhältniß verschiedener Dinge bestimmen; es läßt sich also derselbe nicht allein vom Gelde, sondern auch von allen übrigen Größen verstehen.

Am öftesten bedient man sich dessen bey der Interesse- Abzugs- Provision- und Gewinn- und Verlust-Rechnung.

Interesse-Rechnung.

185 §. Interesse, auch *Supporto* oder Zins, nennt man den Nutzen, den man für eine Zeitlang genossene Summe Geldes zu geben hat. Diese Summe selbst wird das Kapital genannt; die Zinsen werden gemeiniglich nach dem Hundert oder pro cento bedungen, und man ist sie nicht früher, als nach Verfluß jener Zeit, für welche dieselben gerechnet worden, zu bezahlen schuldig.

186 §. Man hat also hiebey folgende vier Umstände in Acht zu nehmen:

Erstens: Das Kapital, oder wie viel zum freyen Genusse überlassen worden.

Zweytens: Die *pro cent*, oder wie viel Zins vom Hundert bedungen ist.

Drit-

Drittens: Die Zeit, oder wie lange das erhaltene Geld genossen wird.

Viertens: Das Interesse, oder wie viel der Darleiher für das entbehrte Geld zu empfangen hat.

187 §. Ungeachtet jeder dieser vier Umstände durch die übrigen drey besonders gefunden werden kann: so wird doch gewöhnlich nur nach dem letzten, dem Interesse, gefragt.

188 §. Wenn die Zinsen nach dem Hundert oder pro cento bedungen sind: so muß man sich stets 100 als das hiezu gehörige Kapital denken. Und die verlangten Zinsen müßen sich zu ihrem Kapitale immer eben so verhalten, wie sich die pro cent zu 100 verhalten.

189 §. Man hat also, wenn von der Zeit gar keine Erwähnung geschieht, das unbekannte Verhältniß nur durch ein bekanntes zu suchen, wobey man ganz nach den in der Praktik (besonders dem 153 §.) gegebenen Regeln verfahren kann.

190 §. Wenn blos das Kapital und die *pro cent* gegeben sind: so wird, um das Interesse zu finden, das Kapital durch die *pro cent* multiplicirt, und mit 100 dividirt, dann kommen am kürzesten die Interessen heraus.

Z. B. 410) Aufg. Wie viel betragen die Interessen von fl. 875. — à 4 p. c.?

Aufl. 875
4

Antw. fl. 35ØØ

Er-

Erklärung: Die 875 fl. sind das Kapital, die 4 pro cento sind die bedungenen Interessen vom Hundert; also ist 100 das zu ihnen gehörige Kapital, und die Interessen von 875 fl. müßen sich zu ihrem Kapitale eben so verhalten, wie sich 4 (pro cent) zu dem ihrigen (100) verhalten. Von der Zeit geschieht keine Erwähnung.

Hier ist das Kapital (875) der Fragesatz; die p. c. (4) aber dasjenige Glied, welches mit jenem in der Benennung nicht übereins kömmt; also müßen diese beyden Glieder durch einander multiplicirt, und mit dem noch übrigen Gliede (100) dividirt werden (153 §.).

Bey der Multiplikation durch 4 kamen zwey Nullen am Ende, dieses schaffte uns den bekannten Vortheil, daß wir, um mit 100 zu dividiren, nur dieselben durchstreichen durften. So erhielten wir die Antwort, daß die Interessen von dem gegebenen Kapitale fl. 35. betragen.

191 §. Ist aber das Kapital nicht angegeben; sondern man soll es erst durch die Interessen und die *pro cent* suchen: so werden jene, als der Fragesatz, durch 100 multiplicirt, und mit den p. c. dividirt.

Z. B. Wie stark muß das Kapital gewesen seyn, daß es à 4 pro cent fl. 35. — Interesse betrug?

4) 3500

Antw. fl. 875

Erklärung: Hier ist das Interesse (35 fl.) der Fragesatz; um ihn, weil nach Kapital gefragt wird, durch 100 zu multipliciren, welches immer das bekannte Kapital ist (188 §.), durften nur zwey Nullen daran gehängt werden; endlich wurde mit dem noch übrigen Gliede (4 pro cent) nach der kürzesten Art dividirt: so kam zur Antwort das Kapital fl. 875.

192 §.

192 §. Wird hingegen nach den pro cent gefragt, wobey das Kapital und die Interessen bekannt seyn müßen: so ist das stets bekannte Kapital 100 der Fragesatz; dieser wird durch die Interessen multiplicirt, und mit dem gegebenen Kapitale dividirt.

Z. B. Wenn von fl. 875. — Kapital das Interesse fl. 35. — beträgt, zu wie viel pro cent wurde dieses gerechnet?

875 3500
Antw. zu 4 p. c. 000

Erklärung: Nachdem man weiß, daß 100 der Fragesatz ist, und daß sich die Interessen (35) zu ihrem Kapitale verhalten müßen, wie die (obwohl unbekannten) pro cent zu 100: so müßen natürlicherweise beyde Zahlen durch einander multiplicirt, und mit dem Kapitale (875) dividirt werden, wodurch die gesuchten p. c. heraus kommen.

193 §. Wollte man endlich, daß die 100 herauskämen, wobey man annehmen müßte, daß das stetige Kapital von den Interessen *pro cento* unbekannt seyn könnte: so wären diese Interessen oder die *pro cento* der Fragesatz; durch diesen wird das gegebene Kapital multiplicirt, und mit den gegebenen Interessen dividirt.

Z. B. Für welche Summe ist 4 fl. Interesse zu bezahlen, wenn dasselbe von fl. 875. — Kapital fl. 35. — beträgt?

875
4
35 3500
Antw. für 100 fl. 0000

Erklärung: Die pro cento und das Kapital werden durch einander multiplicirt, und mit den Interessen dividirt: so ergeben sich die 100.

Die

Die Probe hierüber.

194 §. Was wir davon bey der Praktik und Ketten-Rechnung gesagt haben, gilt auch hier: so wie man die nach dem 191, 192 und 193 §§. gezeigten 3 Operationen für eben so viele Proben über das 410) Beyspiel ansehen kann. Die mittlere unter denselben ist die üblichste, und wir werden uns auch künftig dieser am öftesten bedienen.

Es wurde vorne im 188 §. gesagt, daß sich die Zinsen immer eben so zu ihrem Kapitale verhalten müßen, wie sich die pro cent zu 100 verhalten. Dieses an dem vorstehenden Beyspiele gezeigt, mag für eine vierte Probe gelten.

35	875	4	100
25	175	25	20
	00		0

Erklärung: Wenn man mit den Zinsen in das Kapital, und mit den p. c. in 100 dividirt: so müßen beyderseits gleiche Quotienten herauskommen. Weil also die Zinsen eben so oft in ihrem Kapitale enthalten sind, als die p. c. in 100: so ist sowohl der ausgerechnete Zins, als obige Behauptung richtig.

Fortsetzung vom Interesse.

195 §. Kömmt hiebey auch die Zeit vor: so ist in Acht zu nehmen, ob die pro cent jährlich, monatlich oder wöchentlich sind. Auch muß man merken, daß bey uns in Deutschland das Jahr gemeinhin zu 12 Monat, und das Monat zu 30 Tagen; also das ganze Jahr nur zu 360 Tagen gerechnet wird.

196 §. Wenn die pro cent jährlich zu verstehen sind, da denselben gemeiniglich die Worte: per anno, beygesetzt werden; wird zuerst, nach dem 190 §. das Interesse von einem Jahre gesucht, und dieses dann mit der Zeit in das gehörige Verhältniß gebracht.

Z. B. 411) Aufg. Wie viel beträgt das Supporto von fl. 1098. — in 3 Jahren à 5 pro cento per anno?

	1098
	5
in einem Jahr fl.	54|90
	60
kr.	54ØØ
	54 = 54 (3
Antw. fl.	164 = 42 kr.

Erklärung: Nachdem das Kapital durch die p. c. multiplicirt, und mit 100 dividirt war, kamen fl. 54. 54 kr. heraus, diese sind das Interesse für ein Jahr; weil aber gefragt wird, wie viel solches in drey Jahren betrage: so wurde es noch durch 3 multiplicirt, und kam die Antwort: fl. 164. 42 kr.

Will man aber die Zinsen für die gegebene Zeit schnell erfahren, ohne daß man zu wissen verlangt, wie viel selbe in einem Jahre betragen: so dürfen nur die p. c. p. a. mit der gegebenen Zeit zuerst in das gehörige Verhältniß gebracht, hiedurch das Kapital multiplicirt, und wieder mit 100 dividirt werden.

Z. B.

5 p. c.	1098 à 15 p. c.
3 Jahr.	5490
15 p. c.	164|70
	60
	42ØØ

Er-

Erklärung: Wenn des Jahrs 5 p. c. gegeben werden: so beträgt solches in 3 Jahren 15 p. c. Das Kapital 1098 (nach der kürzesten Art) durch 15 multiplicirt, und wieder mit 100 dividirt; entstanden die vorigen fl. 164. 42 kr.

Anmerk. Dieses Verfahren ist unstreitig das kürzeste; nur läßt es sich nicht überall mit gleichem Vortheile anwenden.

Da wir in diesem und den folgenden Beyspielen um einen Umstand mehr haben, nämlich die Zeit, welche auch ein Gegenstand der Frage seyn kann: so werden wir aus nachstehenden Proben sehen, wie auch die Zeit sowohl von einem berechneten Zinse, als von den Prozenten zu finden ist. Es mögen demnach diese Beyspiele und Proben für eben so viele Formeln dienen, um jeden Umstand, der bey der Interesse- oder Zins-Berechnung vorkommen kann, leicht und schnell zu finden.

I. Probe: Frage nach dem Kapital.

Für welche Summe ist in 3 Jahren fl. 164. 42 kr. Interesse zu bezahlen, wenn 5 p. c. p. a. gerechnet werden?

$$\begin{array}{r|l} 3) & 164 = 42 \\ \hline & 54 = 54 \quad (100 \\ \hline & 5490 = — \\ 5) & \\ \hline & 1098 = — \end{array}$$

Antw. Für fl. 1098. —

Erklärung: Man sucht zuerst den Zins von einem Jahre, multiplicirt diesen durch 100, und dividirt mit den pro cent.

II. Probe: Frage nach den *pro cent. per anno.*

Wenn fl. 1098. — in 3 Jahren fl. 164. 42 kr. Zins abwerfen, zu wie viel p. c. p. a. ist solcher gerechnet?

```
           164 = 42
  1098     16470
  ----     05490
3) 15       0000
```

Antw. à 5 p. c.

Erklärung: Zuerst wurde, nach dem 192 §. das Interesse durch 100 multiplicirt, wie wir schon bey der Probe über das 316) Beyspiel S. 146 gezeigt haben, dann wurde mit dem Kapital dividirt, wodurch sich ergab, wie viel es p. c. in 3 Jahren ausmacht; nämlich 15. Diese abermals dividirt, und zwar mit 3, geben zum Quotient die vorigen 5 pro cento per anno.

III. Probe: Frage nach der Zeit.

Wie lange müßen fl. 1098. — zu 5 p. c. p. a. auf Interesse liegen, bis sie fl. 164. 42 kr. Zins abwerfen?

```
             164 = 42
             -------- (100
             16470 = —
          5) ---------
  1098       3294
  ----        000
   3
```

Antw. 3 Jahre lang.

Erklärung: Es wurde hier abermals das gegebene Interesse durch 100 multiplicirt und in die p. c. dividirt. Hiedurch erhält man die Summe eines Kapitals, welches in einem Jahre eben so viel Zins abwerfen würde, als das gegebene Kapital in der noch unbekannten Zeit. Wird nun mit diesem (1098) in das vorige dividirt: so kömmt die verlangte Zeit, 3 Jahre, heraus.

IV. Probe: Frage nach dem stetigen Kapital.

Wenn fl. 1098. — in 3 Jahren fl. 164. 42 kr. Zins einbringen, wofür sind des Jahrs 5 fl. Zins zu rechnen?

```
              1098
              ---- (3
              3294
             ------ (5
  164,7      164700
  -----       00000
```

Antw. Für 100 fl.

Erklärung: Das Kapital mit der Zeit und den pro cent multiplicirt, und mit dem Zins dividirt, wobey die Kreuzer zu Decimalen gemacht, und wegen diesen an das Dividend noch ein Null angehängt wurde: so kam das Verlangte heraus.

V. Probe: Frage nach der stetigen Zeit.

Für welche Zeit sind von fl. 100. — Kapital fl. 5. — Interesse zu geben, wenn dasselbe von fl. 1098. — in 3 Jahren fl. 164. 42 kr. beträgt?

```
              10980
               5490
164,7         16470
  1
```

Antw. Für 1 Jahr.

Erklärung: Hier sollte abermals mit Zeit und pro cent multiplicirt werden; es geschah aber dieses auf einmal durch 15, nach dem bekannten Vortheil. Nun wäre mit den Interessen und mit 100 zu dividiren; macht man jedoch die Kreuzer zu Decimalen, so darf nur noch ein Null von dem Dividend durchstrichen werden.

Wir wollen nun das 394) Beyspiel pag. 186, nebst seinen 2 Proben durch die Praktik auflösen, um unser dort gethanes Versprechen zu erfüllen. Die Aufgabe heißt:

Wie viel betragen in 9 Monat, 10 Tagen die Zinsen von fl. 2650. — Kapital; wenn jährlich 4 fl. vom Hundert (oder pro cento per anno) gerechnet werden?

```
Aufl.   2650
           4          9 M.   10 T.
        10600         6      10
                      3
        53
        26 = 30
         2 = 56 2/3
Antw. fl. 82 = 20 2/3
```

Er=

Erklärung: Nachdem man die Zinsen von einem Jahre gefunden hatte, wurden die Monate zerlegt, und aus dem Zinse nach einander, zuletzt aber auch die 10 Tage herausgenommen: so kam die nämliche Antwort, wie bey der Ketten=Rechnung.

I. Probe:

$82 = 26\frac{2}{3}$ (3
$247 = 20$ (4
$9\frac{1}{3}$ | $989 = 20$ (3
28 | 2968 = —
106 | 0168
00
265∅ | 1060∅
000
Antw. 4 fl. oder p. c.

II. Probe:

$\frac{26\frac{2}{3}}{60}$ $\frac{8\not{0}\,2}{18\not{0}}$ $\frac{4}{9}$
$82\frac{4}{9}$
2650 | $8244\frac{4}{9}$
$3\frac{1}{9}$ | 0294
2650
4 | 12
$3\frac{1}{9}$ (3
Antw. $9\frac{1}{3}$ Mon.

Erklärung über I. Probe: Man verlangt hier zu wissen, wie viel der jährliche Zins von 100 fl. betrage; es sind also 12 Monat und 100 fl. zwey Fragesätze, und fl. 82. $26\frac{2}{3}$ kr. Zins ist das einzige Glied, welches mit keinem von jenen beyden in der Benennung übereins kömmt; folglich muß dieses sowohl durch 12, als durch 100 multiplicirt, und auch mit $9\frac{1}{3}$ (Monat) und 2650 (fl. Kapital) dividirt werden. Da wir hier gleich nach der ersten Multiplikation auch die erste Division vornahmen, kam uns zuerst heraus, wie viel der ganze Zins für ein Jahr beträgt, nämlich fl. 106. — Hätten wir aber fl. 82. $26\frac{2}{3}$ kr. durch 100 multiplicirt, und mit fl. 2650. — dividirt: so wäre herausgekommen, wie viel der Zins (in der gegebenen Zeit) von fl. 100 betrage, wie es in der II. Probe geschah. Die vorhin gefundenen fl. 106. — wurden nun durch 100 multiplicirt, und mit 2650 dividirt, woraus sich ergab, daß jährlich von 100 fl. 4 fl. Zins, oder 4 pro cento per anno zu bezahlen sind.

Bey der II. Probe haben wir die $26\frac{2}{3}$ kr. in einen Guldenbruch übersetzt, dann den ganzen Zins fl. $82\frac{4}{9}$ durch 100 multi-

multiplicirt, und den Rest zu Neuntheilen gemacht. Endlich die herausgekommenen $3\frac{1}{9}$ (pro cent für die unbekannte Zeit) nur durch 3 multiplicirt, weil sich 4 gegen 12 aufhebt: so fanden wir die Zeit, für welche jener Zins zu bezahlen ist; nämlich $9\frac{1}{3}$ Monat.

412) **Aufgabe:** Es hat jemand fl. 1483. 20 kr. seit dem 15ten Oktober Anno 1772 auf Interesse liegen; wie viel beträgt selbes bis heute, den 14ten Decbr. 1819, zu $4\frac{1}{2}$ pro cento per anno?

```
1483 = 20
---------- (4½
5933 = 20
 741 = 40
----------
66|75 —
   60
----------
 4500
```

Jahr.	Mon.	Tag.
1819	12	14
1772	10	15
47	1	29

```
in 1 Jahr fl. 66 = 45 kr.
              ---------- (10
              667 = 30
              ---------- (4
             2670 = —
              333 = 45   (5
              133 = 30   (2
               33 = 22½   (6 Mon. fing.
                5 = 33¾   (1
                2 = 46⅞        15
                1 = 51¼        10
                  = 33⅜         3
                  = 11⅛         1
              ----------
```

Antw. fl. 3148 = $11\frac{1}{8}$ kr.

Erklärung: Hier mußte die Zeit, wie lange das Kapital auf Interesse liegt, erst gesucht werden. Man hätte solches zwar auch an den Fingern abzählen können; doch mag es durch obige Subtraktion, wo nicht geschwinder, doch gewiß sicherer gefunden werden. Daß der Decbr. das 12te, der Oktober aber das 10te Monat im Jahre ist, brauchen wir wohl kaum zu erinnern.

Wenn

Wenn man das jährliche Interesse nicht zu wissen verlangt, und lieber mit großen Zahlen multiplicirt, als die einzelnen Theile herausnimmt: so kann, wenn die Zeit einmal gefunden ist, auch folgende Operation gemacht werden:

47 Jahr 1 Mon. 29 Tage
12
―――
95
47
―――
565
30
―――
16979
1483 : 20
―――――
50937
135832
67916
16979
5659 : 40
―――――――
25185516 : 40
8) ―――――――
3148 | 189 : 35
60
―――
11 | 375

$4\frac{1}{2}$ — 360 (2
9 — 72000
――
8000 — 0000

Erklärung: Die gefundene Zeit wird in lauter Tage aufgelöset, hiedurch das Kapital multiplicirt, dann mit den p.c. in 360 (Tage eines Jahrs) dividirt, und durch 100 multiplicirt; endlich mit diesem Produkte in das vorige dividirt. Den Grund hievon wird jeder denkende Rechner leicht einsehen; auch kommen wir noch öfters darauf zurück.

Probe: Wenn von fl. 1483. 20 krn. à $4\frac{1}{2}$ pro cento per anno seit dem 15. Okt. 1772 die Interessen fl. 3148 $11\frac{3}{8}$ kr. betragen, bis zu welchem Tage sind selbe gerechnet worden?

3148 = 11,375
——— (100
314818 = 57,5
——— (3
944456 = 52,5
5445
9956
1056
60
———
63412
18912
1112½
——— (4
4450

1483⅓
4450
———
212 = 14¼

212 = 14¼
——— (2
424 = 28½
64
1 = 28½
——— (4
5 = 54
——— (3
17 = 42
8
30
———
261
81
0

4½
9
———
47 = 1 = 29

1772 = 10 = 15
47 = 1 = 29
———
1819 = 12 = 14

Erklärung: Nachdem zuerst gesucht worden, wie viel der Zins von 100 fl. in der ganzen Zeit betragen, kamen 212 fl. 14¼ kr. Hieraus fanden wir dann die Zeit: 47 Jahre 1 Monat und 29 Tage, und diese zu der gegebenen addirt, gab den 14ten Tag des 12ten Monats, oder den 14ten December im Jahre 1819.

197 §.

197 §. Kömmt aber das Interesse vom 100 monatlich zu berechnen, welches blos unter Kaufleuten und Banquiers üblich ist, und wo ½ pro cento für das Monat (ital. per mese) genommen wird: so ist das kürzeste Verfahren, wenn man von den gegebenen Monaten die Hälfte nimmt, hiedurch das Kapital multiplicirt, und dann mit 100 dividirt.

Z. B. 413) Wie viel beträgt das Interesse von fl. 3436. — à ½ per mese in 7 Monaten?

2) $\frac{7}{3\frac{1}{2}}$

```
  3436
    3½
 -----
 10308
  1718
 -----
120|26
    60
 -----
 15|60
```

Erklärung: Die Hälfte von 7 Monaten ist 3½, oder 7 M. à ½ p. c. machen 3½ pro cento aus, durch diese, nach dem 190 §., das Kapital 3436 multiplicirt, und mit 100 dividirt, kömmt die Antwort, daß das Interesse fl. 120. 15 kr. betrage.

NB. Der Rest fällt hier weg; bey der Probe aber wollen wir denselben beybehalten, und damit, wie bey der Probe über das 317) Beyspiel pag. 148 verfahren.

Probe: Zu wie viel pro cento per mese beträgt das Interesse von fl. 3436. — in 7 Monaten fl. 120. 15 kr.?

```
                120 : 15⁶⁰
                ---------- (100
 3436           12026
 ----           1718
7) 3 : 30          60
   ------       ------
   — 30 kr.     103080
oder zu ½ p. c. 00000
```

Erklärung: Es wurde, wie sonst, gesucht, wie viel die p. c. für die ganze Zeit betragen, und dann die gefundenen 3 fl. 30 kr. (oder $3\frac{1}{2}$ p. c.) von 7 Monaten auf 1 M. repartirt, gab 30 kr. oder $\frac{1}{2}$ pro cento per mese.

414) Aufg. fl. 758. 54 kr. à $\frac{1}{2}$ per mese, das Interesse für 1 Jahr 5 Monat 18 Tage.

$$2)\ \frac{17\frac{3}{5}\text{ Mon.}}{8\frac{4}{5}\text{ p. c.}}$$

758 = 54 (8 4/5
6071 = 12
607 = 7 1/5 als 1/10 von 8.
66|78 = 19 1/5
60
46|99 Antw. fl. 66. 47 kr.

Probe: Frage nach der Zeit.

$$\frac{758,9}{17\frac{3}{5}}$$

66 = 46,99 1/5 (1000
66783 = 12 (2
133566 = 24
57676
4553 2/5 (5
22767
0000

Antw. $17\frac{3}{5}$ Mon. oder 1 Jahr 5 Mon. 18 Tage.

415) Aufgabe: Einer hat am 12ten August fl. 3500. — aufgenommen, welche am 5ten July des nächstfolgenden Jahrs zurückzuzahlen sind, wie viel wird hiefür das Supporto à $\frac{1}{2}$ per mese betragen?

J. Mon. Tag.
1 = 7 = 5
8 = 12
2) 10 = 23
5 23/60

3500
5 23
175 20
11 = 40 2
1 = 10 1
— = 35
Antw. fl. 188 = 25 kr.

Oder:
5 = 23 (5
26 = 55 (7
188 = 25

Erklärung: Auch hier mußte erst die Zeit gesucht werden, wie beym 412) Beyspiel; weil man aber die 8 Monate von 7, oder eigentlich nur von 6 Monat nicht abziehen konnte, und der Zahlungstermin auf das folgende Jahr lautet: so mußte 1 Jahr oder 12 Monat zu den übrigen 6 hinzugezählt, und dann die 8 davon abgezogen werden, wodurch die 10 M. 23 T. herauskamen. Diese mit 2 dividirt, und aus den Tagen einen Bruch gemacht, gab $5\frac{23}{60}$ p. c. Wenn das Kapital auf Nullen ausgeht: so kann man selbe gleich durchstreichen, wie hier geschehen; das Uebrige durch die p. c. multiplicirt, und die 23 zerlegt und herausgenommen, wie die kr. aus dem fl.; oder die 35 zerlegt in 5 und 7, und hiedurch die 5 fl. 23 kr. multiplicirt: so kam denn das Supto. fl. 188. 25 kr.

Probe: Frage nach dem Kapital.

10 = 23	188 = 25
30	60
323	1130500
3500	1615
	00000

fl. 3500. — Kapital.

198 §. Ist endlich das Interesse zu wöchentlichen pro cento zu rechnen, wie z. B. in Augsburg, wo alle Mittwoche Zahltag ist; und alle Zahlungen, die vor oder nach diesem Wochentage geschehen, erst von der darauf folgenden Mittwoche an gerechnet werden, und zwar gewöhnlich à $\frac{1}{8}$ p. c. für die Woche (oder per Scontro): so darf nur die Zahl der Wochen mit 8 dividirt, durch diesen Quotient das Kapital multiplicirt, und endlich wiederum mit 100 dividirt werden.

Z. B.

Z. B. 416) Man soll das Supporto von fl. 624. — für 35 Wochen à $\frac{1}{8}$ p. c. (oder pr. Scontri) rechnen.

$$8)\frac{35}{4\frac{3}{8}} \qquad \begin{array}{r} 624 \\ \hline 2496 \\ 156 \\ 78 \\ \hline 27|30 \\ 60 \\ \hline 18\emptyset\emptyset \end{array} (4\tfrac{3}{8} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \not{2} \\ \not{1} \end{array}$$

macht fl. 27. 18 kr.

Erklärung: Die 35 (Wochen oder Scontri) mit 8 dividirt, oder 35 Wochen à $\frac{1}{8}$ p. c. geben $4\frac{3}{8}$ p. c.; das Uebrige bleibt, wie vorhin.

Probe: Frage nach dem Kapital.

$$\frac{35}{624} \qquad \begin{array}{r} 27 = 18 \\ \hline 2730 = — \\ \hline 21840 = — \\ 84 \\ 140 \\ 00 \end{array} \begin{array}{l} (100 \\ \\ (8 \end{array}$$

Erklärung: Das Supporto mit 100 und dann mit 8 multiplicirt (weil $\frac{1}{8}$ p. c. genommen wird), und mit der Zahl der Scontri in jenes Produkt dividirt, giebt das Verlangte.

417) Was macht das Supporto von fl. 592. — pr. 6 Scontri?

$$\frac{6}{8}\overset{2}{\smile}\frac{3}{4} \qquad \begin{array}{r} 592 \\ \hline 296 \\ 148 \\ \hline 4|44 \\ 60 \\ \hline 26|40 \end{array} (\tfrac{3}{4} \quad \begin{array}{l} \\ \not{2} \\ \not{1} \end{array}$$

Antw. fl. 4. 26 kr.

Pro=

Probe: Frage nach den pro cent.

```
     4.26 : 40
    ———————————(100
6)  444 : —
    ————————
     74  74    1
    ————       —
    592        8
```

Erklärung: Nachdem hier mit 100 multiplicirt und mit den Scontri dividirt war, wurde, anstatt mit dem Kapital zu dividiren, ein Bruch angesetzt, und dieser abgekürzet, welches, meines Erachtens, etwas kürzer seyn wird.

418) Ein hiesiger Handelsmann übermachte unterm 26ten Febr. dieß Jahrs einem Wechsler in Augsburg fl. 1666. 40 kr. bis den 18ten November gedenket er darüber an disponiren; wie viel ist ihm hiefür à $\frac{1}{8}$ pr. Scontro zu Supporto zu vergüten?

Um zu finden, wie viele Scontri vom 26ten Febr. bis 18ten Nov. zu rechnen sind; dürfte man nur in einem Kalender alle dazwischen fallende Mittwoche zählen; wobey jedoch entweder die erste oder die letzte wegbleiben müßte; wer aber keinen eigens dazu eingerichteten Kalender besitzt, der kann sich auf folgende Art helfen:

Aus dem 198 §. ergiebt sich, daß obige Zahlung vom 1ten März an gerechnet wird; man fängt also erst vom März zu zählen an, schreibt dieses und die folgenden Monate, nebst ihren Tagen, bis zum November auf; von diesem setzt man nur 14 Tage an, weil die letzte Mittwoche vor der Rückzahlung auf den 15ten fällt. Die sämmtlichen Tage werden nun zusammen addirt, und ihre

ihre Summe durch 7 dividirt: so ergeben sich die 37 Scontri, wie hierunten zu sehen ist.

März	31	Tage	1666 = 40
April	30	— —	$4\frac{5}{8}$
May	31	— —	6666 = 40
Juny	30	— —	833 = 20
July	31	— —	208 = 20
Aug.	31	— —	77|08 = 20
Sept.	30	— —	60
Oktb.	31	— —	500
Nov.	14	— —	

7) 259 Tage

8) 37 Scontri

$4\frac{5}{8}$ p. c.

Antw. fl. 77. 5 kr.

Probe: Frage nach der Zeit.

$1666\frac{2}{3}$
5000

37 Scontri.

77 = 5 (8
616 = 40 (3
1850 = —
5) 37

Erklärung: Wenn das Supporto durch 8 multiplicirt und der Divisor, wo es nöthig ist, eingerichtet wird: so tritt oft der Vortheil ein, daß man vom Divisor 2 oder mehr Nullen gegen das Dividend aufheben kann, wodurch auch noch das Multipliciren mit 100 erspa- ret wird.

Wer auf die vom 411ten Beyspiele bis hieher angegebenen Verfahrungsweisen die gehörige Aufmerksamkeit verwendet hat, der wird gewiß jeden bey der Zinsberechnung möglich vorkommenden Fall auf das kürzeste und genaueste aufzulösen im Stande seyn. —

199 §.

199 §. Oft werden die Rückzahlungen und auch die Vorschüsse nicht auf einmal; sondern in Fristen oder Terminen geleistet. In solchen Fällen darf nur von jeder Post besonders das Interesse, auf die bisher gezeigte Weise, berechnet, die Termine alle in der gehörigen Ordnung unter einander gesetzt, und endlich zusammen addirt werden.

z. B. 419) Aufgabe: Einer hat ein Kapital von fl. 6000. — in folgenden Fristen, sammt dem Interesse à 5 p. c. p. a. zurückzuzahlen,

nämlich: fl. 1500 — nach 6 Monat,
　　　　　= 2000 — = 10 = =
　　　　　= 2500 — = 15 = = wie viel

beträgt jede Frist?

Aufl. I. 15ØØ	II. 20ØØ	III. 25ØØ
5	5	5
75 à 6 M.	100 à 10 M.	125 à 15 M.
fl. 37 = 30 kr.	50　6	31 = 15　3
	33 = 20　4	fl. 156 = 15 kr.
	fl. 83 = 20 kr.	

Antw.

	Kapital:	Interesse:	zusammen:
I. Frist	fl. 1500. —	fl. 37. 30 kr.	fl. 1537. 30 kr.
II. —	= 2000. —	= 83. 20 —	= 2083. 20 —
III. —	= 2500. —	= 156. 15 —	= 2656. 15 —
	fl. 6000. —	fl. 277. 5 kr.	fl. 6277. 5 kr.

Die vorher gegebenen Regeln und Beyspiele, und die Deutlichkeit vorstehender Operation, machen wohl jede weitere Erklärung hier überflüssig.

Pro=

Probe: Wie viel sind bey vorstehender Berechnung p. c. p. a. angenommen worden?

15|00. 6 = 90
20|00. 10 = 200
25|00. 15 = 375
665
Antw. 5 p. c.

277 : 5 (3
831 : 15 (4
3325 : —
000

12
100
12|00

Erklärung: Weil jede dieser Kapitalposten auf 2 Nullen ausgeht, wurden dieselben — Kürze halber — abgeschnitten, das Uebrige durch die Monate multiplicirt, und diese Produkte zusammen addirt. Nun sollten die sämmtlichen Interessen durch 100, und durch 12 auch multiplicirt werden; die 100 fallen aber gegen die 2 abgeschnittenen Nullen weg: folglich wird hier nur durch 12 multiplicirt, und endlich mit der vorigen Summe dividirt: so ergaben sich die 5 p. c. p. a.

Diese Probe findet ihre Anwendung, es mögen die Kapitalien oder ihre Zeiten so verschieden seyn, als sie wollen; wenn nur die pro cent gleich sind.

420) Ein Kapital von fl. 10000. — ist in 4 vierteljährigen Fristen, jedesmal der vierte Theil des Kapitals, nebst dem Interesse à 4 p. c. p. a. zurückzuzahlen; wie viel ist nach jeder Frist zu erlegen?

4) 10000
Kap. 2500 für die I. Frist 25ØØ Inter.

	Kapital:	Interesse:	zusammen:
I.	fl. 2500. —	fl. 25. —	fl. 2525. —
II.	: 2500. —	: 50. —	: 2550. —
III.	: 2500. —	: 75. —	: 2575. —
IV.	: 2500. —	: 100. —	: 2600. —
	fl. 10000. —	fl. 250. —	fl. 10250. —

Er-

Erklärung: Es darf nur mit 4 in das ganze Kapital dividirt werden, um zu finden, wie viel jedesmal an Kapital zu erlegen sey. Weil das Interesse à 4 pr. c. p. a. zu rechnen ist: so trifft auf 1 Vierteljahr auch 1 p. c.; wenn man also das Kapital mit 100 dividirt: so kommen die Interessen für 1 Vierteljahr, diese mit 2 multiplicirt, geben die Interessen von der zweyten Post, weil diese noch einmal so lange aussteht, als die erste. Die ersten Interessen durch 3 multiplicirt, geben die von der 3ten Post u. s. w.

Probe: Wenn das Interesse von einem Kapitale, welches in 4 gleichen vierteljährigen Fristen zurückbezahlt worden, à 4 p. c. p. a. fl. 250. — betrug; wie stark war alsdann das Kapital?

I. Frist	à	1 p. c.		250
II. —	=	2 —	$2\frac{1}{2}$	25000
III. —	=	3 —	5	50000 (2
IV. —	=	4 —	Antw. 10000 fl.	
	4)	10 p. c.		
im Durchsch.		$2\frac{1}{2}$ p. c.		

Erklärung: Weil dieses Kapital in gleichen Posten zurückbezahlt wird: so ist in den p. c. von jeder Frist die nämliche Fortschreitung, wie in den Zinsen von jeder Kapitalpost. Es darf also nur von den p. c. der Durchschnitt genommen, das heißt, dieselben zusammen addirt, und mit 4 — weil es 4 Fristen sind — dividirt werden: so haben wir die p. c., zu welchen das ganze Kapital auf einmal das nämliche Interesse (fl. 250. —)

ein=

einbrächte. Durch jene und durch dieses wird nun (nach dem 191 §.) das Kapital gesucht.

Wir hätten hier allerdings auch die vorige Probe pag. 218 brauchen können; doch wäre selbe in diesem Falle allzu einförmig und weitläufig.

200 §. Wenn aber auch die Vorschüsse in verschiedenen Zeiten geschehen: so kann solches auf zweyerley Arten berechnet werden, nämlich:

Erstens, daß man von den empfangenen Posten die Interessen bis auf den Tag rechnet, wann Etwas daran zurückbezahlt wird; dann die Rückzahlungen von dem bisher Empfangenen abzieht, von dem Reste wiederum die Zinsen bis zur nächsten Rückzahlung, oder, wenn keine solche mehr erfolgt, bis zum Tage der Abrechnung sucht u. s. w. oder

Zweytens, daß man sowohl für die empfangenen, als für die zurückbezahlten Kapitalien die Interessen von dem Tage des Empfangs oder der Rückzahlung an, bis zum Tage der Abrechnung sucht; dann diese Posten (Kapital und Interesse) von jenen abzieht, woraus sich nicht nur ergiebt, wie viel an Kapital, sondern auch an Interesse noch ausständig ist.

Diese letzte Art ist vorzüglich bey den Jahrsrechnungen (Conto courant) der Kaufleute üblich.

Das folgende Beyspiel wollen wir nach beyden Arten machen, wovon die zweyte für eine Probe über die erste dienen mag, oder umgekehrt.

421) **Aufgabe:** Einer war noch vom 30sten Decemb. vorigen Jahrs ausständig fl. 356. 30 kr. Hierauf hat er neuerdings empfangen: den 22sten Jänner fl. 2200. —; 16ten April fl. 3748. 26 kr.; 26sten May fl. 1427. 50 kr.; 20sten Septbr. fl. 1200. — 12ten Novbr. fl. 2327. 8 kr.; 19ten dito fl. 820. — und 30sten dito fl. 3163. 18 kr.

Daran zahlte er zurück den 4ten März fl. 1556. 30 kr. 30sten dito fl. 600. —; 9ten August fl. 3086. 42 kr.; 28sten Septbr. fl. 3500. —; und 17ten Dec. fl. 4500. Wie viel ist er, bis letzten December an Kapital, und wie viel Supporto ausständig, wenn dieses à $\frac{1}{2}$ per mese gerechnet wird?

Auf-

Auflösung nach der ersten Art.

Bey folgender Operation muß auch die hieneben befindliche Rechnung geführet werden.

```
a)  3: 4        356:30
   12:30         23:46
   -----     -----------
    2: 4    fl. 3|80:16
 2) ----          60
    1: 4      ------
            kr. 48|16
```

```
b)  3: 4    2200      42
    1:22    -----     --
    ----    733:20    2ø
    1:12    733 20    2ø
 2) ----     73:20    2
     :42   -------
           15|40:—
              60
            ------     400
            24øø       --- (2   9
                       800      ø
                        40      3
```

```
c)        1000      26
          ----      --
   30      200      12
    4      200      12
   --     33:20     2
   26    -------
         4|33:20
            60
         -------
          20øø
```

```
d)  8: 9      20
    3:30    -----
    ----    8|60
    4: 9      60
 2) ----    -----
    2: 9    36øø
```

```
e)  8: 9    3748:26    53
    4:16    1874:13    3ø
   -----    1249:29    2ø
    3:23     187:25    3
 2) ----    --------
    1:53    70|59:33
               60
           ----------
             35|73
```

```
f)  8: 9    1427:50    13
    5:26     237:58    1ø
   -----      47:35    2
    2:13      23:48    1
 2) ----    --------
    1:13    17|37:11
                60
             -------
              22|31
```

```
g)  9:28    2489:34    49
    8: 9    -------    --
   -----    1244:47    3ø
    1:19     414:56    1ø
 2) ----     248:57    6
     :49     124:28    3
           ---------
            20|33: 8
                60
             -------
              19|88
```

```
h)  28    1200    8
    20    ----    -
    --     120    6
     8      40    2
          -----
          1|60
             60
          ------
          36øø
```

```
i)  12:17    189:34    19
     9:28     37:55    12
    -----     18:57    6
     2:19      3: 9    1
 2) -----   --------
     1:19   2|49:35
               60
            -------
             29|75
```

```
k)  12:17    2327: 8    35
    11:12    -------    --
    -----    1163:34    3ø
     1: 5     193:56    5
 2) -----   ---------
     —:35   13|57:30
                 60
            ---------
              34|50
```

l)

		Interesse		Kapital	
		fl.	kr.	fl.	kr.
	Rest vom 30. Decbr. vorigen Jahrs			356	30
a)	Supto. bis 4 März d. J. (2 M. 4 T.)	3	48		
	22. Jäner aufs Neue empfangen			2200	—
b)	Supto. bis 4. März (1 M. 12 T.)	15	24		
				2556	30
	4. März zurückbezahlt . . .			1556	30
	Rest			1000	—
c)	Supto. bis 30. März (— M. 26 T.)	4	20		
	30. März zurückbezahlt . . .			600	—
	Rest			400	—
d)	Supto. bis 9. Aug. (4 M. 9 T.)	8	36		
	16. April empfangen . . .			3748	26
e)	Supto. bis 9. Aug. (3 M. 23 T.)	70	36		
	26. May empfangen . . .			1427	50
f)	Supto. bis 9. Aug. (2 M. 13 T.)	17	22		
				5576	16
	9. August zurückbezahlt . . .			3086	42
	Rest			2489	34
g)	Supto. bis 28. Sept. (1 M. 19 T.)	20	20		
	20. Sept. empfangen . . .			1200	—
h)	Supto. bis 28. Sept. (— M. 8 T.)	1	36		
				3689	34
	28. Sept. zurückbezahlt . . .			3500	—
	Rest			189	34
i)	Supto. bis 17. Decbr. (2 M. 19 T.)	2	30		
	12 Novbr. empfangen . . .			2327	8
k)	Supto. bis 17. Decbr. (1 M. 5 T.)	13	34		
	Transport	158	6	2516	42

l) 12:17 | 820 | 28
11:19 | 273:20 | 2ø
—:28 | 54:40 | 4
| 54:40 | 4
| 3|82:40 |
| 60 |
| 49|60 |

m) 12:17 | 3163:18 | 17
11:30 | 632:39 | 12
—:17 | 210:53 | 4
| 52:43 | 1
| 8|96:15 |
| 60 |
| 57|75 |

n) 30 | 2000 | 13
17 | 333:20 | 1ø
—13 | 66:40 | 2
| 33:20 | 1
| 4|33:20 |
| 60 |
| 20øø |

Erklärung: Aus nebiger Berechnung ist klar zu ersehen, daß man nur die empfangenen und zurückbezahlten Posten, wie sie in der Zeit auf einander

Auflösung nach

Empfangen:

	Kapital fl.	kr.	Tage	Produkt
Rest v. 30. Decbr. vor. Jahrs	356	30	360	128340
aufs Neue 22. Jäner	2200	—	338	743600
16. April	3748	26	254	952102
26. May	1427	50	214	305556
20. Sept.	1200	—	100	120000
12. Novb.	2327	8	48	111702
19. dito	820	—	41	33620
30. dito	3163	18	30	94899
	15243	12		2489819

		Interesse fl.	kr.	Kapital fl.	kr.
	Transport	158	6	2516	42
	19. Novbr. empfangen . . .			820	—
l)	Supto. bis 17. Decb. (— M. 28 T.)	3	40		
	30. Novbr. empfangen . . .			3163	18
m)	Supto. bis 17. Decb. (— M. 17 T.)	8	58		
				6500	—
	17. Decb. zurückbezahlt . . .			4500	—
	Rest			2000	—
n)	Supto. bis ulto. Dec. (— M. 13 T.)	4	20		
				175	13
	Restirt demnach an Kapital und Interesse			2175	13

folgen, ansetzen, und von dem jedesmaligen Ausstande das Interesse suchen darf, wie vom 195 bis 197 §. gezeigt worden.

der zweyten Art.

Zurückbezahlt:

	Kapital fl.	kr.	Tage	Produkt
4. März	1556	30	296	460724
30. dito	600	—	270	162000
9. Aug.	3086	42	141	435225
28. Sept.	3500	—	92	322000
17. Decb.	4500	—	13	58500
	13243	12		1438449
Rest an Kapital	2000	—		6) 1051|370

Interesse fl. 175. 13 kr.

Erklärung: Hier kommen sowohl die empfangenen, als zurückbezahlten Kapitalien besonders unter einander. Jedes wird mit den von der Zahlung bis zur Abrechnung verflossenen Tagen multiplicirt; um diese Tage schnell zu finden, dient nebige Tabelle *), wovon die Spalte A für ein gewöhnliches Zinsjahr zu 360 B für ein gemeines Jahr zu 365 und C für ein Schaltjahr zu 366 Tagen ist; indem man von der bey jedem Monat stehenden Zahl nur den Monatstag abziehen darf. Dann werden sowohl die einen als die andern Kapitalien; wie auch ihre Produkte zusammen addirt, und die zurückbezahlten von den empfangenen abgezogen: so giebt der erste Rest, wie viel noch an Kapital ausständig. Der letzte Rest mit 6000 dividirt; weil ½ pr. mese 6 p. c. p. a. ausmacht, und diese p. c. in 360 (Tagen) gerade 60mal enthalten sind, und weil nun auch mit 100 dividirt werden sollte 190 §. Es müßte also bey 5 p. c der Divisor 7200, bey 4 p. c. 9000 seyn u. s. w. (man sehe die Erklärung über die zweyte Operation der 412) Aufg. Seite 209), wodurch allezeit das sämmtliche Interesse herauskömmt, wie in der vorigen Berechnung.

*)	A	B	C
Jänr.	360	365	366
Febr.	330	334	335
März	300	306	306
April	270	275	275
May	240	245	245
Juny	210	214	214
July	180	184	184
Augst.	150	153	153
Septb.	120	122	122
Oktbr.	90	92	92
Novbr.	60	61	61
Decbr.	30	31	31

Wollte man aber das Interesse von jeder einzelnen Post wissen und in der Rechnung besonders aussetzen: so dürfte nur jedes Produkt gleich mit 6000 (bey 6 p. c.), mit 7200 (bey 5 p. c.), mit 8000 (bey 4½ p. c.), mit 9000 (bey 4 p. c.) u. s. w. dividirt werden.

Sollte endlich (wie es in England wirklich gebräuchlich ist) das Jahr genau zu 365, oder wenn es ein Schaltjahr, zu 366 Tagen gerechnet werden: so müßen die Tage in neben-

nebenstehender Tabelle unter B oder C aufgesucht, damit wie vorhin verfahren, zuletzt aber mit den pro cent in 305 oder 366 dividirt, und noch zwey Nullen angehängt werden; wodurch man dann natürlicherweise andere Divisoren erhalten, doch am Ende finden wird, daß der Unterschied oft nicht sehr bedeutend ist.

Wenn z. B. ein Engländer seinem Correspondenten das Interesse zu 5 p. c. p. a. berechnet: so dividirt er allezeit in den Rest der Produkte, wenn die Kapitalposten durch ihre Tage multiplicirt und die gegenseitigen Summen von einander abgezogen sind, mit 7300. Die Ursache hievon zeigt folgende Operation:

Das Jahr zu 305 Tagen
dividirt mit p. c. p. a. 5)—— und 2 Null. angehängt,
giebt: 7300

201 §. Wird hingegen verlangt, daß das Interesse nebst seinem Kapitale gleich herauskomme, ohne daß man jenes erst zu diesem hinzu addiren darf: so muß das Kapital nicht allein durch die p. c., sondern durch diese nebst ihrem Kapitale (100) multiplicirt werden.

Z. B. 422) Aufgabe: Wie viel beträgt von fl. 1104.— à 5 p. c. das Kapital und Interesse zusammen; auf einmal ausgerechnet?

Aufl. 1104
105
——
5520
11040
——
Antw. fl. 1159|20
60
——
kr. 1200

Erklärung: Weil Kapital und Interesse zusammen herauskommen soll: so muß auch durch Kapital und In-

teresse zusammen multiplicirt, und folglich die p. c. (5) zu ihrem Kapital (100) addirt werden. Daß dieses Produkt mit 100 wieder zu dividiren ist, wie in den vorigen Fällen, versteht sich von selbst.

Probe: Wie stark war das Kapital allein, wenn solches sammt dem Interesse à 5 p. c. fl. 1159. 12 kr. betrug?

```
                    1159 = 12
                    ---------  (100
        105         115920
   -----------       109
Antw. fl. 1104 —      0420
                       000
```

Erklärung: Das Kapital und Interesse darf hier auch durch 100 multiplicirt werden, wie sonst; dann aber muß, aus vorigen Gründen, mit 105 dividirt werden.

423) **Aufgabe:** Wie viel beträgt von fl. 553. 20 kr. für 30 Scontri Kapital und Interesse zusammen?

```
              553 = 20
              103¾
           -----------
             1059     z
            5530      r
              276 = 40
              138 = 20
               34 = 20
           -----------
Antw. fl. 574|08 = 10
               60
           ------
         kr. 5|00
```

Erklärung: 30 Scontri machen (à ⅛) 3¾ p. c. aus; folglich mußte das Kapital (553. 20) durch 103¾ multiplicirt werden. Das Uebrige ist wie vorhin.

Pro-

Probe: Wenn fl. 553. 20 kr. Kapital mit dem Interesse sich auf fl. 574. 5 kr. belaufen; wie viel beträgt dieses p. c.?

```
                574 = 5
                ─────────  (100
   553⅓         57408 = 20
   1660         ─────────  (3
   ────         172225 = 0
   103¾         06225 415
                 1245      3
                ─────      ─
                1660       4
```

Erklärung: Hier mußte, nachdem 574 = 5 (das Kapital nebst Interesse) abermals durch 100 multiplicirt war, mit dem Kapital allein dividirt werden, wodurch 103¾ (auch Kapital und Interesse) herauskam; und es beträgt also 3¾ p. c.

424) Aufg. Wie viel werden fl. 5120. — Kapital sammt dem Interesse à 4½ p. c. p. a. vom 28sten Juny 1816 bis 3ten April 1820 betragen?

```
        1820 = 4 =  3              5120
        1816 = 6 = 28              116 = 56¼
        ─────────────             ───────────
           3 = 9 =  5             30720          30
          12                       5120          20
        ────                       5120           5
          45                       2560          1¼
          30                       1706 = 40
        ────                        426 = 40
        1355                        106 = 40
          4½                      ───────────
        ────                      5987|20 = —
        5420                            60
         677 = 30                      ────
         ────────                      1200
 360    6097 = 30
 ───────2497
16 = 56¼ 337                      Ant. fl. 5987. 12 kr.
          60
        ─────
        20250
         2250
          090    9     1
        ─────          ─
          360          4
```

Probe: Wenn ein Kapital von fl. 5120. — sammt dem Interesse bis 3ten April dieß Jahrs à $4\frac{1}{2}$ pro cento per anno fl. 5987. 12 kr. beträgt; von welchem Tage an ist der Zins gerechnet worden?

$$\frac{512\not{0}}{116{:}56\frac{1}{4}}$$

5987:12
(100
5987|2|0
0867
3552
480
60
28800
3200
128
512

128 ‿ $\frac{1}{4}$

$4\frac{1}{2}$
9
1355 T.

16 : $56\frac{1}{4}$ (4
67 : 45 (9
609 : 45 (10
$6097\frac{1}{2}$ (2
12195 —
31
49
45
0

$\frac{12}{3\,\text{J.}}$ $\frac{30}{45\,\text{M.}}$ 9 :

1355 T.
155
05 :

1820 : 4 : 3
3 : 9 : 5
1816 : 6 : 28

Antw. Vom 28sten Tage des 6ten Monats (28. Juny) im Jahre 1816.

202 §. Dieses ist auch die leichteste Verfahrungsart, wenn die Interessen stehen bleiben, und jährlich zum Kapital geschlagen werden, oder wenn Zins von Zins zu berechnen ist. Man sucht, wie vorhin, Kapital und Zins vom ersten Jahre, und fährt damit so lange fort, als Jahre gegeben sind. Verlangte jemand die sämmtlichen Zinsen allein, ohne das Kapital, zu wissen: so darf nur dieses von dem zuletzt Herausgekommenen abgezogen werden.

3. B.

Z. B. 425) **Aufgabe:** Wie viel trägt ein Kapital von fl. 6510. 25 kr. nach 5 Jahren à 4 pro cento per anno ein, wenn die Interessen jährlich zum Kapital geschlagen werden?

6510:25	6770:50	7041:40
104 20	104 30	104 10
26040 8	27080 20	28164 20
65100	67700	70410
34:40	52	34:40
8:40	34:40	34:40
I. 6770|83:20	II. 7041|66:40	III. 7323|33:20
60	60	60
5000	4000	2000

7323:20	7616:16
104	104
29292	30464 12
73230	76160 4
34:40	20:48
	6:56
V. 7616|26:40	V. 7920|91:44
60	60
1600	55|04

Antwort:

nebst dem Kapital fl. 7920. 55 kr.
6510. 25 kr.

an Zinsen. . . fl. 1410. 30 kr.

Wenn man sieht, daß über die kr. noch ein Rest bliebe: so kann man das Abschneiden der zwey letzten Ziffern von den Gulden bis zu dem letzten Jahre versparen, wo sodann so viele Paar Ziffern abgeschnitten werden, als man Jahre auszurechnen, oder so oft man mit 100 und den gegebenen pro cent multiplicirt hatte.

I. Pro-

I. **Probe:** Wie stark muß das Kapital seyn, daß es à 4 p. c. p. a. Zins auf Zins gerechnet in 5 Jahren, sammt dem Interesse fl. 7920. 55⁰⁴ kr. beträgt?

```
                                                     7920=55⁰⁴
                                     I. 104          792091=44
                 II. 104             7616=16           640
III. 104         7323=20             761626=40          169
==7041=40        732333=20            336                651
                  0433                 242                27
                   173                 346                60
                    69                  34              1664
                    60                  60               624
                  4160                2080                00
                   000                 000

                                                     7041=40==
                                     IV. 104         704166=40
          V. 104                     6770=50           801
Antw. fl. 6510=25 kr.                677083=20          736
                                      530                086
                                       108                60
                                       043              5200
                                        60               000
                                      2600
                                       520
                                        00
```

Erklärung: So wie in der vorstehenden Aufgabe der Zins von Jahr zu Jahr auf das Kapital hinauf gerechnet wurde; so muß hier der Zins von der Gesammt-Summe an Kapital und Interessen auch wiederum herab gerechnet werden; und also jene Summe mit 100 multiplicirt, und das Produkt mit 100 und den p. c. (gegenwärtig mit 104) dividirt werden; und dieses zwar so oft, als Jahre gegeben sind (also hier 5mal).

Wollte

Wollte man die Zeit suchen: so könnte man die nämlichen Operationen machen; nur müßte damit so lange fortgefahren werden, bis endlich das gegebene reine Kapital herauskömmt. Dann dürfte man nur die Operationen zusammen zählen, woraus sich denn die Jahre von selbst ergeben.

Wenn aber nach den Procenten gefragt würde: so erfoderte dieses eine eigene Operation, wozu wir hier, so gut es nach den bisher gegebenen Regeln möglich ist, eine kurze Anleitung geben wollen.

II. Probe: Wenn ein Kapital von fl. 6510. 25 kr. sich in 5 Jahren sammt dem Interesse, Zins auf Zins berechnet, bis auf fl. 7920. 55[04] kr. beläuft, zu wie viel p. c. p. a. ist solches gerechnet worden?

```
   6510=25          7920=5504
        60                 60
   ---------        -----------
    390625          475255040000000
  ----------         846300.........
 12166529024           650504
                      2598790
                       2550400
                        2066500
                         1133750
                          3525000
                           00937500
                             1562500
                              000000
```

$$\log.\ 12166529024 = 10.0851$$

$$5)\overline{2.0170} = 104\emptyset\emptyset$$

Antw. Zu 4 p. c. p. a.

Erklärung: Weil dieß Kapital 5 Jahre ausgestanden ist, mußte die Gesammt-Summe 5mal durch 100 multiplicirt und mit reinem Kapitale dividirt werden; weil aber

hier

hier der Divisor Kreuzer bey sich hat, die sich weder in einen bequemen Guldenbruch, noch in Decimalen genau verwandeln ließen, wurden beyde Summen gleich in Kreuzer aufgelöset, und dann multiplicirt und dividirt. Aus dem Quotienten (12166529024), welcher anzeigt, wie hoch sich ein Kapital von zehntausend Millionen (100 auf die 5te Dignität erhoben) unter obigen Umständen vermehren würde, soll die Wurzel der 5ten Dignität ausgezogen werden. Um dieser immer sehr beschwerlichen Arbeit überhoben zu seyn, und da wir in der Folge nur zeigen können, wie die Wurzel der 3ten Dignität auszuziehen ist, darf man sich nur meiner logarithmischen Universal-Tabelle *) bedienen, wo man findet, daß der Logarithmus zu dem angezeigten Quotienten 10.0851 ist, diesen in 5 (Jahre) getheilt, giebt den Logar. 2.0170; wird dieser nun in der nämlichen Tabelle aufgesucht: so findet man 10400, wo die letzten 2 Nullen wegfallen. Würde nun 104 fünfmal durch sich selbst multiplicirt (zur 5ten Dignität erhoben): so käme wirklich die Zahl 12166529024 wiederum heraus. Nun darf nur 100, als das Kapital, von 104 abgezogen werden: so bleiben die 4 p. c. p. a.

203 §. Wenn eine Zahlung, die in Fristen zu leisten wäre, auf einmal geschehen soll; zu finden, wann dieses seyn müße, oder die Verfallzeit einer Zahlung zu bestimmen, daß solche, wenn in jedem Falle gleiche pro cento per anno gerechnet würden, in den Interessen keinen Unterschied machte; dieses wird so angegangen: Man multiplicirt jede Kapitalpost mit ihrer Zeit, addirt

*) Man sehe den Rechnungs-Gehülfen für Geschäfts-Leute jeder Art 2c., der erst kürzlich von mir herausgegeben worden, und in jeder guten Buchhandlung für 1 fl. 30 kr. rheinl. oder 20 gGr. sächsisch zu haben ist.

addirt jene Posten (wenn deren mehrere sind), und dividirt in die Summe mit dem Kapitale, von welchem die Zeit zu suchen ist.

Z. B. 426) Aufg. Einer hat fl. 1000. in folgenden Fristen zu zahlen: fl. 200. — in 5 Monat, fl. 300. — in 8 Monat, fl. 500. — in einem Jahre. Zu welcher Zeit wäre das ganze Kapital auf einmal zu erlegen?

Aufl.	2|00	5	10
	3|00	8	24
	5|00	12	60
	10|00		9|4
			30
			120

Antw. In 9 Monat und 12 Tagen.

Erklärung: Weil sich hier an jeder Post zwey Nullen befinden: so darf man selbe überall abschneiden. Die übrigbleibenden Zahlen werden durch die Monate multiplicirt, und diese Produkte zusammen addirt. In diese Summe wird mit 10 dividirt, also nur das letzte Ziffer abgeschnitten, und solches, weil es Monate sind, zu Tagen gemacht: so kömmt die Antwort, daß das ganze Kapital in 9 Monat 12 Tagen zu bezahlen wäre.

Zur Probe, oder vielmehr zum Beweise hierüber darf man nur von beyden Zahlungsarten die Interessen zu beliebigen p. c. berechnen: so muß bey einer so viel herauskommen, als bey der andern. Gesetzt, wir nehmen überall 4 pro cento per anno an:

so betragen

fl. 200. —	in 5 Monaten	fl. 3.	20 kr.
„ 300. —	„ 8 — —	„ 8.	—
„ 500. —	„ 12 — —	„ 20.	—
		fl. 31.	20 kr.
und fl. 1000. —	in 9 M. 12 T.	fl. 31.	20 kr.

folg.

folglich ist die vorige Berechnung richtig; wenn sowohl die einzelnen Posten, die in verschiedenen Fristen abgetragen werden sollen, wie auch die ganze Summe, die auf einmal zu erlegen ist, als reine Kapitalien, worauf noch kein (offenbarer oder versteckter) Zins haftet, betrachtet werden können. Denn wenn ich fl. 200. — 5 Monate, fl. 300. — 8 Monate, und fl. 500. — 12 Monate lang auf Interesse liegen habe: so nähme ich allerdings gerade so viel Zins ein, als wenn ich die fl. 1000. — zusammen auf 9 Monate 12 Tage ausliehe; man mag so viel p. c. p. a. annehmen, als man will, doch bey einer Post so viel als bey der andern.

Oder auch aus dem folgenden Gesichtspunkte betrachtet: wenn ich eine Zahlung in Fristen einzunehmen habe: so erhalte ich einen Theil davon früher und den andern später, als wenn ich das Ganze mit einander empfangen will; werden nun von dem einen wie von dem andern zu beliebigen, aber gleichen pro cent die Zinsen, sowohl für die frühere, als für die spätere Zeit berechnet: so müßen auch überall gleiche Zinsen herauskommen. Z. B.

Die fl. 200. — die in 5 Monat. bezahlt werden sollten, wären um 4 Mon. 12 Tage früher abzutragen, als die fl. 1000. — die erst in 9 Mon. 12 Tag. zu bezahlen sind; hierauf verlöre ich also an Interesse à 4 p. c. p. a. fl. 2 = 56 kr.

Die fl. 300. — die in 8 Mon. fällig sind, wären um 1 Mon. 12 Tage früher zu bezahlen, als die fl. 1000. — und hierauf verlöre ich auf gleiche Weise . . . . 1 = 24 —

beträgt zusammen fl. 4 = 20 kr.

Hingegen:

Die fl. 500. — die erst nach einem Jahre zu bezahlen wären, werden mit den fl. 1000. — schon in 9 Monaten 12 Tagen, also um 2 Mon. 18 Tage früher abgeführt; ich gewinne also hierauf, auch zu 4 p. c. p. a. die nämlichen fl. 4. 20 kr.

Folg-

Folglich sind sich Gewinn und Verlust an Zinsen vollkommen gleich.

In dieser Rücksicht, und wenn in den Zahlungen nicht schon ein Zins verborgen liegt, hat vorstehende Verfahrungsart, die auch von allen Rechnungsverständigen angenommen ist, ihre volle Richtigkeit; denn die Einwürfe, die in manchen Büchern angeführt sind, daß es darauf ankomme:

I. Ob der Debitor vor der bedungenen Zeit bezahlen könne, oder der Creditor früher bezahlt seyn wolle, und

II. Ob einer oder der andere aus der früher oder spätern Zahlung nicht einen größern Nutzen, als die bloßen Zinse ziehen könne,

gehören gar nicht hieher; denn jeder dieser Umstände hebt die letzte Bedingniß von selbst auf, und es muß entweder bey dem ersten Vertrage bleiben, oder eine neue Uebereinkunft getroffen werden. Deshalb geschieht hievon auch keine Erwähnung mehr.

Wenn aber, wie es meistens der Fall ist, in den Fristenzahlungen irgend ein Zins offen oder verborgen liegt: so ist die bisherige Methode nicht richtig, und es muß anders verfahren werden, wie wir in der Abzugsrechnung zeigen wollen, wohin diese Fälle eigentlich gehören.

427) Aufg. Es sind fl. 2400. — in 5 Terminen zu bezahlen; nämlich $\frac{1}{3}$ davon in 3 Monaten, $\frac{1}{4}$ in 4 Monaten, $\frac{1}{5}$ in 6 Monaten und $\frac{1}{6}$ in 9 Monaten; der Ueberrest aber sogleich (oder promt): wann wäre das Ganze mit einander abzutragen?

	60		
$\frac{1}{3}$	20	3	60
$\frac{1}{4}$	15	4	60
$\frac{1}{5}$	12	6	72
$\frac{1}{6}$	10	9	90
Rest	3 promt		—
	6|0		28|2
	4		2) 42
			21

Antw. In 4 Mon. 21 Tagen.

Erklärung: Die Brüche werden unter einerley Benennung gebracht, ihre Summe wäre 57, weil hievon noch 3 auf 60 mangeln: so ist 3 der Zähler für den Rest. Die andern Zähler werden durch ihre Monate multiplicirt; weil aber der Rest sogleich zu bezahlen ist: so wird für sein Produkt nichts angesetzt. Die Summe der übrigen (282) wird nun mit dem Generalnenner (60), welcher hier das ganze Kapital vorstellet, dividirt: so kömmt doch die rechte Antwort, ohne daß man das angegebene Kapital fl. 2400. — gebraucht hätte.

Mit der Probe verhält es sich, wie vorhin.

428) Aufg: Jemand hätte fl. 3816. 40 kr. in 6 Monaten zu bezahlen; er zahlte aber sogleich fl. 816. 40 kr. wann hat er den Rest zu erlegen?

3816 : 40	6	229ØØ
816 : 40	0	19
30ØØ : —		
7		

Antw. In 7 Mon. 19 Tagen.

Aus dem Bisherigen wird obiges Verfahren und die Gründe davon leicht einzusehen seyn.

429) Aufgabe: A leihet dem B fl. 400. — ohne Interesse, 3 Jahre lang. Ein andermal soll B dem A fl. 600. — leihen; wie lange darf dieser das Kapital zinsfrey genießen?

	600	400
		3
Antw.	2 Jahre.	1200
		0

Anmerk. Diese Antwort ist jedoch nur dann richtig, wenn weder A noch B von dem erborgten Gelde Zinsen oder andern Nutzen ziehet; außer diesem hat derjenige, der zuerst eine Summe empfängt, immer einigen Vortheil vor dem andern. Wenn z. B. B die erhaltenen fl. 400. nur zu 5 p. c. p. a. auf Interesse legt: so nimmt er nach 3 Jahren schon fl. 60. — an Zinsen ein; leihet er nun dem A fl. 600. — nur auf 2 Jahre: so giebt er eigentlich nur fl. 540. — von seinem Gelde her, und dieser Dienst steht mit jenem des A schon nicht im Verhältniß. Je mehr man aber p. c. Nutzen annimmt, desto größer wird das Mißverhältniß.

204 §. Es ist zwar überhaupt nicht sehr, und unter Kaufleuten gar nicht üblich, daß man den Zins nach 1 fl., anstatt pro cento, für die Woche oder das Monat bedinge. In solchen Fällen ist aber das sicherste, wenn man zuerst sucht: wie viel dieser Zins pro cent per anno austrägt, dann kann nach der bisher gegebenen Anleitung weiter verfahren werden.

z. B. 430) Aufg. Wie viel macht es p. c. p. a. aus, wenn vom fl. wöchentlich 1 ₰. Interesse bezahlt werden muß?

	240	5200	
Antw.	$21\frac{2}{3}$ p. c.	040	8
		16	2
		24	3

Er-

Erklärung: Der Zins von einem ganzen Jahre ist 52 ₰. für das Kapital von 1 fl. oder 240 ₰., das Uebrige versteht sich dann von selbst.

431) Für welche Zeit darf vom fl. 1 ₰. Zins genommen werden, wenn solcher des Jahrs nur 5 p. c. austragen soll?

Tage 360 (100
3600ø
00

240
5
12øø

Für 30 Tage oder 1 Monat.

432) Wie viel trifft vom fl. monatlich zu bezahlen à 8 p. c. p. a.?

1 fl. hat 240 ₰.

fl. 100 — 8
in 12 M. — 192ø 24
120ø — 72 — 3
Antw. $1\frac{3}{5}$ ₰. — 120 — 5

Kürzer nach 431)
5 — 8
$1\frac{3}{5}$ ₰. — 3

433) Ein Wucherer streckte Jemanden auf ein Pfand die Hälfte von dessen Werthe vor, wofür er sich monatlich vom fl. 1 Groschen Zins ausbedung. Nach zwey Jahren belief sich der bloße Zins um 26 fl. höher, als das Kapital war; wie viel hat er dargeliehen?

12 M.
6ø — à 3 kr.
Zins 60 p. c. — 360ø
in 2 Jahren — 00
120 fl.
Kap. 100
Ueberschuß 2ø fl. Zins
Antw. 130 fl. — 260ø
6
00

Auf

Aufgaben zur Uebung.

434) Wie viel betragen die Interessen von fl. 3634. — à 5 pro cento?

435) Wie stark muß das Kapital gewesen seyn, daß es vom 4ten July 1806 bis 30sten Decembr. 1819 à 3¾ p. c. p. a. fl. 232. 41 kr. Interesse trug?

436) Wenn von fl. 6133. 20 krn. in 27 Tagen das Interesse fl. 23. — beträgt; zu wie viel p. c. p. a wurde dieses gerechnet?

437) Wie lange müßen fl. 5750. — à 4 p. c p. a. auf Interesse liegen, bis sie fl. 364. 10 kr. Zins abwerfen?

438) Wie viel beträgt das Supporto von fl. 2815. — in 9 Jahren à 4 p. c. p. a.?

439) Wie viel betragen in 6 Jahr, 8 Monaten die Zinsen von fl. 630. — Kapital à 4½ p. c. p. a.?

440) Es hatte jemand fl. 4000. — vom 1sten April 1778 bis 18ten März 1797 auf Interesse liegen à 5 p. c. p. a. wie viel betrug selbes?

441) Wie viel beträgt das Interesse von fl. 330. — vom 1sten Febr. bis 1sten Nov. à ½ per mese?

442) fl. 528. 50 kr. à ½ pr. mese das Interesse vom 14ten Sept. vorigen, bis 1sten März dieß Jahrs?

443) Einer hat am 4. May fl. 1543. 36 kr. empfangen, welche am 24. Decemb. zurückbezahlt worden, wie viel wird hiefür das Supporto à ½ pr. mese betragen?

444) Man soll das Supporto von fl. 400. — für 38 Wochen à ⅛ p. c. (oder pr. 38 Scontri) rechnen.

445) Was macht das Supto. von fl. 813. 20 kr. vom 23. Jäner bis 18. April dieß Jahrs à ⅛ p. Sc.?

446) Einer hat ein Kapital von fl. 7000. — in folgenden Terminen, samt dem Interesse à 4 p. c. p. a. zurückzuzahlen, nämlich: fl. 1500. in 3 Mon. fl. 1650. in 7 M. fl. 1825. in 10 M. fl. 2025. in 1 Jahr und 3 Mon. Wie viel ist bey jeder Frist zu erlegen?

447) Ein Kapital von fl. 8000. — ist in 5 vierteljährigen gleichen Fristen, nebst dem Supporto à $\frac{1}{2}$ pr. mese abzutragen, wie viel macht jede Frist aus?

448) Einer empfieng: am 13. Jäner fl. 3000. — 14ten Febr. fl. 4000. — 31. März fl. 5000. — Hieran zahlte er zurück: am letzten Aug. fl. 6000. — letzten Sept. fl. 4000. — Wie viel ist er bis letzten Nov. an Kapit. und Inter. à 4 p. c. p. a. ausständig?

449) Zwey Handelsleute haben sich folgende gegenseitige Zahlungen geleistet:

A dem B am 3ten Jäner fl. 500. — 21sten Febr. fl. 285. — 7ten März fl. 850. — 30sten May fl. 310. — 18ten July fl. 400. —

B dem A am 28sten März fl. 700. — 20sten Juny fl. 400. — 10ten Oktob. fl. 300. — 22sten Nov. fl. 800. —

Am 29sten December wird abgerechnet; es fragt sich also: was Einer dem Andern sowohl an Kapital als Supporto à $\frac{1}{8}$ pr. Scontro restire?

450) Wie viel beträgt von fl. 5038. 20 kr. à $4\frac{2}{3}$ p. c. das Kapital und Interesse zusammen, auf einmal ausgerechnet?

451) Wie viel beträgt von fl. 3245. — in 11 Monat Kapit. und Inter. zusammen à $\frac{1}{2}$ pr. mese?

452) Wie stark war das Kapital allein, wenn solches in 2 Jahr 7 Monaten sammt dem Inter. à 4 p. c. p. a. fl. 2499. 3 kr. betrug?

453) Wenn fl. 6250. — Kapital sich mit dem Interesse à 4 p. c. p. a. auf fl. 7000. — belaufen, wie lange stund das Kapital aus?

454) Wie viel trägt ein Kapital von fl. 6340. — in 6 Jahren à 5 p. c. p. a. ein, wenn die Interessen jährlich zum Kapital geschlagen werden?

455) Wenn sich ein Kapital sammt dem Interesse, Zins auf Zins berechnet, à 6 p. c. p. a. in 4 Jahren auf fl. 131508. 1 kr. beläuft; so ist die Frage: wie stark das Kapital gewesen?

456) Es sind in 6 Jahren mit fl. 5000. — zu gewissen p. c. p. a. an Kapital und Interesse, Zins auf Zins berechnet, eingegangen fl. 6700. 28 kr. $2\frac{123}{160}$ S. Frage: wie viel p. c. p. a. gegeben worden?

457) Es wären fl. 200. — nach 4 Monaten, fl. 300. — nach 6 M., und fl. 500. — nach 11 M. zu bezahlen; wenn nun diese fl. 1000. — mit einander erlegt werden sollten, wann müßte solches geschehen?

458) Ein Kapital ist in folgenden Fristen abzutragen: Der zehnte Theil davon promt, das Achtel in 2 Mon. das Fünftel in 5 Mon., das Viertel in 6 Mon., und der Rest in 10 Mon. Wann wäre das Ganze mit einander zu erlegen?

459) Wie viel Zins tragen fl. 632. — in 3 Jahr 10 Monaten, wenn für das Monat vom fl. ein S. gerechnet wird?

Abzugs-Rechnung.

205 §. Ein **Abzug** kann sowohl beym Gelde und bey Wechselbriefen, als auch bey Waaren, und zwar bey diesen aus verschiedenen Ursachen Statt haben, er wird nach diesen Fällen auf verschiedene Weise berechnet und benennt.

206 §. Bey Geld oder Papieren, die dessen Stelle vertreten, geschieht ein Abzug, wenn die Zahlung vor der gehörigen Zeit geleistet werden muß; dann heißt er *Discompt* oder *Disconto*, auch **Rabatt**, und weil er

 nichts

nichts anders, als ein Zins für das früher bezahlte Kapital ist: so wird er als ein solcher von dem ganzen Betrag abgezogen, um zu finden, wie viel baar bezahlt werden soll.

Z. B. 460) Aufg. Einer soll fl. 842. 24 kr., die er erst nach einiger Zeit schuldig wäre, sogleich abtragen, wogegen ihm der Andere 4 p. c. Discompt gestattet, wie viel hat er baar zu bezahlen?

Aufl.

```
        842 = 24
                  (4
 104   3369 = 36
32 = 24  0249
          041
           60
         2496
         0416
          000

         842 = 24
Discompt  32 = 24
Antw. fl. 810 = -0
```

Oder, daß gleich die baare Zahlung kömmt:

```
        842 = 24
                 (100
 104    84240
fl. 810  0104
          000
```

Erklärung: Wenn der ganze Betrag durch die pro cent multiplicirt, und mit 100 nebst den p. c. dividirt wird: so kömmt heraus, wie viel der Discompt allein beträgt, und dieser ist eigentlich nichts als das Interesse für die früher zu zahlende Summe; er wird also von der vorigen abgezogen, um das Verlangte zu finden.

Oder man multiplicirt den ganzen Ausstand durch 100, und dividirt ihn wie vorhin: so kömmt das Verlangte auf einmal.

Dieses Verfahren bitten wir mit der Probe über das 422) Beyspiel zu vergleichen,

Zur Probe rechne man die Zinsen von fl. 810. — à 4 p. c. und schlage sie dann zum Kapital.

810
4
32|40
60
24ØØ

Kap. fl. 810 = —
Zins = 32 = 24
fl. 842 = 24

Oder: 810
104
3240
8100
842|40
60
24ØØ

461) Aufgabe: Ein Wechsel von fl. 1528. —, der am 22. Oktober dieß Jahrs fällig ist, soll den 30. Juny eingelöst werden; wie viel ist dafür zu bezahlen, wenn $\frac{1}{2}$ per mese discomptirt wird?

10 = 22
6 = 30
2) 3 = 22
1 = 52

101 = 52
60
6112
Antw. fl. 1500

152800
60
9168000
30560
0000

Probe: 15ØØ
$101\frac{13}{15}$

1528ØØ
028
13

$1\frac{13}{15}$ (2
$3\frac{11}{15}$ Mon.
oder 3 Mon. 22 Tag.

462) Aufgabe: Es wurde gegen eine unverzinsliche Obligation, die auf fl. 6000. — lautet, ein Kapital auf 4 Jahre aufgenommen. Wenn sichs der Aufnehmer gefallen ließ, daß ihm die Interessen für die ganze Zeit à 5 p. c. p. a. gleich abgezogen würden: so fragt sichs: wie viel er baar zu empfangen hätte?

4 Jahre.
à 5 p. c.
20 p. c.

12Ø
Antw. fl. 5000

6000
60000Ø
0

Pro=

Probe:	50∅∅	Kapit.	fl. 5000. —
	5	Inter.	= 1000. —
	250		fl. 6000. —
	4		
	1000		

Anmerkung: Bey verzinslichen Obligationen aber, wenn nämlich gewisse p. c. p. a. Interessen ausbedungen sind, sollten, wenn keine besondern Umstände in Erwägung kommen, nur so viele p. c. abgezogen werden, als die Interessen weniger, denn der bedungene Discompt betragen.

207 §. Wenn die baare Zahlung einer Schuld, die erst nach mehreren Jahren fällig ist, dergestalt ausgemittelt werden soll, daß sie, wenn Zins von Zins berechnet wird, mit diesem zusammen den ganzen Betrag ausmache: so müßen von diesem die Zinsen eben so herab gerechnet werden, wie sie bey der Interesse-Rechnung §. 202. hinauf zu rechnen gezeigt wurden, und wie die I. Probe über die 425) Aufgabe nachweiset. Diese pflegt die doppelte Rabatt-Rechnung genannt zu werden.

Z. B. 463) Aufgabe: Jemand wäre am 1sten Jäner i. J. 1825 fl. 12155. 3¾ kr. zu bezahlen schuldig; kömmt aber mit seinem Gläubiger überein, diese Schuld mit 5 p. c. p. a. Discompt am 1sten Jäner 1821, also um 4 Jahre früher, mit so viel zu entrichten, daß solche baare Zahlung nach 4 Jahren zu 5 p. c. p. a. mit Interesse auf Intersse berechnet, die obige Summe ausmache. Wie viel beträgt demnach die baare Zahlung?

I.

12155 : $3\frac{3}{4}$ (100
1215506 : 15

I. 105 | 11576 : 15 | 1157625 | 107 | 262 | 525 | 00

II. 105 | 11025

165
605
800
656
26
60
1575
525
00

III. 105 | 10500 | 1050000 | 00000

1102500
525
0000

IV. 105 | 10000

Antw. fl. 10000. —

Anmerk. Gleichwie diese Operation ganz die nämliche ist, wie in der I. Probe über das 425) Beyspiel: so kann auch hierüber die Probe eben so gemacht werden, wie jene Aufgabe aufgelöset worden ist.

464) Aufgabe: Einer ist dem Andern fl. 5459. — und zwar fl. 2650 nach einem, und fl. 2809 nach zwey Jahren zu zahlen schuldig; will aber mit doppeltem Rabatt à 6 p. c. p. a. die ganze Schuld gleich tilgen. Wie viel hat er dann baar zu bezahlen?

A. 2650 (100
106 | 265000 | 2500
530
0000

B. I. 106 | 2809 (100 | 280900 | 265000
689
530
000

II. 106 | 265000 | 2500
530
0000

A. fl. 2500. —
B. = 2500. —

Antw. fl. 5000. —

208 §. Sollte in dergleichen Fällen, oder überhaupt wenn auf den bedungenen Fristenzahlungen irgend ein Zins zu haften scheinet, die Zeit bestimmt werden, wann dieselben ohne Nachtheil eines oder des andern Theilnehmers auf einmal zu entrichten wären: so müßen diese Zinsen (nach der einfachen oder doppelten Rabatt-Rechnung) zuvor weggerechnet, und dann kann erst die Zeit (nach §. 203.) ausgemittelt werden.

z. B. 465) Aufgabe: Es hat jemand fl. 4200. — nach einem Jahre, fl. 9702. — nach 2 Jahren, und fl. 21300. 18 kr. nach 3 Jahren zu bezahlen. Wenn nun Schuldner und Gläubiger mit einander übereinkommen, daß entweder alle 3 Posten auf einmal, doch in verhältnißmäßiger Zeit, oder die ganze Summe gleich, doch mit Abrechnung der treffenden Zinsen zu 5 p. c. p. a. abgeführt werden kann: so fragt sich, wann im ersten Falle die ganze Summe mit einander zu erlegen; wie viel aber im zweyten Falle gleich baar zu bezahlen wäre?

Würde nun nach Anleitung des 203 §. die Berechnung für den ersten Fall auf folgende Art gemacht:

a) 4200 = —	in 1 Jahr	4200 = —	
9702 = —	= 2 —	19404 = —	
21300 = 18	= 3 —	63900 = 54	
35202 = 18		87504 = 54	
352023		875049	
2 = 5 = 24		171003	(12
		342006	
		2052036	
		291921	
		30	
		8757630	
		1717170	
		309078	

so käme heraus, daß das Ganze in 2 Jahren 5 Monat. und beynahe 25 Tagen zu entrichten wäre.

Wird aber, für den zweyten Fall, gesucht, wie viel auf der Stelle, abzüglich der Zinsen, baar bezahlt werden müße; und zwar nach der einfachen Rabatt=Rechnung:

b) A. 105 | 420000 — 4000 | 00000

B. 110 | 970200 — 8820 | 90 | 22 | 00

C. 115 | 2130030 — 18522 | 980 | 600 | 253 | 230 | 00

A. fl. 4000=—
B. = 8820=—
C. = 18522=—
fl. 31342=—

so kömmt die promte Zahlung mit fl. 31342=—

Da die Gesammt=Summe	. . .	fl. 35202=18 kr.
und die promte Zahlung	. .	= 31342=— =
beträgt: so wären abzurechnen	.	fl. 3860=18 kr.

diese können nichts anders, als die Zinsen von dem wirklich bezahlten Kapital und für so viele Jahre, als solches vor der bedungenen Zeit bezahlt wird, seyn.

Suchen wir nun hieraus die Zeit, nach der bekannten Anleitung:

c)

31342
12,3166
p. c. p. a. 5) —
2,46334
92668
5,56008
30
16,80240

3860=18
386030 (100
72610
99260
52340
209980
219280
31228

so kommen 2 Jahre 5 Monate $16\frac{4}{5}$ Tage heraus.

Nimmt

Nimmt man die vorhin unter b) gefundenen Netto-Zahlungen an, und sucht davon die Verfallzeit, nach der ersten Art:

d)

4000	2000	1	2000
8820	4410	2	8820
18522	9261	3	27783
	15671		38603
	2:5:16		7261 (12
			14522
			87132
			8777
			30
			263310
			106600
			12574

so kommen gleichfalls 2 Jah. 5 Mon. $16\frac{4}{5}$ Tage heraus.

Rechnen wir die promte Zahlung nach der doppelten Rabatt-Rechnung:

e) A. 105 | 420000
4000 | 0000

B. I. 105 | 970200
9240 | 252
420
000

II. 105 | 924000
8800 | 840
0000

C. I. 105 | 2130030
20286 | 300
903
630
00

II. 105 | 20286
19320 | 978
336
210
000

III. 105 | 19320
18400 | 882
420
0000

A. fl. 4000:—
B. : 8800:—
C. : 18400:—
fl. 31200:—

so beträgt die promte Zahlung fl. 31200:—

Hie-

Hievon die Zeit wie bey c) zu suchen, geht darum nicht an, weil von der zweyten Post (B) der doppelte, und von der dritten Post (C) der dreyfache Rabatt abgerechnet worden ist: wir suchen sie also wie bey d):

	8		
40|00	5	1	5
88|00	11	2	22
184|00	23	3	69
	39		96
	2=5=16		18
			36
			216
			21
			30
			630
			240
			6

und so kommen ebenfalls wieder 2 Jahr 5 Monate und etwas mehr als 16 Tage heraus.

Man sieht also, daß, um die **Verfallzeit einer Zahlung zu bestimmen**, wo nicht in allen, doch in den meisten Fällen, die Zinsen von jeder Frist zuvor weggerechnet werden müßen; ob dieses aber nach der einfachen oder doppelten Rabatt=Rechnung geschieht, macht wenig oder gar keinen Unterschied.

Indessen ist es sonderbar, daß bisher noch kein Rechnungsverständiger hievon etwas erwähnet hat.

209 §. Bey Waaren wird auch ein Abzug gemacht, wenn sie vor der Zeit bezahlt werden, man nennt ihn gleichfalls Disconto oder Sconto; am schicklichsten aber **Rabatt für baare Bezahlung**, dieser wird von dem Geldbetrag derselben genommen, und sollte eigentlich wie der vorige berechnet werden, weil er auch für

für einen Zins anzusehen ist, den der Verkäufer auf den Preis seiner Waare schlägt. Das heißt den Rabatt auf Hundert rechnen.

Z. B. 466) Aufgabe: Einer hat für Waaren, die er auf 9 Monate gekauft, fl. 3632. 10 kr. zu bezahlen, wie viel beträgt der Rabatt, und wie viel ist dafür zu erlegen, wenn er die Zahlung promt leistet à 6 pro cento?

	3632 = 10 (6	oder:		3632 = 10 (100
106	21793 = 0		106	363217
205 = 35	0593		3426 = 34	452
	063			281
	60			697
	3780			61
	600			60
	070			3660
				480

Antwort:

der Rabatt fl.	205. 36 kr.		3632 = 10
baare Zahl.	= 3426. 34 —	baare Zahl.	3426 = 34
		Rabatt fl.	205 = 36

Diese Operation ist ganz wie 460); auch kann die Probe so wie dort gemacht werden.

In Amsterdam, Hamburg und andern großen Handelsplätzen wurden vorzeiten einige Gattungen von Waaren mit der Bedingniß verkauft, daß sie erst nach einer gewissen Zeit bezahlt werden durften. Dieses hat aber längst aufgehört, und muß alles sogleich bezahlt werden; dagegen läßt der Verkäufer dem Käufer gewisse Procente Rabatt zu gute kommen. So werden in Hamburg noch jetzt einige Waaren für 7 Monate mit $4\frac{2}{3}$, andere für 13 Monate mit $8\frac{2}{3}$ p. c. Rabatt, und die übrigen per Contant, das heißt, ohne Rabatt verkauft.

Zum Besten derer, die hiemit viel zu thun haben, werden folgende zwey Rabatt-Tafeln hier beygefügt, und deren Gebrauch nachher durch ein Paar Beyspiele erläutert.

Rabatt=Tafel
von 7 Monat oder $4\frac{2}{3}$ pro cento.

		Mark	Schill	Pfen.	157stel
Pfenning.	1	—	—	—	7
	2	—	—	—	14
	3	—	—	—	21
	4	—	—	—	28
	5	—	—	—	35
	6	—	—	—	42
	7	—	—	—	49
	8	—	—	—	56
	9	—	—	—	63
	10	—	—	—	70
	11	—	—	—	77
Schilling.	1	—	—	—	84
	2	—	—	1	11
	3	—	—	1	95
	4	—	—	2	22
	5	—	—	2	106
	6	—	—	3	33
	7	—	—	3	117
	8	—	—	4	44
	9	—	—	4	128
	10	—	—	5	55
	11	—	—	5	139
	12	—	—	6	66
	13	—	—	6	150
	14	—	—	7	77
	15	—	—	8	4
Mark.	1	—	—	8	88
	2	—	1	5	19
	3	—	2	1	107
	4	—	2	10	38
	5	—	3	6	126
	6	—	4	3	57
	7	—	4	11	145
	8	—	5	8	76
	9	—	6	5	7
	10	—	7	1	95

Mark.

	Mark	Schill	Pfen.	157stel
20	—	14	3	33
30	1	5	4	128
40	1	12	6	66
50	2	3	8	4
60	2	10	9	99
70	3	1	11	37
80	3	9	—	132
90	4	—	2	70
100	4	7	4	8
200	8	14	8	16
300	13	6	—	24
400	17	13	4	32
500	22	4	8	40
600	26	12	—	48
700	31	3	4	56
800	35	10	8	64
900	40	2	—	72
1000	44	9	4	80
2000	89	2	9	3
3000	133	12	1	83
4000	178	5	6	6
5000	222	14	10	86
6000	267	8	3	9
7000	312	1	7	89
8000	356	11	—	12
9000	401	4	4	92
10000	445	13	9	15
20000	891	11	6	30
30000	1337	9	3	45
40000	1783	7	—	60
50000	2229	4	9	75
60000	2675	2	6	90
70000	3121	—	3	105
80000	3566	14	—	120
90000	4012	11	9	135
100000	4458	9	6	150

Rabatt-Tafel
von 13 Monat oder $8\frac{2}{3}$ pro cento.

		Mark	Schill	Pfen.	103stel
Pfenning.	1	—	—	—	13
	2	—	—	—	26
	3	—	—	—	39
	4	—	—	—	52
	5	—	—	—	65
	6	—	—	—	78
	7	—	—	—	91
	8	—	—	—	104
	9	—	—	—	117
	10	—	—	—	130
	11	—	—	—	143
Schilling.	1	—	—	—	156
	2	—	—	1	149
	3	—	—	2	142
	4	—	—	3	135
	5	—	—	4	128
	6	—	—	5	121
	7	—	—	6	114
	8	—	—	7	107
	9	—	—	8	100
	10	—	—	9	93
	11	—	—	10	86
	12	—	—	11	79
	13	—	1	—	72
	14	—	1	1	65
	15	—	1	2	58
Mark.	1	—	1	3	51
	2	—	2	6	102
	3	—	3	9	153
	4	—	5	1	41
	5	—	6	4	92
	6	—	7	7	143
	7	—	8	11	31
	8	—	10	2	82
	9	—	11	5	133
	10	—	12	9	21

Mark.

	Mark	Schill	Pfen.	162stel
20	1	9	6	42
30	2	6	3	63
40	3	3	—	84
50	3	15	9	105
60	4	12	6	126
70	5	9	3	147
80	6	6	1	5
90	7	2	10	26
100	7	15	7	47
200	15	15	2	94
300	23	14	9	141
400	31	14	5	25
500	39	14	—	72
600	47	13	7	119
700	55	13	3	3
800	63	12	10	50
900	71	12	5	97
1000	79	12	—	144
2000	159	8	1	125
3000	239	4	2	106
4000	319	—	3	87
5000	398	12	4	68
6000	478	8	5	49
7000	558	4	6	30
8000	638	—	7	11
9000	717	12	7	155
10000	797	8	8	136
20000	1595	1	5	109
30000	2392	10	2	82
40000	3190	2	11	55
50000	3987	11	8	28
60000	4785	4	5	1
70000	5582	13	1	137
80000	6380	5	10	110
90000	7177	14	7	83
100000	7975	7	4	56

467) **Aufgabe:** Eine Partie Waaren beträgt in Hamburg Mk. 8544. — Wie viel ist dafür zu bezahlen, wenn der Rabatt von 7 Monat, oder $4\frac{2}{3}$ p. c. gekürzt werden?

```
          8544                        Oder:
             4⅔             104⅔       854400
        ------             314        ------- (3
         34176          ----------    2563:00
      6)  5696          8163 : — : 11  0512
        ------                          1980
104⅔     39872                          0960
314     ------ (3                        018
----    119616                            16
380:15   2541                           ----
          0296                           108
            16                            18
         -----                          ----
          1776                           288
          296                             12
         -----                          ----
          4736                           576
          1596                           288
           026                          ----
            12                          3456
          ----                          0316
            52                           002
           26
          ----
           312

              8544
            380 : 15 : 1
Antw. Mk.   8163 : — : 11
```

Die zweyte Operation mag hier zur **Probe** dienen, oder dieselbe Aufgabe mittels der vorstehenden Tabelle gelöset:

Mk. 8000	geben	Mk. 356 : 11 : —	$\frac{157}{12}$
: 500	—	: 22 : 4 : 8	^{40}
: 40	—	: 1 : 12 : 6	^{66}
: 4	—	: — : 2 : 10	^{38}
Mk. 8544		Mk. 380 : 15 : —	$\frac{156}{157}$

giebt den nämlichen Rabatt Mk. 380. 15 ßl. 1 ₰.

468) Wie viel beträgt der Rabatt und die baare Zahlung von Mk. 10855. 10. 1. mit $8\frac{2}{3}$ p.C. oder 13 monatlichen Rabatt?

```
                10855=10=1
                ----------- (8⅔
                86845=—=8
                  3618= 8=8⅓
                  3618= 8=8⅓
                -----------
  1̸0̸8⅔         94082= 2=-⅔
   326          ----------- (3
 --------       282246= 6=2
 865=12=7        2144
                  1886
                   256
                    16
                  ----
                  1542
                  256
                  ----
                  4102
                   842
                   190
                    12
                  ----
                   382
                  190
                  ----
                  2282
                   000
```

Antw.

	10855=10=1
Rabatt	865=12=7
Zahlung	9989=13=6

Durch die Tabelle:

```
                                           163
Mk. 10000=—=— . . 797= 8= 8  136
  =   800=—=— . .  63=12=10   50
  =    50=—=— . .   3=15= 9  105
  =     5=—=— . .   —= 6= 4   92
ßl.  —=10=— . .     —=—= 9   93
₰.   —=—= 1 . .     —=—=—    13
------------------------------------
Mk. 10855=10= 1 . . 865=12= 7— 163/3  489/60
```

Pro-

Probe: Wie viel beträgt dieser Rabatt p. c.?

```
9989:13:6          865:12:7
      16                 16
---------          --------
  59947              5202
  9989               865
---------          --------
 159837              13852
     12                 12
---------          --------
 319680              27711
159837              13852
---------          ------------
1918050             166231000  63935
8 2/3 p. c.           127870       2
                   ------------   ---
                      191805       3
```

469) Einige Waaren, im Betrag von Mk. 7724. 1. 2. sind baar bezahlt worden mit Mk. 7379. 11. — nun fragt sich: für wie viel Monat Rabatt gegeben worden, wenn man 8 p. c. p. a. annimmt?

```
7379:11          7724:1:2
   16                16
--------         ---------
 44285            46345
 7379             7724
--------         ---------
 118075           123585:2   (100
--------         ------------
 104 2/3          12358516 (8)  2/3
                   0551016
                    078716 2/3   236150  118075   2
                  ------------  --------         ---
                    118075       354225           3

                         12
                         4 2/3
                       -------
                         48
                          8
                       -------
                 8       56
Antw. für       ---  Mon. 0
                 7
```

Probe: 8
7
---
56 4
8 — 2/3
12

12/4 2/7 ... 2) 157 (a 2) 7 (b

$$\frac{7724:1:2}{54068:8:2} (7 (b$$

$$\frac{157 (a}{344:6:2}$$

0696
0688
060
16

368
60

968
026
12

54
26

314
000

7724:	1:	2
344:	6:	2
7379:	11:	—

210 §. Oft aber wird der Rabatt auf eine andere Weise berechnet; man multiplicirt nämlich den Betrag durch die pro cento, dividirt dann mit 100, und zieht diesen Quotient, wie vorhin, von dem ganzen Betrag ab. Oder man zieht die pro cento zuvor von 100 ab, multiplicirt durch den Rest den Betrag, und dividirt endlich auch

auch dieß Produkt mit 100, um gleich die baare Zahlung herauszubringen. Beydes heißt den Rabatt von Hundert rechnen.

z. B. 470) Aufg. Wie viel ist für fl. 798. 45 kr. mit 4 p. c. Sconto baar zu bezahlen?

```
   798:45 (4          Oder:  798:45
 31|95: 0                       96        50
     60                       4788        18
   57ØØ                      7182
                                48
   798:45                       24
Sconto  31:57                766|80
Antw. fl. 766:48                60
                              48ØØ
```

Probe: Wie viel beträgt der Sconto pro cent, wenn für fl. 798. 45 kr. nur fl. 766. 48 kr. baar bezahlt werden?

```
798¾   766:48 (100
31|95  76680 (4              100
96    306720                  96
       19170          Antw.   4 p. c.
        0000
```

471) Einer will ein ganzes Waarenlager von fl. 37566. 40 kr. übernehmen, es sind ihm 15 p. c. Sconto zugestanden; dabey aber noch nicht bestimmt, ob solcher auf oder von Hundert gerechnet werden soll; es fragt sich also: wie viel er in jedem Fall zu bezahlen hätte, und wie viel der Unterschied im Ganzen beträgt?

Auf

Auf Hundert:

```
                 37566:40         Oder:         37566:40
        115     ----------(3       115       --------------(100
      -------    112700: 0     ----------    3756666:40
      4900:—    ----------(5   32666:40      306
                 563500:—                     766
                 1035                          766
                 000                            766
                                                 76
                                                 60
                                               -----
                                                4600
                                                 000

              37566:40
      Sconto   4900:—
              ---------
baare Zahlung 32666:40
```

Von Hundert:

```
      37566:40                 Oder:   37566:40
    ----------(3                           85
      112700: 0                      -----------
    ----------(5                       187830
      5635ØØ:—                        300528
                                           28:20
                                           28:20
                                     -----------
                                      31931|66:40
                                              60
                                            ----
                                            40ØØ

                37566:40
     Sconto      5635:—
                ---------
baare Zahl.     31931:40
```

Der Sconto von beträgt fl. 5635.—
: —— auf —— : 4900.—

Es ist demnach der Unterschied fl. 735.—

Die Proben darüber können wie zuvor gemacht werden, oder statt deren die Operationen an der Seite.

472) Für fl. 635.— sind baar fl. 508.— bezahlt worden; nun fragt sich: wie viel pro cento Rabatt gekürzet worden. sind?

Weil hier nicht angezeigt ist, ob der Rabatt auf oder von gerechnet wurde: so muß solches für beyde Fälle gesucht werden.

fl. 635.

	fl. 635. —
baar	= 508. —
Sconto	fl. 127. —

Auf Hundert:

	508	12700
Antw.	25 p. c.	2540
		000

Von Hundert:

	635	12700
Antw.	20 p. c.	000

Proben:

125	63500
508	01000
	000

635
80
508ØØ

211 §. Zuweilen wird auch der Rabatt für baare Bezahlung nicht vom Geldbetrag, sondern vom Gewicht einer Waare gezogen. Zum Beysp. in England, wo man den Rabatt Tret nennt, wird solcher, nach Abzug der Thara und des Gutgewichts, vom Nettogewichte *) (meistens à 4 p. c.; also für 6 Monat) und zwar auf Hundert gerechnet und abgezogen.

Z. B. 473) Einige Ballen Pfeffer haben netto gewogen 5372 lb. Wie viel betragen selbe à 13 d. Sterl. mit 4 p. c. Tret?

	5372
	4
104	21488
206 lb.	0688
	64

Oder:

104	537200
5165	172
	680
	560
	40

Kür-

*) Die Ausdrücke: Thara, Gutgewicht und Nettogewicht werden in der Folge erklärt werden.

Kürzer:

104 4	5372
26	172
206 ℔.	16

netto 5372 ℔.
Tret 207 :
bleiben 5165 ℔.

Und dann erst:

2) 516|5 ℔. à 13 d.
258 : 5 12
21 : 10 : 5 1
Antw. L. 279 : 15 : 5

Daß es beynahe einerley ist, ob man das Tret vom Gewichte, oder vom Geldbetrag nehme, erhellt aus folgender Operation:

2) 537|2 ℔. à 13 d.
268 : 12 12
22 : 7 : 8 1
290 : 19 : 8

26
11 : 3 : 10

30
4
20
99
21
12
59
21
260
00

Der ganze Betrag
wäre L. 290 : 19 : 8
Tret . 11 : 3 : 10
bleiben L. 279 : 15 : 10

Die kleine Differenz von 5 d. rührt daher, daß dießmal Alles aufgieng; vorhin aber nicht.

Zur Probe, oder um schnell zu finden, wie viel p. c. für Tret, und ob es recht gerechnet worden, merke man sich folgendes Verfahren:

5165	537200
104	20700
also 4 p. c.	0040

212 §.

212 §. Es findet auch bey Waaren ein Abzug Statt, wenn sie in Fässern, Kisten oder anderer Emballage gewogen und versendet werden. Das Gewicht der leeren Gefäße oder der Emballage wird die Thara genannt; was die Waare sammt der Emballage wägt, heißt Brutto- oder Sporco-Gewicht, und wenn hievon die Thara abgezogen ist, oder was die Waare allein wägt, nennt man das Netto-Gewicht. Dieser Abzug für Thara wird gemeiniglich dann p. c. gerechnet, wenn die Waare nicht sogleich ausgeleert und die Thara nachgewogen werden kann; auch rechnet man sie allezeit von Hundert.

z. B. 474) Aufgabe: Einige Fässer Baumöl haben Sporco gewogen 20629 ℔. Wie viel ist das Netto-Gewicht, wenn 20 p. c. für Thara gerechnet werden?

20629	Oder: 20629
20	80
Thara ℔. 4125|80	Netto 16503|20
Spco. 20629 ℔.	Am allerkürzesten:
Tha. 4126 „	5) 20629 Spco.
Netto 16503 ℔.	4126 Tha.
	16503 Nto.

Erklärung über das letzte Verfahren: Weil 20 der fünfte Theil von 100 ist: so darf nur aus dem Spco. Gewicht $\frac{1}{5}$ herausgenommen werden: so kömmt die Thara. — Was über $\frac{1}{2}$ beträgt, wird für 1 ganzes ℔. genommen. — Die Thara vom Spco. abgezogen, erhält man das Netto-Gewicht.

Es wurde mir im Jahre 1798 von einer Hand, die nicht gekannt seyn wollte, in folgendem Billete eine Aufgabe zugesandt, die ich hier einrücke, weil damals die erste Auflage von diesem Buche schon unter der Presse war.

475) Aufg. „Wie viele Sporco ℔. geben 73064 ℔. „Netto mit 25% Thara? und wie ist der Ansatz? „es wird gebeten, dieses sogleich gefälligst zu be„rechnen, es bestehet eine Wette an der Auflösung."

Mrmpria.

Auflösung:

Spco. 100 ℔.
Tha. 25 „
Netto 75 ℔.

$97418\frac{2}{3}$

7306400
556
314
140
650
50 (25/75 = 2/3)

Oder:

Netto 73064 ℔.
Tha. à $\frac{1}{3}$ $24354\frac{2}{3}$
Sporco $97418\frac{2}{3}$ ℔.

Antw. Spco. 97419 ℔.

Erklärung: Wenn 25 p. c. für Thara gerechnet werden, so bleiben von 100 ℔. Sporco nur 75 ℔. Netto; also müßen die 73064 Netto Pfunde durch 100 Sporco multiplicirt und mit 75 Netto dividirt werden, um von jenen das ganze Sporco-Gewicht zu finden.

Oder man nimmt aus dem gegebenen Netto-Gewichte den dritten Theil, weil 25 (Thara) von 75 (Netto) $\frac{1}{3}$ beträgt: so erhält man die Thara, und diese zu dem Netto addirt, giebt das vorige Sporco-Gewicht.

Die Probe kann wie das 474ste Beyspiel gemacht werden.

$97418\frac{2}{3}$ (25
Thara ℔. 24354 | $66\frac{2}{3}$

Spco. $97418\frac{2}{3}$ ℔.
Tha. $24354\frac{2}{3}$ „
Netto 73064 ℔.

Oder:

$97418\frac{2}{3}$ (75
4) 292256
Netto 73064

Am allerkürzesten:

$97418\frac{2}{3}$ Spco.
4) $24354\frac{2}{3}$ Tha.
73064 Nto.

476) Brutto 8204 ℔. Korinten, mit 14 p.c. Thara; wie viel Netto?

	8204	Oder:	8204
	14		86
	32816		49224
	8204		65632
	1148|56	Netto	7055|44

8204
Tha. 1149
Antw. 7055 ℔.

213 §. Wenn aber die Thara nicht pro cento, sondern von jedem Stücke (oder Collo), gleich oder ungleich, etwas Gewisses angesetzt wird, welches am öftesten geschieht: so darf sie nur, wie sie ist, vom Sporco-Gewicht abgezogen, und wenn mehrere Stücke sind, dieselben zuerst zusammen addirt werden.

Z. B. 477) Ein Faß Zucker hat Spco. 2365 ℔. gewogen, die Thara wog 118 ℔. Wie viel ist das Nettogewicht?

Spco. 2365
Tha. 118
Netto 2247 ℔.

Zur Probe darf man nur das Nettogewicht und die Thara wieder zusammen addiren: so muß das Spco. Gewicht herauskommen.

478) Fünf Fässer Wachs haben folgendes Gewicht, wie viel wägen sie zusammen Netto?

Nro.

Nro. 1.	Sporco	366 tt.	Thara	47¼ tt.
2.	. .	335½ ≈	. .	43 ≈
3.	. .	416 ≈	. .	50 ≈
4.	. .	328¾ ≈	. .	41¾ ≈
5.	. .	405¾ ≈	. .	48½ ≈
	Spco.	1852 tt.	Tha.	230½
	Tha.	230½		
	Nto.	1621½ tt.		

479) Neun Säcke Ingber wägen zusammen Spo. 1845 tt. für jeden Sack werden 3 tt. Thara gerechnet; wie viel haben sie Netto?

Spco.	1845 tt.
Tha. 3 tt. pr. Sack . .	27 ≈
Netto	1818 tt.

214 §. Nächst der Thara wird bey gewissen Waaren noch ein Abzug gemacht, den man Gutgewicht nennt. Es wird dafür ½ bis 1 pro cento gewöhnlich vom Nettogewicht; zuweilen aber auch gleich mit der Thara vom Sporco-Gewichte abgezogen.

Z. B. 480) Aufg. 247 Brod (Hüte) ordin. Melis wägen 1328 tt. mit 1 p. c. für Gutgewicht, wie viel bleibt?

	13|28
Gutgewicht	13
Antw.	1315 tt.

Erklärung: Hier werden nur die letzten 2 Ziffern abgeschnitten, und weil diese (28) kein halbes tt. ausmachen, läßt man sie weg; die übrigen 13 werden von dem ganzen Gewichte abgezogen.

481)

481) Zwölf Fässer Weinstein wägen Brutto 10678 tt, Thara 10 p. c. für Gutgewicht $\frac{1}{2}$ p. c.

Brutto	1067|8
Tha. 10 p. c.	1068
	96|10
für Gutgewicht $\frac{1}{2}$ p. c.	48
Netto	9562 tt.

Erklärung: Bey der Thara wurde hier wieder um 1 tt. mehr genommen, weil der Rest (8) über $\frac{1}{2}$ austrägt; hingegen beym Gutgewichte blieb er weg.

482) Aufg. 15 Ballen englischen Pfeffer à 2 = 3 = 12 für Thara und Gutgewicht 4 tt. pr. Balle; wie viel wägen sie Netto?

NB. Das Gewicht von jedem Ballen ist nach Hundr. Quart. und tt. angesetzt; man sehe die 328) Aufg. pag. 163.

15 Ballen à	2 = 3 = 12
	4
	11
	28
	28
	12
	320
	15
	1600
	32
sind zusammen	4800 tt.
Tha. u. Ggew. à 4 tt. pr. Ball.	60
Netto	4740 tt.

483) Aufg. Vier Fässer Kaffee hatten in England folgendes Sporco-Thara- und Gutgewicht, wie viel haben sie Netto?

Nro.

	H. Q. tt.		tt.		tt.
Nro. 1. Spco.	9 : 2 : 13	Gutgew.	4	Tha.	98
2. . .	8 : 3 : 24	. . .	4	. .	95
3. . .	10 : 0 : 8	. . .	5	. .	113
4. . .	9 : 1 : 0	. . .	4	. .	99
	37 : 3 : 17		17		405
Tha. und Gew.	3 : 3 : 2				17
Netto	34 : 0 : 15 tt.		28		422
			15		142
			4) ——		02
			3 : 3		

Erklärung: Nachdem die verschiedenen Gewichte, wie sie unter einander stehen, zusammen addirt sind, wird die Summe des Gutgewichts (17) zu jener der Thara auch hinzu addirt, dann die sämmtlichen Pfunde (422) mit 28 zu Quarters, und diese (15) mit 4 zu Hundreds gemacht; endlich die kommenden 3 H. 3 Q. 2 tt. von dem Sporco abgezogen, so kömmt das Nettogewicht.

215 §. Und endlich kömmt auch ein Abzug vor, wenn von den Waaren etwas zerbrochen, zu Staube oder sonst schadhaft geworden ist, welches Fusti oder Fustage genannt wird. Ist die Vergütung dafür ein gewisses pro cento: so wird solches wie bey Thara und Gutgewichte (212 und 214 §§.) gerechnet; ist hingegen das Gewicht vom Fusti bestimmt angegeben, und zu geringerem Preise anzusetzen: so wird solches wie die Thara (213 §.) vom ganzen Nettogewichte abgezogen, und nur der Ueberrest zu dem ordentlichen Preise ausgerechnet.

Z. B. 484) Aufg. Einige Waaren, die Netto 21040 tt. gewogen, haben durch Wasser Schaden gelitten; wenn solcher à 15 p. c. angeschlagen wird, wie viel bleibt?

Net-

Netto 2104|0 tt. à 15 p.c. Probe: 21040
2104 10 85
1052 3156 5 105200
Antw. 17884 tt. 168320
17884ØØ

485) Aufg. Unter 1365 tt. Cacao befindet sich einiger zerbrochen, wie viel ist als gut zu bezahlen, wenn $\frac{3}{4}$ p.c. für Fusti gerechnet wird?

13|65 tt. à $\frac{3}{4}$
682 2
341 1
10|23

Fusti 10

Für gut 1355 tt.

486) Aufg. Acht Säcke Mandeln wägen Netto 4563 tt. weil aber viele darunter schadhaft, werden für Fustage 10 p.c., und diese à $17\frac{1}{2}$ Mk. Cour.; von der reinen Waare à 26 Mk. Cour. die 100 tt. gerechnet. Wie viel beträgt Alles zusammen?

4563 tt.
Fustage à 10 p.c. 456 ; . à $17\frac{1}{2}$. Mk. 79 ; 12 ; 10
reine Waare 4107 tt. . ; 26 . — 1067 ; 13 ; 1
Antw. Cour. Mk. 1147 ; 9 ; 11

487) Aufg. Unter $538\frac{1}{2}$ tt. Indigo befinden sich $46\frac{3}{4}$ tt. Staub, welcher à fl. 2. 24 kr. vom Uebrigen aber das tt. à fl. 5. 24 kr. verkauft wird. Was ist der Betrag?

$538\frac{1}{2}$
$46\frac{3}{4}$ Staub . à fl. 2. 24 kr. . fl. 112. 12 kr.
$491\frac{3}{4}$ tt. ganz . ; ; 5. 24 ; . ; 2655. 27 ;
fl. 2767. 39 kr.

(Aus Hrn. v. Clausbergs demonstrativer Rechenkunst. Dritte Auflage pag. 1325.)

488) Aufg. Eine gewisse Waare wägt netto 1548 tt., weil aber darunter viel Unreines enthalten ist, offerirt der Eigenthümer dieselbe entweder à 3 fl. $2\frac{1}{2}$ gl. jedes tt. durch die Bank zu verkaufen, oder aber 8 p. c. am Gewichte kürzen zu lassen, und den Ueberrest à 3 fl. 8 gl. das Pfund hinzugeben. Welche Bedingung ist dem Käufer vortheilhafter?

Unsere Auflösung:

8 von 100 bleiben 92
à 3 : 8 ($\frac{2}{5}$)
276
18 : 8
18 : 8
3 | 12 : 16
20
2 | 56

Unter der zweyten Bedingung käme das tt. auf 3 fl. 2^{56} gl. nach der ersten aber nur auf 3 fl. 2^{50} gl.; es ist also diese für den Käufer vortheilhafter, und zwar um $\frac{3}{50}$ Gl. bey 1 tt. oder um 6 Gl. bey 100 tt.

Anmerkung. Wenn man blos zu wissen verlangt, welche Bedingung vortheilhafter sey: so hat man das Gewicht der ganzen Parthie gar nicht nöthig; sollte aber der Unterschied, um wie viel die eine Bedingniß beym Ganzen vortheilhafter, als die andere ist, gefunden werden: so müßte auch die ganze Quantität und zwar unter beyden Bedingungen ausgerechnet werden.

Aufgaben zur Uebung.

489) Von fl. 1360. — werden, wegen früherer Bezahlung, 3 p.c. Discompt passirt, wie viel beträgt dieser, und wie viel die baare Bezahlung?

490)

490) Wie viel ist für einen Wechsel von fl. 692. 48 kr., der noch 27 Tage zu laufen hätte, baar zu bezahlen, wenn 5 p. c. p. a. discomptirt werden?

491) Einer stellt unterm 5ten May des laufenden Jahres 1820 eine Obligation auf fl. 4300. — aus, die am 20. Septbr. anno 1823 zurückbezahlt werden sollen; wie viel käme für Interesse abzuziehen, und wie viel hätte er baar zu empfangen, wenn $\frac{1}{2}$ per mese Discompt angenommen wird?

492) Jemand wäre nach einem Jahre fl. 1500. — nach 2 Jahren eben so viel, und nach 3 Jahren fl. 2250. — zu zahlen schuldig; er erbietet sich aber, die ganze Schuld mit fl. 4800. — promt abzutragen; wie viel zieht er auf solche Art an jährlichem Discompt pro cento?

493) Es ist Jemand für Waaren, die er auf 6 Monate gekauft, fl. 856. 15 kr. schuldig, wie viel hat er mit 4 p. c. Rabatt baar dafür zu erlegen, den Rabatt auf 100 gerechnet?

494) Mk. 13236. 13 ß. 10 S. in Hamburg mit 7 monatlichem Rabatt, was ist der Betrag?

495) Für Mk. 1108. 11. 10. wurden in Hamburg Mk. 1020. 5. — bezahlt, wie viel p. c. Rabatt wurden gekürzet?

496) Wie viel ist der Rabatt, und wie viel die baare Zahlung für Hamburger Mk. 1630. — à $8\frac{2}{3}$ p. c.?

497) fl. 2956. — werden mit 6 p. c. Rabatt, oder Sconto, baar abgeführt, wie viel beträgts, den Rabatt von 100 gerechnet?

498) Wie viel beträgt der Sconto, und wie viel der baare Betrag von fl. 6000. — à 20 p. c. auf und von 100 gerechnet?

499) Von einer gewissen Zahlung betrug der Rabatt zu gleichen p. c. auf Hundert fl. 530. — ; von Hundert aber fl. 583. — Zu wie viel p. c. wurde es gerechnet, wie stark war der ganze, und wie stark der Netto-Betrag?

500) Wie viel ist das Nettogewicht von Spco. 4786 tt. wenn 25 p. c. für die Thara gerechnet werden?

501) Brutto 824 tt. Rosinen à 10 p. c. für Thara, wie viel haben sie netto?

502) Ein Faß Baumöl wog Brutto 1520 tt. die Thara 190 tt., wie viel ist das Nettogewicht?

503) Vier Fässer Kaffee Nro. 1 à 4 wägen Spco. 566. 608. $534\frac{1}{4}$ und 520 tt., die Thara 59. 62. 55 und $53\frac{3}{4}$ tt. was machen sie netto aus?

504) 15 Fäßchen Cacao-Bohnen von Berbice wägen Spco. 5800 tt., die Thara ist 52 tt. für jedes Fäßchen, das tt. à 9 Stüber, mit 1 p. c. Abzug. Was ist der Betrag?

505) 4 Kisten Puderzucker wägen Brutto 2019 tt. Thara 105 tt. pr. Kiste, das netto tt. à $23\frac{1}{2}$ G. vls. mit 10 Monat- oder $6\frac{2}{3}$ p. c. Rabatt, wie viel beträgts in holländischen Gulden?

506) 3 Kisten Feigen haben Spco. gewogen 645 tt., das netto tt. à 24 kr. ist der ganze Betrag fl. 246. — ; was haben sie netto gewogen, und wie viel die Thara?

507) In Hamburg werden 10 Both Corinten à 35 Mk. 15 ß. die 100 tt., mit $8\frac{2}{3}$ p c. Rabatt gekauft; sie wägen zusammen 12825 tt. mit 1 p c. für gut Gewicht und 14 p. c. Thara. Wie viel ist der reine Ertrag?

508) Eine Kiste Liquiritzen-Saft wog in Hamburg Sporco 172 tt., Thara 24 tt., für Gutgewicht 1 p. c., und Re-

Refactie für die Blätter (eine Art von Fustage) 2 p. c., die 100 tt. pr. contant à 35 Mk. cort. Was ist der Betrag?

509) 6 Körbe Zimmet wägen 698 tt., pr. Thara 23 tt. und $\frac{2}{3}$ p. c. für Gutgewicht; darunter befinden sich $121\frac{1}{2}$ tt. kurzer oder gebrochener, welcher à 8 Mk. 4 ß. und der ganze à 11 Mk. 15 ß. gerechnet wird, mit $8\frac{2}{3}$ p. c. Rabatt. Wie viel beträgt Alles?

510) Einige Ballen Baumwolle wägen Brutto 3840 tt. Thara 10 tt. für jeden Ballen; weil viele unreine darunter, muß man die Hälfte à 39 kr.; die andere aber à 48 kr. das tt. hingeben. Wenn auf solche Art jeder Ballen (einen in den andern gerechnet) zu fl. 166. 45 kr. angebracht wird; so fragt sich: wie viel es Ballen gewesen?

511) Unter 36 Lasten Häringen befinden sich 4 Last 8 Tonnen Wrack (Ausschuß). Zum Auffüllen werden 3 Last 4 Tonnen erfodert; wenn nun 4 Tonnen Wrack für 3 gute, und die Tonne à 13 Rthlr. gerechnet wird; so fragt sich: wie viel Alles ausmache?

NB. Die Last wird zu 12 Tonnen gerechnet.

Provisions-Rechnung.

216 §. Unter Provision (eigentlich Commissions-Provision), wozu auch Macklergebühr, Courtage und Sensarie gehört, wird hier überhaupt jede Vergütung der Mühe, die Einer für den Andern übernimmt, verstanden, und je nachdem ein gewöhnlicher Commissionär, Spediteur, Waaren- oder Wechselsensal das Geschäft besorgt, oder von was Art und Belange das Geschäft selbst ist, nach dem erhält diese Vergütung einen von den obigen Nämen, und wird zu verschiedenen pro cent, oder auch

nur pro mille; jedoch allezeit von und nie auf Hundert oder Tausend berechnet.

Z. B. 512) Aufgabe: Wie viel beträgt die Provision von fl. 942. 56 krn. à 2 p. c.?

```
   942=56           Proben:
  ────────(2            18=51⁵²
  18|85=52       942=56 ────────(100
      60           60   1885=52
  ──────                   60
   51|52         ──────  ──────
                 56576   113152
Antw. fl. 18=51 kr. ──    00000
                   2
```

513) Aufg. Wie viel macht die Courtage v. fl. 3728. — à $\frac{1}{3}$ p. c.?

```
     3728=—               12=26
  3)────────              ─────(3
    12|42=40              37=18
       60                 ─────(100
    ──────                3730
     25|60
Antw. fl. 12=26 kr.
```

Die Differ. von 2 fl. kömmt vom nebigen Rest, der für 1 Ganzes genommen wurde.

514) Aufg. Man soll die Sensarie von fl. 8550. — rechnen à 1 pro mille.

```
   8|550          8=33
      60          ────(1000
   ──────         8550
   33000
macht fl. 8=33 kr.
```

217 §. Hiebey ist noch in Acht zu nehmen, ob der Hauptertrag eines Geschäftes, das für Rechnung eines Andern gemacht wird, demjenigen zu vergüten ist, der es verrichtet, oder dem Andern, für den solches geschieht.

Im

Im ersten Falle, der sich z. B. bey jedem Einkaufe für Rechnung eines Andern begiebt, wird die Provision oder Sensarie u. d. gl. zu jenem Betrage addirt; im letzten Falle aber, der bey jedem Verkaufe von selber Art eintritt, werden diese Posten davon subtrahirt. Kommen auch noch andere Unkösten, als nämlich: Frachten, Zölle, Assekuranz, Packerlohn, Briefporti u. s. w. vor: so wird es damit in jedem Falle eben so gehalten, wie mit der Provision.

z. B. 515) Aufgabe: Einer kauft für Rechnung des Andern um fl. 472. 44 kr. Leinwand, wie viel hat ihm dieser gut zu schreiben, wenn $2\frac{1}{2}$ p. c. Provision genommen wird?

		Probe:
472 = 44	1̸0̸2̸ $\frac{1}{2}$	484 = 33 (100
$2\frac{1}{2}$	205	48455 (2
945 = 28	472 = 43	96910
236 = 22		1491
11|81 = 50		0560
60		150
49|10		60
		9000
		800
		Rest 185

Betrag der Leinw. fl. 472. 44
Provision à $2\frac{1}{2}$ p. % = 11. 49
Antw. fl. 484. 33

516) Aufg. Einige gekaufte Wechselbriefe betragen in Augsburg. Cort. fl. 5083. 32 kr. die Provision ist $\frac{1}{3}$ p. c. und Sensarie $\frac{1}{2}$ per mille. Wie viel macht Alles zusammen?

3) 5083 : 32 / 16|94 : 31 / 60 / 56|71	Betrag der Wechsel	fl. 5083 : 32
	Provision à $\frac{1}{3}$ p. °/o	: 16 : 57
	Sensarie à $\frac{1}{2}$ p. °/oo	: 2 : 32
	zusammen	fl. 5103 : 1

2) 5083 / 2\|541 / 60 / 32\|460

Die Probe wird über jedes besonders gemacht, wie vorhin.

517) Aufg. Für Rechnung eines Freundes in B werden hier in verschiedenen Posten zusammen fl. 1623. 52 kr. eingetrieben. Wie viel ist ihm zu vergüten, wenn $1\frac{1}{2}$ p. c. Provision bewilligt werden?

1623 : 52	Eingegangen sind	fl. 1623. 52 kr.
811 : 56	Prov. d'Incasso	
24|35 : 48	$1\frac{1}{2}$ p. °/o	24. 21
60	bleiben noch	fl. 1599. 31
21|48		

518) Aufg. Unterschiedliche Waaren wurden um fl. 631. 18 kr. verkauft, die Unkösten betragen fl. 13. 42 kr. die Provision 4 p. c. Wie viel kömmt dem Eigenthümer zu guten?

631 : 18		Verkauf	fl. 631. 18 kr.
4	ab für Unkösten	fl. 13. 42	
25|25 : 12	: — Provision	: 25. 15	
60			38. 57
15|12		Antw.	fl. 592. 21 kr.

519) Aufg. In England wurden für L. 329 : 10 : 7 Waaren gekauft, die Spesen sind: Einkaufs-Courtage $\frac{1}{2}$ p. c., Emballage- und Zollhaus-Unkösten L. 5 : 8 : 6, Connoiss. & Porti — : 9 : —

2)

2) 329 : 10 : 7	Einkauf	L. 329 : 10 : 7
1|64 : 15 : 3	Emball. u. Zollhaus-Unkost.	L. 5 : 8 : 6
20	Eink. Courtage ½ pr. %	1 : 12 : 11
12|95	Conn. & Porti	— : 9 : —
12		7 : 10 : 5
193	Antw.	L. 337 : 1 : —
95		
11|43		

520) Aufgabe: Einige Waaren werden in London pr. L. 240. — assecurirt. Die Prämie ist $8\frac{1}{3}$ p. c., Unkosten 1 L. 8 ß. und Courtage $\frac{1}{4}$ p. c. Wie viel macht Alles zusammen?

240	240 à $\frac{1}{4}$	Assecur. Präm.	L. 20 : —
$8\frac{1}{3}$	60	Unkosten	1 : 8
1920	20	Court.	— : 12
80	ß. 12~~00~~	Antw.	L. 22 : 0
L. 20~~00~~			

Aufgaben zur Uebung.

521) Wie viel beträgt die Provision von fl. 2340. — à $3\frac{1}{2}$ p. c.?

522) fl. 846. 53 kr. à $\frac{1}{2}$ p. c. Courtage.

523) fl. 7352. — holländisch Courant à $\frac{3}{4}$ pro mille Sensarie.

524) Es werden für Reichsthlr. 1298. 13 gGr. schlesische Leinwand gegen 2 p. c. Provision eingekauft. Wie viel ist der ganze Betrag?

525) In Ancona wird um 632 Scudi 13 Soldi Moneta Segeltuch für Rechnung eines Andern verkauft. Wie viel kömmt diesem zu guten, wenn für Provision, star del credere &c. 4 p. c. angesetzt werden?

526) Auf Anschaffung und für Rechnung eines Andern wurden an Unterschiedliche fl. 3058. — ausbezahlt; für wie viel ist derselbe zu belasten, wenn $\frac{1}{3}$ p. c. für Provision vergütet werden muß?

527) Es wurden um fl. 756. 48 kr. Waaren eingekauft, Emballage und andere Spesen betragen fl. 3. 12 kr. die Provision ist $2\frac{1}{2}$ pro cento. Wie viel ist der ganze Betrag?

528) In Amsterdam wird für 354 Pfund Flämisch à fl. 4. 40 kr. durch einen Commissionär in Augsburg assecurirt. Wie viel ist diesem zu vergüten, wenn für Prämie und Provision 5 p. c. bedungen sind?

529) Mehrere Wechsel, die in Hamburg umgesetzt wurden, betragen zusammen Mk. 26085. 15 *ßl.* Es wird hiefür $\frac{1}{2}$ p. c. Provision, und 1 pro mille Sensarie berechnet; wie viel ist der reine Ertrag?

530) Einige in England eingekaufte Waaren betragen L. 176. 13. — die Spesen 2. 8. 6, Einkaufs-Provision $1\frac{2}{3}$ p. c. Wie viel beträgt Alles zusammen?

Gewinn- und Verlust-Rechnung.

218 §. Wenn man Einnahme und Ausgabe gegen einander hält, und sie sind den Zahlen nach verschieden: so ist so viel **Gewinn**, als die Einnahme größer ist, als die Ausgabe. Hingegen ist auch eben so viel **Verlust**, als die Ausgabe größer, als die Einnahme ist.

Daß in jedem Falle die vorkommenden Zahlen bey der Einnahme und Ausgabe entweder schon **gleiche Benennung** haben müßen, oder völlige Gleichheit unter ihnen hergestellt werden muß, ehe man sie so gegen einander hält, versteht sich von selbst.

219 §.

219 §. Es erhellet also aus vorstehendem §., daß man nur darf

Die Einnahme und Ausgabe von einander abziehen, um den **Gewinn** oder den **Verlust** zu finden;

Den Gewinn zu der Ausgabe addiren, oder den Verlust von derselben subtrahiren, um die Einnahme, das heißt, den **Verkaufspreis** mit Gewinn oder mit Verlust zu finden;

Den Gewinn von der Einnahme subtrahiren, oder den Verlust zu derselben addiren, um die Ausgabe, das heißt, den **Einkaufspreis** oder eigenen Kosten zu finden.

Z. B. 531) **Aufg.** Einige Waaren, die auf fl. 480. — zu stehen kamen, wurden um fl. 528. — verkauft. Wie viel ist hiebey gewonnen worden?

Einnahme	fl. 528. —
Ausgabe	" 480. —
Antw. fl.	48. — (Gewinn)

532) **Aufg.** Wenn aber die nämlichen Waaren um fl. 448. verkauft würden; wie viel verlöre man alsdann?

Ausgabe	fl. 480. —
Einnahme	" 448. —
Antw. fl.	32. — (Verlust)

Anmerk. Dieser **Verlust** versteht sich von wirklich ausgelegtem Gelde; denn ich weiß wohl, daß derjenige, der eine Waare um fl. 528. — hätte verkaufen können, sie aber um fl. 448. — hingiebt, eigentlich fl. 80. — verliert; allein, das gehöret nicht hieher.

Wie müßen in den beyden vorstehenden Fällen (531 u. 532 Beysp.) diese Waaren verkauft werden?

nach

nach 531)	nach 532)
Ausgabe fl. 480. —	Ausgabe fl. 480. —
Gewinn = 48. —	Verlust = 32. —
Antw. um fl. 528. —	Antw. um fl. 448. —

Welches wäre in den nämlichen Fällen der Einkaufspreis, oder eigene Kosten dieser Waaren?

nach 531)	nach 532)
Einnahme fl. 528. —	Einnahme fl. 448. —
Gewinn = 48. —	Verlust = 32. —
Antw. fl. 480. —	Antw. fl. 480. —

Man sieht leicht, daß auch hier jede dieser Operationen der andern zur Probe dienen kann.

220 §. Wenn der Gewinn oder Verlust pro cento zu suchen, oder schon gegeben ist: so merke man sich vor Allem, daß 100 jederzeit die Ausgabe oder den eigenen Kosten vorstellt; dann wird die fernere Operation, nach den in der Praktik gegebenen Regeln, leicht zu treffen seyn.

Z. B. Wenn einige Waaren, die fl. 480. — gekostet, um fl. 528. — verkauft, und also am Ganzen fl. 48. — gewonnen wurden; wie viel beträgt dieser Gewinn pro cento?

```
       48                      Oder auch gleich
      ——— (100                    528
480   4800                       ——— (100
         00                 480   52800
Antw. 10 p. c.              110   48
                                    00
```

Da die 110, die in der zweyten Operation herauskommen, der Verkaufspreis; also Kosten samt Gewinn sind: so muß der Kosten (100) erst davon abgezogen werden, um den Gewinn (10 p. c.) allein zu finden.

Wenn

Wenn die Waaren fl. 480. — gekostet haben, und um fl. 448. — verkauft; folglich in Allem fl. 32. — verloren würden: wie viel beträgt dieser Verlust p. c.?

32 (100
480 | 3200
Antw. $6\frac{2}{3}$ p. c. | 32 $\overset{16}{\smile}$ $\frac{2}{3}$
48

Oder
448 (100
480 | 44800
$93\frac{1}{3}$ | 160
16
48

Die $93\frac{1}{3}$ sind auch Verkaufspreis; aber mit Verlust und müßen also von dem eigenen Kosten (100) abgezogen werden, um den Verlust ($6\frac{2}{3}$) pro cento allein zu finden.

Wie theuer müßten gewisse Waaren verkauft werden, die fl. 480. — gekostet haben, wenn man 10 p. c. darauf gewinnen wollte?

480 (10
Gew. 4800

Am allerkürzesten:
Ausgabe fl. 48|0. — à 10 p. c.
Gewinn = 48. —
Antw. um fl. 528. —

Oder:
480
110
4800
48
52800

Wie theuer müßten sie aber dann verkauft werden, wenn man $6\frac{2}{3}$ p. c. daran verlieren sollte?

480 ($6\frac{2}{3}$
2880
9) 320
Verl. 3200

Kürzer:
Ausgabe 480
Verl. 15) 32
Antw. um 448 fl.

Oder:
100
$6\frac{2}{3}$
$93\frac{1}{3}$

480
$93\frac{1}{3}$
1440
4320
160
44800

Wenn

Wenn diese Waaren a) mit 10 p. c. Gewinn um fl. 528. oder b) mit $6\frac{2}{3}$ p. c. Verlust um fl. 448. — verkauft wurden, wie hoch sind sie in jedem Falle nach dem eigenen Kosten gekommen?

a) 528 (100; 110 | 52800; 480 | 88; 00

Antw. auf fl. 480. —

b) 448 (100; $93\frac{1}{3}$ | 44800 (3; 280 | 134400; 480 | 224; 000

221 §. Daß die Ungleichheiten in der Benennung bey Einnahme und Ausgabe erst gehoben werden müßen, haben wir (nach dem 218 §.) schon gesagt. Wenn aber Umstände vorkommen, die die Einnahme vermindern, die Ausgabe vermehren, oder umgekehrt: so müßen solche besonders in Erwägung gezogen werden, wozu man in folgenden Beyspielen Anleitung genug finden wird.

533) Aufgabe: 13 Zentr. Bleyweis kamen in Allem auf fl. 415. 20 kr. Wie viel wurde beym Ganzen gewonnen, wenn jedes tt. um 23 kr. verkauft wird?

	1300 =	à 23
	433 = 20	20
	43 = 20	2
	21 = 40	1
Einnahme	fl. 498 = 20	
Ausgabe	= 415 = 20	
Antw.	fl. 83 = —	

Probe: Wie theuer muß das tt. Bleyweis verkauft werden, wenn 13 Zentr. auf fl. 415. 20 kr. kommen, und hieran fl. 83. — gewonnen werden sollen?

Aus-

Ausgabe fl. 415 = 20
Gewinn = 83 = —
fl. 498 = 20
60

1300 | 29900
Antw. um 23 kr. 39
00

534) Aufgabe: 956 Ellen Leinwand werden eingekauft, die Elle à 23 kr. Wie viel wird hiebey p. c. gewonnen, wenn die Unkösten bis zum Verkaufe fl. 31. 52 kr. betragen, und jede Elle um 29 kr. angebracht wird?

956 | 31 = 52
2 | 60
1912
000

Einkauf 23 kr.
Unkösten 2 —
Ausgabe 25 kr.

25 | 2900
116 | 40
150
Antw. 16 p. c. 00

Erklärung: Hier wird am kürzesten zuerst gesucht, wie viel für Unkösten auf jede Elle trifft: so kömmt 2 kr.; diese zu dem Einkauf addirt, sind 25 kr. die Ausgabe für 1 Elle, welche mit der Einnahme von 29, nach der pag. 282 befindlichen zweyten Operation verglichen, 116 im Verkaufspreise; also 16 pro cento giebt.

Probe: Wenn 956 Ellen Leinwand, die Elle à 23 kr. gekauft wird, wenn die Unkösten fl. 31. 52 kr. betragen, und wenn man hierauf 16 pro cento gewinnen will: so fragt sich, wie theuer die Elle verkauft werden soll?

Obwohl man hier auch nach obiger Art verfahren könnte: so wollen wir nur zur Abwechslung eine andere, etwas umständlichere Methode zeigen.

956

956 Ellen à 23 kr.

318 = 40 — 20
47 = 48 — 3

Einkauf fl. 366 = 28
Unkösten = 31 = 52

sämtliche Ausg. fl. 398 = 20 mit 16 p. c.
39 = 50 — 10
19 = 55 — 5
3 = 59 — 1

Gewinn = 63 = 44

462 = 4 / 956
60
27724
8604
000

Antw. 29 kr.

535) Aufg. Wenn der Zentr. von einer Waare auf fl. 66. 40 kr. kömmt, und das tt. um 38 kr. verkauft wird: so fragt sichs, ob hiebey gewonnen oder verloren wird, und wie viel p. c.?

66 = 40
60
Ausg. 4000

Einn. 38 (100
3800 / 40
95
20

Ausg. 100
Einn. 95

Antw. 5 p. c. werden verloren.

Probe: Wie theuer müßte man das tt., mit 5 p. c. Verlust verkaufen, wenn der Zentr. fl. 66. 40 kr. kostet?

Ausgabe fl. 66 : 40
Verlust à 5 p. c. = 3 : 20
63 : 20
60

Antw. für kr. 3800

536) Aufg. Einer kauft 50 Stück, welche ihm mit allen Unkösten auf fl. 534⅜ zu stehen kommen. Hievon verkauft er erstlich 23 St. à fl. 12. 40 kr., dann 19 St. à fl. 11 50 kr., und endlich die noch übrigen 8 St. à fl. 10. 17½ kr. Wie viel hat er beym Ganzen und wie viel p. C. gewonnen?

23	Stück	à fl. $12\frac{2}{3}$	fl. 291 : 20
19	—	: $11\frac{5}{6}$	: 224 : 50
8	—	: $10\frac{7}{24}$	: 82 : 20
		sämtliche Einn.	fl. 598 : 30
		Ausgabe	: 534 : 22½
Gewinn im Ganzen			fl. 64 : 7½

64 : 7½ (100
6412 : 30 (8
51300 : 0
8550
0000

534⅜
4275
und 12 p. C.

Probe: Wenn obige 50 Stücke, mit 12 p. C. Gewinn, zusammen pr. fl. 598. 30 kr. verkauft worden sind, was müßen sie demnach im Einkauf gekostet haben?

598 : 30 (100
59850
385
490
42
60
2520
280
56
112

$\frac{56}{112} = \frac{1}{2}$

Antw. fl. 534 : 22½

537)

537) Aufg. Jemand verkaufte bisher eine gewisse Waare zu 1 fl. 48 kr. mit 8 p. c. Gewinn, nun schlägt sie aber um 7 kr. auf, wie viel gewinnt er alsdenn p. c.?

```
                         1:48
                            7
                         ----
                         1:55 (5
         1 4/5           9:35     30
           9              108      8
         ---              ---
         115              972
                           54
Antw. 15 p.c.               9
                         ----
                         1035
                           13
                           45
                            0
```

Probe: Wenn man eine Waare mit 8 p. c. Gewinn um 1 fl. 48 kr. verkauft, was müßte sie gelten, um 15 p. c. daran zu gewinnen?

```
                          115
                         1:48
                         ----
                          115
                           23
                           69
              108         ---
            -----         207
Antw. fl. 1:55             99
                           60
                         ----
                         5940
                          540
                           00
```

538) Aufg. Wie viel verlöre man pro cent, wenn eine Waare, die bisher mit 10 p. c. Gewinn für 55 kr. verkauft wurde, um 8 kr. wohlfeiler hingegeben werden müßte?

```
       55
        8
     ————
       47
      110
     ————
      470
      47
     ————
 55  5170
 ——
 94   220      Antw. 6 pro cento.
       00
```

Die Probe wäre ungefähr wie die vorige.

539) Aufg. 50 Bleye (Büchsen) Schnupftaback kommen auf fl. 34. 26 kr. Wie theuer ist die Büchse zu verkaufen, wenn man fl. 5. 34 kr. hieran gewinnen wollte?

```
        Ausgabe   fl. 34 : 26
        Gewinn     :   5 : 34
                  ————————————
        Einnahme  fl. 40 :  0
                         60
                  ————————————
         50̸            2400̸
        ————
Antw. um 48 kr.         40
                         0
```

Probe: Wenn von 50 Büchsen Schnupftaback, welche fl. 34. 26 kr. kosteten, das Stück um 48 kr. verkauft wird, wie viel gewinnt man?

```
              50   à   48 kr.
             ————     ———————
              10 : —
              30 : —
             ————————
    Einnahme fl. 40 : —
    Ausgabe   :  34 : 26
             ————————
    Antw.   fl.  5 : 34 (Gewinn)
```

540) Aufg. Das tt. von einer Waare kömmt im eigenen Kosten auf 26 kr. Wie theuer muß man es verkaufen, um 15 p. c. daran zu gewinnen?

```
  115          Oder   26    à  15
  26                   2⁶      10
 ----                  1³       5
  690                -----
 230                  29 9/10
 ----
 29|90        Antw. um 30 kr. ungef.
```

Probe: Wie viel gewinnt man alsdann p. c.?

```
          30
         ----(100
  26     3000
 ----     40
 115      140
Antw. 15 p.c.  10
```

541) Aufg. 316 Stab Seidenzeug kosten fl. 658. 20 kr. man will hierauf 20 p. c. gewinnen; wie theuer ist der Stab zu verkaufen?

```
          316         658:20
         -----         26
          2: 5          60
20 p.°/o —:25         ------
         -----         1580
Antw. à fl. 2:30 kr.    000
```

Probe: Wie hoch kommen die 316 Stab im eigenen Kosten zu stehen?

```
                       316
                        2:30
                      ------
                       632
                       158
         120          ------
        -----          79000
Antw. fl. 658:20        70
                        100
                         04  4  1
                        ---    ---
                         12     3
```

542) Aufg. Ein Handelsmann hat 235 tt. Weinbeere, den Zentner à fl. 18. — gekauft, die Spesen machen fl. 4. 42 kr.; weil sie aber etwas verdorben sind, kann er das tt. nur um 9 kr. anbringen, wie viel verliert er dann p. c.?

235	Einkauf fl.	42:18		
18	Spesen :	4:42		
1880	235	47: 0		
235	Kosten 12 kr.	60		
42|30		2820	12	900
60		470	75	60
1800		000		

Antw. 25 p.c.

Aufgaben zur Uebung.

543) Eine Webe Leinwand von 48 Ellen kömmt auf fl. 27. — wie viel gewinnt man p. c. wenn die Elle um 40½ kr. verkauft wird?

544) 300 tt. Indigo kosten Mk. 2060. 12. 8. eigen; das tt. wird zu 21 ß., mit 8⅔ p. c. Rabatt verkauft. Wie viel bleibt Gewinn im Ganzen und p. c.?

545) Von einer Waare werden 256 Zentr. für fl. 3008. — gekauft, die Unkösten betragen fl. 64. — Hievon werden 173 Zentr. à fl. 15. — und der Rest à fl. 13. — verkauft; doch gehen am Gewichte 23 tt. ab. Wie viel ist gewonnen?

546) Drey Stücke Zeug, jedes von 48 Ellen, werden um fl. 124. — eingekauft, und die Elle zu 50 kr. verkauft. Wird hiebey gewonnen oder verloren, und wie viel?

547) Eine Parthie Waaren von 576 tt. wird mit fl. 720. — bezahlt, und es sollen fl. 60. — darauf gewonnen werden; wie theuer ist das tt. zu verkaufen?

548) Einer kauft 2778 tt. Mandeln, den Zentr. à fl. 31. 36 kr., die Unkösten betragen fl. 27. 42 kr., weil aber die Waare abgeschlagen, und sich am Gewichte 84 tt. Abgang finden, muß er sie mit fl. 119. 53 kr. Schaden verkaufen. Wie viel hat er für den Zentr. erhalten?

549) Wenn man eine Waare pr. comptant à fl. 40. 30 kr. oder auf 8 Monate zu fl. 42. 18 kr. verkaufen könnte, welches ist vortheilhafter?

550) Einer erhält eine gewisse Waare à fl. 18. 54 kr. die Spesen betragen $6\frac{2}{3}$ p. c. Er kann sie um fl. 22. — verkaufen; und zwar des Jahrs sicher dreymal umsetzen; wie viel gewinnt er dann p. c. p. a.?

551) Wie theuer ist eine Waare mit 6 Monat Zeit anzusetzen, wenn sie im eigenen Kosten auf fl. 2. 38 kr. kömmt, und pr. comptant mit 10 p. c. Gewinn verkauft werden könnte?

552) Von einer gewissen Modewaare kömmt die Elle auf fl. 1. 54 kr.; wie ist sie mit 25 p. c. Gewinn zu verkaufen?

553) 6020 tt. kosten in Allem fl. 1342. 16 kr.; wie hoch kömmt 1 Zentr. mit 15 p. c. Gewinn?

554) Wie viel wird man für 843 Ellen verlegene Waare erhalten, wovon die Elle einst auf 1 fl. 10 kr. stund, mit 30 p. c. Verlust?

Die

Die Gold- und Silber-Rechnung.

222 §.

Durch diese wird das Gewicht, der Gehalt und Werth von Gold und Silber, sowohl nach ihrem wirklichen Zustande, als nachdem sie selbst unter einander, oder mit anderen Metallen vermischet werden, bestimmt. Aus dem letzten Falle entspringt die Vermischungs- oder Allegations-Rechnung, wovon wir in der Folge mehr sprechen werden.

223 §. Das Gewicht, dessen man sich bey diesen Metallen gemeiniglich *) bedient, ist entweder

Trois-Gewichte (in Holland), nach welchem die Mark in 8 Unzen, à 20 Engels, à 32 Aß; also in 5120 holländ. Assen eingetheilt wird.

Oder Cölnisch-Gewichte (durch ganz Deutschland, Augsburg und Wien ausgenommen, welche ihr eigenes Gewicht haben), die Mark à 16 Loth, à 4 Quint oder 16 Pfenningen. Man rechnet 20 Mk. Cölnisch für

*) Welchen Gewichtes man sich zu Gold und Silber in jedem Lande bedient, ihre Verhältnisse, und die meisten dahin gehörigen Notitzen findet man am ausführlichsten in J. C. Nelkenbrechers allgemeinem Taschenbuch der Münz- Maaß- und Gewichts-Kunde für Banquiers und Kaufleute ꝛc. besonders dessen neueren Editionen. Da dieses Buch jedem eigentlichen Handelsmanne unentbehrlich ist: so werde ich mich noch oft darauf berufen.

für 19 Mk. Trois; 304 Augsburger Mark für 307 Cölnische, und 5 Wiener für 6 Cölnische Mark.

Auch Dukaten-Gewichte, wovon 67 Stück auf 1 Cölnische Mk. gerechnet, und der Dukate entweder in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ u. s. w. bis auf $\frac{1}{32}$, oder in 60 Theile, welche man Dukatengran oder auch Asse nennt, eingetheilt wird.

Das Kronen- und Goldgülden-Gewichte kömmt selten mehr vor; es wurden nämlich $69\frac{1}{2}$ Kronen, oder 72 Goldgülden auf 1 Cöln. Mark gerechnet.

224 §. Der Gehalt, wie viel nämlich in einem Stücke pures Gold oder Silber enthalten ist, wird geschätzt:

Bey dem Trois-Gewichte das Gold nach Karat und Grän, die Mk. à 24 Karat à 12 Grän; das Silber nach Pfenning und Grän, die Mk. à 12 Pfenning à 24 Grän.

Bey dem Cölnisch- und anderem deutschen Gewichte das Gold gleichfalls nach Karat und Grän, wie oben; das Silber aber nach Lothen à 4 Quint à 4 Pfenning, oder auch das Loth zu 18 Grän.

Die Preußische Mark, die in der Schwere genau mit der bisher bey dem Preuß. Münzwesen üblichen Cöln. Mark (von 4866,[22] Holl. Assen) überein kömmt, soll für Gold und Silber blos in 288 Grän eingetheilt werden.

Gold oder Silber, welchem kein anderes Metall (kein Zusatz) beygemischt ist, heißt fein; ist aber ein Zusatz dabey, so wird dessen Feine nach der Quantität Goldes oder Silbers, die sich bey einer Mark von solcher Mischung befinden müßte, bestimmt.

Z. B.

z. B. Wenn bey einer Mark Goldes nur 22 Karat fein; und also 2 Karat Zusatz (Silber oder Kupfer) sind: so nennt man es 22 karatiges Gold. Wenn bey einer Mark Silber 15 Loth fein, und folglich 1 Loth Kupfer ist: so heißt es 15 löthiges Silber. Es mag die ganze Masse viel oder wenig wägen.

Man muß daher das Gewicht von dem Gehalte wohl unterscheiden; jenes wird in der Kunstsprache Schrot, und dieses Korn genannt. Jede Mark mit Zusatz heißt eine rauhe Mark.

225 §. Der Werth von feinem Golde oder Silber wird gewöhnlich nach der Mark angesetzt, und dieser darf dann nur nach dem Gewichte (wie andere Waaren) ausgerechnet werden; bey dem Vermischten (oder Rauhen) aber, wie das meiste Gold in Stangen und Silber in Barren, desgleichen alles verarbeitete und zu Gelde ausgeprägte Gold und Silber ist, muß zuerst der feine Gehalt ausgezogen werden.

z. B. 555) Aufg. Einige Stücke Gold wägen 20 Cöln. Mark und halten 19 Karat 10 Grän fein (d. h. bey jeder solchen rauhen Mk. sind 19 K. 10 Gr. pures Gold). Wie viel feine Mark sind in der ganzen Masse enthalten?

Aufl.	20 Mk.	à 19 K.	10 Gr.
	10	12	6
	5	6	4
	—: 13 L.: $5\frac{1}{3}$ Q.	1	
	—: 6 : : $10\frac{2}{3}$:		
	—: 4 : : $7\frac{1}{9}$:		
Antw.	Mk. 16 : 8 L. : $7\frac{1}{9}$ Q.		

Pro=

Probe: Wenn in einer Masse von 20 Marken nur 16 Mk. 8 Lth. $7\frac{1}{9}$ Gr. fein Gold enthalten sind; wie viel karatig ist solches Gold?

20 Mk.	16 Mk.	8 Lth.	$7\frac{1}{9}$ Gr.	(3
Antw. 19 K. 10 Gr.	49 —	9 —	$5\frac{1}{3}$ -	(8
	396 —	10 —	$10\frac{2}{3}$ -	
	196			
	16 —	10 —	$10\frac{2}{3}$ -	(3
	50 —	0 —	0 -	(4
	200 —	0 —	0 -	
	00			

556) Aufg. Wie viele Mk. feines Silber sind in 215 Mk. 13 Lth. 2 Qt. enthalten, welche 14löthig sind?

	215 : 13 : 2	à 14
	107 : 14 : 3	8
	53 : 15 : 1 : 2 Gr.	4
	26 : 15 : 2 : 3 -	2
Antw.	188 : 13 : 3 : 1 -	

Probe:

215 : 13 : 2	188 : 13 : 3 : 1
16	16
1303	1141
215	188
3453	3021
4	4
13814	12087 (4)
14 L.	16
	72526
	12087
	193396
	55256
	0000

557)

557) Aufg. Wie viel betragen 11 Cöln. Mark, 14 Lth. Gold, welches 17 K. 9 Gr. fein hält, wenn die feine Mark fl. 378. — kostet?

Zuerst wird der feine Gehalt ausgezogen, wie bey 555) zu sehen ist.

11 Mk.	14 Lth.	à	17 K. 9 Gr.	
3	: 15	: 1 : $1\frac{1}{3}$	8	
3	: 15	: 1 : $1\frac{1}{3}$	8	
—	: 7	: 3 : $2\frac{2}{3}$	1	
—	: 3	: 3 : $3\frac{1}{3}$		6
—	: 1	: 3 : $3\frac{2}{3}$		3
8	: 12	: 2 : —$\frac{1}{3}$		

Obige 11 Mark 14 Loth enthalten also 8 Mk. 12 Lth. 2 Qt. und —$\frac{1}{3}$ G. fein Gold.

Und diese zu fl. 378. — (dem Preis von 1 feinen Mark) berechnet:

378	
8 : 12 : 2 : —$\frac{1}{3}$	
3024	8
189	4
94 : 30	2
11 : $48\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$
3) 3 : $56\frac{1}{4}$	
8) — : $29\frac{17}{32}$	
3319 : $48\frac{9}{32}$	

Antw. Sie betragen fl. 3319 : $48\frac{9}{32}$ kr.

Wenn man den feinen Gehalt nicht ausdrücklich zu wissen verlangt: so wird folgende Verfahrungs-Art in den meisten Fällen kürzer und leichter seyn.

```
 378      (11 = 14
 378          8
 189          4
  94 = 30     2
  47 = 15
4408 = 45  à  17 = 9
1496 = 15     8
1496 = 15     8
 187 = 1 7/8  1
  93 = 30 15/16  6
  46 = 45 15/32  5
3319 = 48 9/32
```

Probe: Wie hoch kömmt die Mark fein Gold zu stehen, wenn 11 Mk. 14 Lth. à 17 Kar. 9 Gr. fein fl. 3319. $48\frac{9}{32}$ kr. kosten?

```
 11 7/8      3319 = 48 9/32 (8
 95         26558 = 26 1/4
279 = 33 3/4  755
               908
                53
                60
              3206
               356
                71
                 4
               285
                00
```

Also kömmt die rauhe Mark auf fl. 279. $33\frac{3}{4}$ kr. wie hoch kömmt nun die feine?

```
 1̸7̸¾          279 = 33¾
 71           ―――――――――― (4
―――――          1118 = 15
 378          ―――――――――― (6
               6709 = 30
              ―――――――――― (4
              26838 = ―
               553
                568
                 00
```

Antw. Auf fl. 378. —

558) Aufg. Was kosten 165 Mk. 10 Lth. 3 Qt. von 13löthigem Silber, wenn die Mark feines fl. 24. 32 kr. gilt?

Nach der bey der 557) Aufg. gezeigten zweyten Art.

```
 165 = 10 = 3
   24 = 32
―――――――――――――
  660       2̸0̸  8
 330        1̸2̸  2̸
   55             2̸
   33             1̸
   12 = 16
    3 =  4
   ― = 46
   ― = 23
―――――――――――――
  4064 = 29   à   13 L.
―――――――――――――    ――――
  2032 = 14½       8
  1016 =  7¼       4̸
   254 =  1 13/16  1̸
―――――――――――――
```

Antw. fl. 3302 = $23\frac{9}{16}$ kr.

Probe: Wie viele Mark 13löthigen Silbers erhält man für fl. 3302. $23\frac{9}{16}$ kr. die feine Mark zu fl. 24. 32 kr.?

Hier suchen wir wiederum, aber auf einem andern Wege, zuerst den Werth von 1 rauhen Mark.

```
                24 : 32  à  13 L.
                12 : 16      8
                 6 :  8      4
                 1 : 32      1
d. rauhe Mk. fl. 19 : 56 kr.   3302 : 23 2/16
                 60               60
               1196           198143
               165 : 10 : 3    7854
                                6783
                                 803 2/16
                                  16
                                4827
                                 803
                               12857
                                0897
                                   4
Antw. Mk. 165. 10 Lth. 3 Qt.    3588
                                 000
```

559) Aufg. 520 neue Piaster, wovon $8\frac{2}{3}$ Stück 1 Cöln. Mk. wägen, die 14 Loth 6 Grän fein hält; wie viel betragen selbe in hiesigem Gelde, wenn die Mark fein Silber zu fl. 24. — angenommen wird?

Nach der Kettenpraktik.

```
        8 2/3
        26
r. M.   60         520
                  1560 (3           520 Piaster.
        30         000        26  8 2/3    14 1/3 L. f. Silb.
        15       à 14 : 6      3  16        24 fl.    20
         7 : 8
      6) 1 : 4      8  6                    43
f. Mk. 53 : 12 Lth. 4                        3
  à fl. 24    8     2              Antw. fl. 1290
        212   4
       106
         12
          6
Antw. 1290 fl. —
```

Pro:

Probe: Wie hoch kömmt die Mk. fein Silber, wenn 520 neue Piaster von obigem Schrot und Korn fl. 1290. — werth sind?

52~~0~~	129~~0~~
2 : 28 $\frac{11}{13}$	25
Es kömt dem=	60
nach 1 St. auf	1500
fl. 2. 28 $\frac{11}{13}$ kr.	460
	44 (4) 11
	52 13

2 : 28 $\frac{11}{13}$ (8 $\frac{2}{3}$

19 : 50 $\frac{10}{13}$

— : 49 $\frac{8}{13}$

— : 49 $\frac{8}{13}$

dier. Mk. fl. 21 : 30 kr.

~~14~~ $\frac{1}{3}$	21 : 30	
43	64 : 30	(3
24	258 : —	(4
	1032 : —	(4
	172	
	00	

also die feine Mk. auf fl. 24.

Nach der Kettenpraktik.

	~~16~~ L. f. Silb.	
~~14~~ $\frac{1}{3}$	8 $\frac{2}{3}$ Piaster.	
~~2~~ ~~520~~	~~1290~~ fl.	3
~~43~~	~~26~~	8
		fl. 24

Auf diese Weise kömmt freylich das Verlangte geschwinder, als hieneben heraus; allein, man kann in einem Ansatze nicht alles das erfahren, was sich nach der wälschen Praktik offenbaret.

560) Aufg. Was sind die französischen Laubthaler vom J. 1726 bis 1784 nach ihrem innern Gehalte an feinem Silber werth, wenn (nach Tableau du pair) das Stück 613⁷⁰ holländische Asse wägen, und die Cöln. Mark 14 Loth 9 Grän fein halten soll; wenn ferner eine solche Mark fein Silber zu fl. 24. — gerechnet wird?

Man

Man suche (nach den im 223 §. gegebenen Verhältnissen), wie viel holländ. Aß auf 1 Cöln. Mark gehen:

2ø 5120
256
19

2304
256

4864 Asse.

ferner, wie viele Stücke auf die rauhe Cöln. Mark:

61370 | 486400
7⁹² St. | 568100
15770
3496

ferner, wie hoch die rauhe Cöln. Mark kömmt:

24 = — à 14 = 9
12 = — 8 9
6 = — 4
3 = — 2
— = 45

fl. 21 = 45

und endlich, was 1 Lbthlr. werth ist:

793 | 21 = 45
Antw. 2 fl. 44 = 2 | 2175
589
60

35340
3620
448
4

1792
206

Kettenpraktik.

	1 Lthlr. oder
2/0	613. 70 holl. Aß
5120	1 Trois Mk.
19	20 Cöln. Mk.
1	$14\frac{1}{2}$ L. fein
2 16	24 fl. 3
4608	184110
512	$14\frac{1}{2}$
9728	736440
2 = 44 = 2	184110
	92055
	26695|95
	7239
	60
	434397
	45277
	6365
	4
	25460
	6004

Es kömmt also nach einer, wie nach der andern Art ganz gleich, der Laubthaler über 2 fl. $44\frac{1}{2}$ kr. Wie es aber nun kurz zu berechnen, wenn das Gewicht, der Gehalt oder der Preis von einer feinen Mark anders wäre, werden wir in den nächsten Beyspielen zeigen, für jetzt gehen wir an die

Pro-

Probe: Welchen Gehalt müßen die Laubthaler haben, wenn das Stück auf fl. 2. 45 kr. *) kommen soll, wenn es 013^{70} holl. Aß wägt, und die Mark fein Silber zu fl. 24. — geschätzt wird?

Nun suchen wir zuerst: wie hoch die feine Troismark kömt, die Cöln. Mark à fl. 24. —

```
              24
              20
     19      480
auf fl. 25:15 kr.  100
               5
              60
             300
             110
              15
```

Dann: was 1 Lbthlr. von feinem Silber werth wäre?

```
           61370
            25:16
          306850   12
          122740    4
           12274
            4091
 512|0    1550|615
fl. 3^02   01461
            437
```

Und endlich: wie viel die Mark fein halte?

```
               2:45
                275
                 16
               1650
                275
      303      4400
Antw. 14 L. 9 Gr.  1370
                158
              à 18 Gr.
               1264
                158
               2844
                117
```

Kettenpraktik.

```
                 1 rauhe Cöl. Mk.
      20        19 — TroisMk.
  4    1      8120 holl. Aß
    61370     2¾ fl.      11
  3    24     16           2
                     Loth fein.
   18411 0
   14:9          128
                  19
                1152
                 128
                2432
                2432
               2675200
                 83410
                  9766
                    18
                 78128
                  9766
                175788
                 10089
```

*) Für die wegfallenden Reste wird hier 1 ganzer Kreuzer genommen.

561) Aufg. Was haben die französischen 5 Franken-Stücke für einen innern Werth an feinem Silber; wenn das Stück 25 Grammes wägt, $\frac{1}{10}$ Zusatz hat, und die Cöln. Mark fein Silber zu fl. 24. — angenommen wird?

Das Gramm soll genau 20,81256 holländische Assen wägen, wovon 4864 auf die Cöln. Mark treffen *), wie aus vorhergehendem Beyspiel zu sehen ist.

Wie viele holl. Aß wägt ein 5 Franken-Stück?

```
    20,81256
4) ---------- (25
    520,314
```

Wie viele Stücke gehen auf die rauhe Cöln. Mark?

```
520,314   4864000
-------
9,3482     1811740
            2507980
             4267240
              1047280
               006652
```

Wie viele auf die feine?

```
         9,3482
**) 9)  1,0387
        -------
        10,3869
```

Und endlich: was ist der Werth von einem Stücke?

```
10,3869   24,0000
-------
2=18       32262
              60
          -------
          1935720
           897030
            66078
```

Antw. fl. 2. 18$\frac{3}{4}$ kr. ungef.

Kettenpraktik.

```
              25 Gram.
10             9 feine
1,00000       20,81256 holl. Aß
4864          24 fl.    3
-----         ----------
608           260157
 76               27
---           ----------
2=18          1821099
              520314
              ----------
          4)  7024239
              ----------
              175|605975
               23
                      60
              ----------
              1416|358500
               656
                48
```

Antw. fl. 2. 18$\frac{5}{8}$ kr.

---

*) Nach diesem Verhältniß gehen ziemlich genau 233,7 Gramme auf 1 Cöln. Mark.

**) Weil diese Münze 1/10tel Zusatz hat: so sind in 10 rauhen Marken 9 feine enthalten, und umgekehrt gehen um 1/9tel mehr Stücke auf die feine, als auf die rauhe Mark.

Pro-

Probe: Was muß das 5 Franken-Stück wägen, wenn es mit $\frac{1}{10}$ Zusatz, die Cöln. Mark fein Silber zu fl. 24. — gerechnet, fl. 2. $18\frac{3}{4}$ kr. innern Werth haben soll?

Wie viele holländ. Aß fein Silber sind in 1 Stück enthalten?

```
        4864
          2 : 18¾
     ─────────────
        9728       12
         972 : 48   6
         486 : 24      2
          40 : 32      1
          20 : 16
     ─────────────
 24     11248 : —
────    164
468⅔     208  8
          16 ◡ 2
          ──   ─
          24   3
```

Wie viele Gramme fein?

```
20,81256    468,66666
────────     5241546
  22,5      10790340
             0384060
```

Und endlich: wie viele Gramme schwer?

```
      22½
   9)  2½
    ─────
      25
```

Antw. 25 Gramme.

Kettenpraktik.

```
                       2,31061 fl.
3       24           4864 holl. Aß
20,81256               1 Gramm
       9              10 Gr. rauhe
──────────          ────────────
  260157                 608
      27                  76
──────────          ────────────
 1821099              1386366
 5 0314               1617427
──────────          ────────────
 7024:39             175606360
    25                35121580
                      0000385
```

562) Aufg. Was haben die 20 Franken-Stücke für einen innern Werth an feinem Golde; wenn das Stück, auch mit $\frac{1}{10}$ Zusatz, $6\frac{2}{5}$ Gramme wägt, und die Cöln. Mark fein Gold zu fl. 379. — gerechnet wird?

(Angenommen, daß 233,7 Gramme auf 1 Cöln. Mark gehen.)

Wie viel enthält 1 Stück feine Gramme?

```
     6,40
10)  64
   ------
     5,76
```

Wie viele Stücke gehen auf die feine Cöln. Mark?

```
 5,76    233,70
------     3300
40,572      4200
             1680
              528
```

Und endlich: was ist ein Stück werth?

```
40,573    379000
------     13843
 9:20         60
        ---------
          830580
           19120
```

Antw. fl. 9. $20\frac{1}{2}$ kr. ungef.

Kettenpraktik.

```
5          6 2/5 rohe Gr.
   10      9 feine Gr.
  233,7    379 fl.
 -------  --------
   779        32
     5         3
 -------  --------
  3895        96
9: 20 368/779  379
               96
            ------
             2274
             3411
            ------
            36384
             1329
               60
            ------
            79740
             1840

1840  5  368
----  ----
3895  779
```

Probe: In welchem Verhältnisse stehet bey den 20 Franken-Stücken der feine Gehalt mit dem rauhen; wenn das Stück $6\frac{2}{5}$ Gramme wägt, fl. 9. $20\frac{368}{779}$ kr. gilt, und die feine Cöln. Mark zu fl. 379. — gerechnet wird?

Wie

Wie hoch kömmt die rauhe Cöln. Mark?

```
        233,7
            9=20 368/779
      ----------------
      21033
        779
         18=24   20) 368
      ----------       ----
 6,4  21830=24         18 2/5
 ---
341=6   263
         70
          6
         60
       -----
        384
         00
```

Das Verhältniß hergestellt und abgekürzt:

```
        341,1   379,0
  379)    9      10
```

Kettenpraktik.

```
 ? rauhe        feine Gr.
   233,7        379 fl.
   9=20 368/779   6 2/5 r. Gr.
 -----------    ----------
     9=20         779
      60           60  20
   -------         32   4
    560                 4
     779
      560
   --------
    46740
    3895
      368
   --------
   436608
    54576
     6822
     3411       3790
```

Antw. Wie 9 zu 10, oder daß der Zusatz $\frac{1}{10}$ und der feine Gehalt $\frac{9}{10}$ vom ganzen Gewichte beträgt.

Auf gleiche Weise können auch andere Gold- und Silbermünzen berechnet werden; wenn nur Gewicht, Gehalt und Preis einer Mark nach dem nämlichen Maaße angegeben sind; doch ist dabey alle mögliche Genauigkeit zu beobachten.

563) Aufg. Wie hoch kömmt die Cöln. Mark fein Gold, wenn (nach neuester Angabe) die französ. Schild-Louisd'or 169,1 holländ. Aß wägt, 21 Kar. 8 Gr. fein hält, und zu fl. 11. 2 kr. angenommen wird?

169,1 à 21=8
8455
42275
211375
35229
11743
152,6597
31,8617
11=2
318617
318617
10620
351|5407
60
32|4420

48640000
2842090
13154930
9421540
2619580
10929830
243651

Antw. Auf fl. 351=32 kr.

Kettenpraktik.

65 | 24 K. f. Gr.
30 $21\frac{2}{3}$ | 4864 holl. Aß
169,1 | $11\frac{1}{30}$ fl. 3

1691
65
8455
10146
109915
351=32

331
4864
14592
14592
1609984
24
6439936
3219968
38639616
566511
169366
59451
60
3567060
269610
49780

Probe: Was ist die französ. Schild=Louisd'or nach innerm Gehalt an Golde werth; wenn das Stück 169,1 holländ. Aß wägt, 21 Kar. 8 Gr. fein hält, und die Cöln. Mark fein Gold zu fl. 351. $32\frac{524}{1157}$ kr. gerechnet wird?

1691

```
              1691                         1157 : 1691
          351 = 32 524/1157           89)  13       19
          ─────────────────                        524
          1691        20                            19
          8455        12                        ─────
          5073                                   4716
           563 = 40                               524
           338 = 12                      13     ─────
             12 = 45 11/13               ───     9956
          ──────────────           60) 765        85
48640     594455 = 37 11/13            ─────      76
─────     108055                       12 = 45    11
12 = 13 19/65  10775
               60                  Kettenpraktik.
          ──────                   10)           1691 h. Aß
          646537                   4864          11 2/3 K. fein
          160137                     24          351 = 32 524/1157
           14217                   ─────         ──────────────
              13                     60          60   19
          ──────                   1157          ─────  65
           42662                   5  13         21092  5
           14217                     3           1157
          ──────                   608          ───────
          184832                    76          147644
          ────── (5                 19          105460
          924160                                21092
          437760                               21092
           00000                                  524
                                               ─────────
    12 = 13 19/65  à  21 = 8                   244403968
    ─────────────     ──────                   40067328
     6 =  6 42/65     12  6                     5084176
     3 =  3 21/65      6  2                      635572
     1 = 31 49/65      3                         15888
     — = 15 18/65                        30       1986
     — =  5 6/65                     ──────       331
  ──────────────                     11 1/30 fl.   31
Antw. fl. 11 = 2 — kr.                              1
```

226 §.

226 §. Es kann aber der Gehalt von Gold und Silber erhöhet werden, ohne daß ein anderes Metall beygemischt; sondern wenn blos das schlechtere davon geschieden oder abgetrieben wird, wodurch nothwendiger Weise sich das Gewicht vermindern, der Werth aber vermehren muß. Wie in solchen Fällen der neue Gehalt, das Gewicht oder der Werth zu finden, wird in folgenden Beyspielen gezeigt.

564) Aufgabe: Ein Goldarbeiter erhielt 9 Mark Gold à $17\frac{1}{2}$ Karat fein, er treibet solches ab (feinirt es), bis es nur 7 Mark wog; wie viel karatig wird es nach diesem geworden seyn?

$17\frac{1}{2}$ (9
$157\frac{1}{2}$
7 | $157\frac{1}{2}$
Antw. $22\frac{1}{2}$
17
$3\frac{1}{2}$
7

Probe:
$22\frac{1}{2}$ (7
$157\frac{1}{2}$
9 | $157\frac{1}{2}$
$17\frac{1}{2}$
67
$4\frac{1}{2}$
9

Erklärung: Da vorher jede Mark $17\frac{1}{2}$ Karat fein Gold enthielt: so dürfen diese nur durch 9 (Mk.) multiplicirt werden, um den sämtlichen Inhalt an feinem Golde zu finden, und da hievon nichts weg und nichts dazu kömmt: so dürfen die $157\frac{1}{2}$ Karat nur in die noch übrigen 7 (Mk.) vertheilt werden; dann kömmt der neue Gehalt von 1 Mark, nämlich $22\frac{1}{2}$ Karat.

Die Probe, wie auch die folgenden Aufgaben beruhen auf dem nämlichen Grunde; es würde also überflüssig seyn, darüber mehrere Erklärungen zu geben.

565) Aufg. Es wurden 53 Mark 10löthiges Silber dergestalt feinirt, daß es 13 Loth 6 Grän fein hielt; wie schwer hat es nach diesem gewogen?

$13\frac{1}{3}$

```
                    53            Probe:      39¾
                    10                        13⅓
                   ----                      -----
   1̸3̸⅓            530                       117
   4̸0̸         ----------(3                  39
  ------         159̸0̸                        13
Antw. 39¾ oder    39                          6⅔
39 Mk. 12 L.       3                          3⅓
                                             -----
                                  1̸0̸          53̸0̸
```

566) Aufg. Von 28 Mark 14 Loth Silber, die Mark à fl. 19. 48 kr. wurden 4 Mk. 12 Lth. Kupfer abgetrieben; wie viel war nachher die Mk. werth?

```
           28:14        8  Probe:    23:42
           19:48        4          ----------(4
          -------       2            94:48
          252                      ----------(6
          28          3̸0̸            568:48
          14          1̸8̸   2̸8̸⅞        2:57  ⅛
          7           8̸    231      ----------
           1:24            -----     571:45
           9:54            19:48   ----------(8
28:14      4:57                    4574:—
 4:12      2:28½                   2264
-----    ---------                  185
24: 2      571:43½                   60
-----(8  -----------(8             -----
193       4573:48                  11100
-----      713                      1860
23:41      134                       012
            60
           ----
           8088
            368
            175
```

Antw. fl. 23. 42 kr. ungef.

Daß diese 3 Proben auch noch anders können gemacht werden, wird Mancher eben so gut einsehen, als wie sie ungefähr zu machen wären.

Auf-

Aufgaben zur Uebung.

567) Wenn die Mark Silbers fl. 22. 56 kr. kostet, wie hoch kömmt das Loth?

568) Es wurden 14 Mk. 7 Lth. 8 G. Silber um fl. 347. 15 kr. gekauft; wie viel kostete die Mark?

569) Wie hoch kömmt die Mark Goldes, wenn die Krone zu fl. 4. 56 kr. bezahlt wird?

570) Was ist die Mark 13löthigen Silbers werth, wenn die feine Mark fl. 24. 20 kr. kostet?

571) Wenn das Loth $9\frac{3}{4}$ löthigen Silbers $52\frac{1}{2}$ kr. kostet; was ist demnach das Loth fein werth?

572) Von einem Silber, welches 11 Lth. 6 G. fein hält, kömmt die Mark auf fl. 16. 41 kr.; wie viel muß es fein halten, wenn die Mark nur auf fl. 13. $6\frac{1}{2}$ kr. kommen darf?

573) Einige Stücke Silber wägen 10 Mk. 15 Lth. 3 G. sind 12 Lth. 14 G. fein; wie viel enthält das Ganze an feinem Silber?

574) Einer erhielt altes Geschmeide von Gold, wog 19 Mk. 12 Lth.; nachdem er es vom Zusatz geschieden, fand er 13 Mk. $5\frac{1}{3}$ Lth. feines Gold; wie viel wird vorher die Mark fein gehalten haben?

575) Was kosten 21 Mk. 7 Lth. 2 Qt. 13löthigen Silbers, die feine Mk. à fl. 24. 30 kr.?

576) Einer hat 230 englische Guineen à fl. 11. 26 kr. erhalten; wie viel bekäme er feines Gold, und wie hoch käme ihm die feine Cöln. Mark zu stehen, wenn er sie einschmelzen ließe; wenn das Stück 173^{30} holländ. Aß wägt, und 22 Kar. fein hält?

577) Was ist der Rubel vom J. 1764 an feinem Silber werth, wenn das St. 498^{75} holl. Aß wägt, 12 Loth fein hält, und die feine Cöln. Mark zu fl. 24. — gerechnet wird?

578)

578) Ein Münzmeister hat 56 Mark Gold à $18\frac{3}{4}$ Karat fein, er feinirt es bis auf $23\frac{1}{3}$ Kar.; wie schwer ist solches nach diesem gewesen?

579) Es wurden 63 Mark Gold bis auf 52 Mk. abgetrieben; wie fein wird es geworden seyn, wenn es vorher $19\frac{1}{2}$ Karat hielt?

580) Einiges alte Silber, welches 9 Loth 10 Gr. fein hielt, wog, nachdem einiges Kupfer davon geschieden war, 27 Mk. 12 Lth., und hielt 13 Lth. 7 Gr. Frage: wie viel Kupfer davon gekommen?

Allegations-Rechnung.

227 §. Da sich nicht allein Gold, Silber und andere Metalle; sondern noch unzählig viele Dinge mit einander vermischen lassen: so wird durch die Allegations- oder Vermischungs-Rechnung von allen diesen Dingen entweder

der Gehalt oder Werth, wenn sie in bestimmter Quantität und Qualität zusammen gesetzt oder vermischet werden, oder

die Quantität, welche von jedem zu nehmen ist, um einen bestimmten Gehalt oder Werth hervorzubringen,

gefunden und genau angezeigt.

228 §. Um den Gehalt zu finden, der aus einer gewissen Mischung entstehet, darf man nur die Quantität eines jeden dazu kommenden Dinges durch seinen Gehalt multipliciren, und mit der Summe jener Quantitäten in die Summe dieser Produkte dividiren: so kömmt das Verlangte heraus.

Z. B. 581) Aufg. Einer schmelzet 2 Mark 12löthiges und 3 Mark 7löthiges Silber zusammen; wie viel löthig wird diese Mischung werden?

Aufl. 2 Mark à 12 Loth geben 24 Lth. fein
3 — = 7 — — 21 — —
5 Mark enthalten also 45 Lth. fein

Antw. 9 löthig.

Die Probe darüber kann erst in der Folge gezeigt werden.

582) Aufg. Einer schmelzt zusammen 20 Mark 13löthig und 16 Mk. $14\frac{1}{2}$ löth. Silber; setzet aber noch 5 Mk. Kupfer dazu. Wie viel wird die Mark solchen Silbers fein halten?

20	à	13	= =	260
16	=	$14\frac{1}{2}$	= =	232
5	=	0	= =	—
41				492
				82
				00

Antw. 12 Loth

Erklär. Die 5 Mark Kupfer müßen unter die Quantitäten kommen, weil sie das Gewicht vermehren; den Gehalt aber vermindern.

583) Aufg. Zu 1 Mark Silber à fl. 23. 18 kr. werden 24 Loth Seide, das ℔. à fl. 14. 50 kr. genommen; wie viel wird dann das Loth gesponnenen Silbers (ohne Arbeitslohn) werth seyn?

16 Loth Silber	. . . pr.	fl. 23=18
24 Loth Seide das ℔. à fl. 14. 50 kr.		$11= 7\frac{1}{2}$
4|0		fl. $34=25\frac{1}{2}$
		60
		206|5
		06
		2

Antw. $51\frac{5}{8}$ kr. ungef.

584) Aufg. Einer hat viererley Wein, die Maas zu 36, 40, 48 kr. und zu 1 fl. Er will wissen, wie hoch die Maaß käme, wenn er alle 4 Gattungen, jedoch von einer so viel als von der andern, zusammen schüttete?

36	Erklär. Weil die Quantitäten gleich sind, darf nur in die Summe der einfachen Preise mit der Zahl der Gattungen dividirt werden.
40	
48	
60	
4) 184	

Antw. auf 46 kr.

585) Aufg. Wenn 9 Mark 19 karatiges, 4 Mk. 4 Lth. 20 karatiges, 7 Mk. 22 karatiges und 5 Mk. 12 Lth. 23 karatiges Gold zusammen geschmolzen; auch noch 2 Mk. Kupfer zugesetzt werden: so fragt sich: welches der Gehalt dieser Masse seyn wird?

9 Mk.	à	19 K.	:	171 K.	
$4\frac{1}{4}$ —	:	20 —	:	85 —	
7 —	:	22 —	:	154 —	
$5\frac{3}{4}$ —	:	23 —	:	$132\frac{1}{4}$ —	
2 —	:	0 —	:	—— —	
28				$542\frac{1}{4}$	
				262	
				10	
				12	
				20	
				10	
				3	
				123	
				11	

Antw. 19 Kar. 4 Gr.

586) Aufg. Man giebt einem Zinngießer 55 ℔. englisches, dann 18 ℔. 6pfündiges, und eben so viel

4pfün-

4pfündiges Zinn. Wie viel pfündig soll das daraus verfertigte Geschirr werden?

Hier muß man wissen, daß halbgut Zinn eine Mischung von 1 ℔. Zinn und 1 ℔. Bley
3 pfündig 2 ; — ; 1 ; —
4 — 3 ; — ; 1 ; —
5 — 4 ; — ; 1 ; — und so weiter
bis 10 — 9 ; — ; 1 ; — , von welcher Feine das englische Zinn ist.

Es muß also aus jeder Quantität das darinn befindliche Bley gezogen, und mit der Summe von diesem in die ganze Quantität, oder das sämmtliche Gewicht dividirt werden; wie folgt:

55 ℔.	; 10 pfünd.	; $5\frac{1}{2}$ ℔.	Bley
18 ;	; 6 ——	; 3 ;	——
18 ;	; 4 ——	; $4\frac{1}{2}$;	——
91 ℔.		13	
00		Antw. 7 pfündig.	

229 §. Wenn aber die Quantität gesucht wird, wie viel von zweyen oder mehreren Dingen genommen werden soll; damit eine Mischung von bestimmtem Gehalte oder Werthe daraus entstehe, welches bey Gold und Silber die Beschickung des Tiegels genannt wird: so müßen die wirklichen Gehalte unter einander, und der verlangte Gehalt gegen ihre Mitte zur Linken angesetzt werden. Dann wird hinter jenen Zahlen ein Strich herab gemacht, jeder geringere Gehalt von dem Verlangten abgezogen, und der Rest zu einem höheren gesetzt; auf gleiche Weise wird der verlangte Gehalt von jedem höheren abgezogen, und der Rest zu einem geringeren gesetzt. Diese Reste zeigen nun, wie viele Theile von jedem Gehalte zu nehmen sind.

Z. B.

z. B. Es soll durch Vermischung von 12= und 7löthigem Silber ein 9löthiges entstehen; wie viel ist von jedem zu nehmen?

9	12	2
	7	3

Antw. 2 Theile vom 12löthigen und
3 — : 7 —

Dieses ist die Probe über das 581) Beysp.; auf gleiche Art kann selbe auch über die andern vorstehenden Operationen, oder durch diese über die folgenden gemacht werden.

587) Aufg. Einer hat 10 Mark 16 karatiges Gold; wie viel muß er diesem feines zusetzen, damit es 19 karatig werde?

	16	5
19		
	24	3

10 oder 10 à $\frac{3}{5}$

$\frac{10 \cdot 3}{30} \div 5 = 6$ Mk. ; $\frac{10}{2}$, $\frac{2}{4}$ … 6 Mk.

Antw. 6 Mk.

Erklärung: Nachdem die Theile 5 und 3, wie im vorigen Beysp. gefunden sind: so sieht man gleich, daß das feine (24karatige) Gold $\frac{3}{5}$ vom 16karatigen ausmachen müße, und da er von diesem 10 Mk. hat: so darf der Bruch nur nach einer oder der andern Art aufgelöset werden, kommen allzeit 6 Mk. fein.

588) Aufg. Wie viel 14löthiges Silber und wie viel Kupfer ist zu einem Werke nöthig, welches 15 Mk. 12 L. schwer und 13 Lth. 6 Grän fein werden soll?

	14	$13\frac{1}{3}$	40	20	
$13\frac{1}{3}$					
	0	$\frac{2}{3}$	2	1	
				21	

21 / 12 L.

15 : 12 ; 16 ; 102 ; 15 ; 252 ; 42 ; 00

20 : 12 ; 10 8 ; 5 4 ; 15 M.

Antw. 15 Mk. Silber und 12 L. Kupfer.

Er-

Erklärung: Da 20 Theile Silber und 1 Theil Kupfer zu nehmen ist: so macht dieses $\frac{1}{21}$, jenes aber $\frac{20}{21}$ vom Ganzen (von 15 Mk. 12 L.). Aus diesem werden dann obige Theile genommen.

589) Aufg. Man will aus 9= und 5 pfündigem Zinn verschiedene Geschirre machen lassen, welche 8 pfündig werden sollen. Wie viel ist von dem 9 pfündigen zu nehmen, wenn man vom 5 pfündigen nur 20 ℔. hat?

Aus dem 586) Beysp. ergiebt sich, daß hier hauptsächlich auf den Zusatz von Bley zu sehen ist; man suche also zuerst, wie viel hievon nach dem verlangten Gehalt bey einem ℔. seyn müße; das Uebrige bleibt, wie vorhin:

9 in 8 ist $\frac{8}{9}$
5 : 8 : $1\frac{3}{5}$

1	$\frac{8}{9}$	$\frac{3}{5}$	45 / 27
	$1\frac{3}{5}$	$\frac{1}{9}$	5

27
20
5) 540

Antw. 108 ℔.

590) Aufg. Einer will eine Waare, den Zentr. à fl. 123: mit einer andern zu fl. 115. — vermischen, daß der Zentr. auf fl. 120. — komme; wie viel ist auf einen Zentner von jeder zu nehmen?

120	123	5
	115	3
		8

100 ℔. à $\frac{5}{8}$
50 — 4
$12\frac{1}{2}$ — 1
$62\frac{1}{2}$ ℔.

100 ℔. à $\frac{3}{8}$
25 — 2
$12\frac{1}{2}$ — 1
$37\frac{1}{2}$ ℔.

Antw. $62\frac{1}{2}$ ℔. à fl. 123: —
und $37\frac{1}{2}$: : : 115: —

230 §. Sobald als der Dinge, die mit einander vermischt werden sollen, mehr als zwey sind: so entscheidet die Arithmetik nicht mehr so bestimmt, und man kann mehrere ganz verschiedene Antworten bekommen, die doch alle die Probe halten. Man merke sich also nur, daß

daß jederzeit die Differenz zwischen einem bessern und schlechtern, als der verlangte Gehalt ist, und dann wiederum zwischen einem bessern und schlechtern gesucht werden müße; bis von jedem gegebenen Gehalte gegen den verlangten die Differenzen gefunden und hinter dem Striche angesetzt sind.

Z. B. 591) Aufg. Man soll dreyerley Getreide, als A zu fl. 18. 30 kr., B zu fl. 16. 20 kr. und C zu fl. 14. 15 kr. das Schäffel, dergestalt zusammen mischen, daß man 42 Schäffel, jedes zu fl. 17. — erhalte; wie viel ist von einem jeden zu nehmen?

Aufl.		$18\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$3\frac{5}{12}$	12 / 41
	17					
		$16\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$		$1\frac{1}{2}$	18
		$14\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$		$1\frac{1}{2}$	18

NB. Die vermischten Brüche wurden zu lauter 12teln gemacht.

Wenn man also von A $2\frac{3}{4}$ nimmt; muß man von C $1\frac{1}{2}$ nehmen, und wenn man von B auch so viel ($1\frac{1}{2}$) nimmt, muß man von A noch $\frac{2}{3}$ nehmen. Folglich sind von A ($2\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$) $3\frac{5}{12}$; von B und C aber überall $1\frac{1}{2}$ zu nehmen, oder in ganzen Zahlen:

von A	41			und nun diese Theile aus				42
„ B	18	77	42		41			18
„ C	18	11	6		6			6
	77			11	246		11	108
				$22\frac{4}{11}$	26		$9\frac{9}{11}$	09
					4			

kömmt zur Antw.: $22\frac{4}{11}$ Schäffel von A, $9\frac{9}{11}$ Schäffel von B, und eben so viel von C.

592) Aufg. Einer will aus 7, 10, 14 und 15 löthigem Silber eine Masse von 30 Mk. 13 löthigen Silbers haben; wie viel braucht er von jedem?

a) 7 | 2 b) 10 | 1 13 c) 14 | 3 d) 15 | 6 12	12 b) $2\frac{1}{2}$ Mk. a) 5 — c) $7\frac{1}{2}$ Mk. d) 15 Mk.	30 6 (2 (2	Antw. 5 Mk. à 7 L. h $2\frac{1}{2}$: : 10 — $7\frac{1}{2}$: : 14 — 15 : : 15 —

231 §. Etwas kürzer und leichter ist in solchen Fällen, wenn man alle bessern Gehalte zusammen und im Durchschnitt nimmt; das Nämliche geschieht auch mit den schlechtern. Nun hat man nur noch zweyerley Gehalte, womit nach dem 229 §. verfahren wird; die gefundenen Theile von diesen dürfen dann nur auf jeden einfachen Gehalt wiederum repartirt werden.

Z. B. 593) Aufg. Einer hat 26 Mk. 13 Loth 12löthiges Silber nöthig; er will hiezu 8, 9, 10, 14 und 15löthiges zusammen schmelzen; wie viel kann er von jedem nehmen?

Die bessern Gehalte (als der verlangte) sind 14 und 15, diese zusammen addirt, geben 29, der Durchschnitt davon $14\frac{1}{2}$.

Die schlechtern sind 8, 9 und 10, zusammen 27, im Durchschnitt 9. Nun setzen wir:

$14\frac{1}{2}$ | 3
12 |
9 | $2\frac{1}{2}$

Es sind also von den bessern zusammen 3 Theile, und weil deren 2 Gehalte sind, von jedem $1\frac{1}{2}$ zu nehmen. Von den schlechtern wären zusammen $2\frac{1}{2}$ Theile; weil aber deren dreyerley sind, muß man von jedem $\frac{5}{6}$ nehmen, oder in ganzen Zahlen vom 8, 9 und 10 löth. überall 5 Theile; vom 14 und 15 löth. aber überall 9 Theile.

3 à 5 ist 15
2 : 9 — 18
33

Antw.

überall 4 Mk. 1 L. { 8 lth. / 9 — / 10 — }

7 : 5 : { 14 — / 15 — }

auf 26 Mk. 13 L. (5

33 Mk. 4 : 1 Lth. v. den schlecht.

134 : 1
02
16
33
00

auf 26 Mk. 13 L. (9

33 Mk. 7 : 5 Lth. v. den bessern.

241 : 5
10
16
65
10
165
00

232 §. Zum Beschluß wollen wir doch auch zeigen, wie aus dem Gewichte einer aus zweyen Materien zusammengesetzten Masse zu berechnen ist, wie viel sich von jeder dabey befinde. *)

Wenn das Gewicht einer solchen vermischten Masse, und sowohl das Gewicht der einen, als der andern Materie; jedoch alle drey nach gleichem Maaße bekannt sind: so vertreten diese die Stelle des Gehaltes oder Werthes, und es wird damit ganz nach dem 229 §. verfahren. Ist aber das Maaß nicht gleich: so muß selbes erst ausgeglichen werden.

594)

*) Wie solches durch hydrostatische Versuche zu finden, kann man in Herrn von Clausbergs demonstrat. Rechenkunst, §. 1349 u. f. sehr umständlich ersehen; wir ziehen unsere Daten aus Nelkenbrecher, 1817 pag. 466.

594) Aufg. Einer hat ein Stück Gold, wovon jeder franz. Cubikzoll 6657 holl. Aß wägt; er sieht, daß es blos mit Kupfer legirt (vermischt) ist, und will nun wissen, wie viel karatig es sey, wenn der franz. Cubikzoll fein Gold 7717 holl. Aß; von purem Kupfer aber 3475 Aß wägt?

Es befinden sich also hiebey

	7717	3182	Theile Gold.
6657			
	3475	1060	—— Kupfer.
		4242	nach 24 Kar.
		707	4

3182 (4
12728
5658
002

Antw. 18 karatig.

Anmerk. Daß diese Berechnung bey mehr als zweyerley Materien nicht zuverläßig ist, ergiebt sich schon aus dem 230 §.

595) Aufg. Ein Gefäß von Zinn, welches nach seinem körperlichen Inhalte 5470 französ. Cubikzoll mißt, und nach hiesigem Gewichte 14 ℔. 17 Lth. 2 Qt. wägt, soll untersucht werden, wie viel pfündig es ist, und wie viel ℔. Bley und Zinn beym Ganzen befindlich; wenn der franz. Cubikzoll Bley 4459, Zinn 2877 holländ. Aß wägt, und 11671 solche Asse auf 1 hiesiges ℔. gehen?

```
            11671
              14 : 17 : 2
            ------------
            46684         16 2
            11671          1
             5835^50
              364^72
              182^36
 5470     ------------
 ----      169776^58
 3103       05076
             020658
               4248

                  4459 | 226
            3103       |
                  2877 | 1356
                       -------
               226       1582
              -----       000
                7
```

7) 14 ℔. 17 Loth. 2 Qt.

Bley	2 ℔.	2 Loth.	2 Qt.
Zinn	12 :	15 : :	— (6

Antw. Dieses Zinn ist 7pfündig, und enthält im Ganzen 2 ℔. 2 Lth. 2 Qt. Bley, und 12 ℔. 15 Lth. Zinn.

Aufgaben zur Uebung.

596) Aus 9 = 11 = und 16löthigem Silber, von einem so viel als vom andern, wird eine Mischung gemacht; wie viel hält diese fein?

597) Einer schmelzet 8 Mk. 9 löth. 6 Mk. $10\frac{1}{2}$ löth. 16 Mk. $12\frac{1}{4}$ löth. und 7 Mk. 14 löth. Silber zusammen; was wird dessen Gehalt seyn?

598) Zu dem Silber, aus welchem die Conventionsthaler geprägt werden, kommen 5 Mk. fein Silber und 1 Mk. Kupfer; wie viel löthig sind sie?

599) Wenn zu 12 Mk. Gold à fl. 340. — 6 Mk. Silber à fl. 24. — kommen; was ist eine solche Mark werth?

600) Wenn 1 Mark Silber auf 20 Loth Seide, das ℔. à fl. 14. 24 kr. versponnen wird, und das Loth Fadensilber (ohne Arbeitslohn) auf 51 kr. kömmt; wie hoch ist die Mark Silber angeschlagen?

601) Man soll aus 8= und 15löth. Silber eine Masse von 28 Mk. zu 12 Lth. fein machen; wie viel braucht man von jedem?

602) Aus 12 Mark Gold à 23 Karat 6 Grän fein sollen Dukaten geschlagen werden, welche 23 Karat 8 Gr. halten; wie viel ist zu Obigem noch feines Gold erfoderlich?

603) Ein Silbergeschirr mißt in seinem körperlichen Inhalte 19 französische Kubikzoll, und wägt 16 Mk. 10 Lth. 3 Q. Cölnisch; wie viel enthält die Mark, und wie viel das Ganze fein Silber; wenn 1 franz. Kubikzoll fein Silber 4357 holl. Aß wägt?

Die

Die Theilungs-Rechnung.

233 §.

So oft eine gegebene Zahl nach bestimmten Verhältnissen zu theilen ist, welches bey Gesellschaftshandlungen, Schiffsrhedereyen, Havarien, Concursen, Erbtheilungen und noch in vielen anderen Fällen vorkommen kann: so bedient man sich der Theilungs-Rechnung, wobey nur darauf zu sehen ist, daß die zu suchenden Theile sowohl unter sich das vorgeschriebene Verhältniß haben, als auch zusammen das vorige Ganze wieder ausmachen müßen.

234 §. Wenn die Theile alle einander gleich werden sollen: so darf man nur mit der Zahl der Theiler in das gegebene Ganze dividiren.

Z. B. 604) Aufg. Vier Handelsleute schießen zu einem Geschäfte fl. 3000. — zusammen, womit sie in kurzer Zeit fl. 520. — gewonnen haben. Wenn hiezu Einer so viel als der Andere hergegeben: so fragt sich, wie stark die Einlage und der Gewinn eines Jeden gewesen?

Aufl.	Einlage	Gewinn
	$4)\frac{3000}{750}$	$4)\frac{520}{130}$

Antw. Jeder hat fl. 750. — eingelegt, und fl. 130. — gewonnen.

Zur

Zur Probe dürfen die gefundenen Theile, weil sie alle einander gleich seyn müßen, nur durch 4 multiplicirt werden.

235 §. Sind die Theile zwar ungleich; machen aber doch gerade ein Ganzes aus: so dürfen nur die nämlichen Theile aus der gegebenen Zahl genommen werden.

Z. B. 605) Aufg. Ihrer Zwey haben fl. 356. — zu theilen, hievon gebührt dem A $\frac{1}{3}$ und dem B $\frac{2}{3}$; was bekömmt jeder?

3) 356 : —		Antwort:
118 : 40	A bekömmt	fl. 118 : 40 kr.
237 : 20 (2	B — —	: 237 : 20 :
	Probe:	356. —

Erklärung: Da der A den dritten Theil vom Ganzen, und B zweymal so viel haben soll: so darf für jenen nur das Drittel herausgenommen, und dieses durch 2 multiplicirt werden: so zeigen sich die verlangten Theile, welche man bey der Probe nichts als zusammen zu addiren braucht.

236 §. Machen aber die Theile mehr oder weniger als ein Ganzes aus: so müßen sie unter einerley Benennung gebracht werden, um zu sehen, was sie für ein Verhältniß, sowohl unter sich, als zu ihrem Ganzen haben, und nach diesem Verhältnisse werden sie sodann herausgenommen.

Z. B. 606) Aufg. Drey Freunde miethen ein Gewölbe für fl. 36. — Hiezu soll A die Hälfte, B das Drittheil, und C das Viertel beytragen; was trifft jeden?

	12			36
$\frac{1}{2}$	6			6
$\frac{1}{3}$	4		13	216
$\frac{1}{4}$	3	A	2) 16 : 36^{12}	086
	13	C	8 : 18^{6}	08
			3) 2 : 46^{2}	60
		B	11 : 4^{8}	480
				90
				12

Probe: 13

Dem A	fl. 16 :	36^{12}
B	11 :	4^{8}
C	8 :	18^{6}
	fl. 36 : —	

Erklärung: Weil die gegebenen Theile zusammen 13 Zwölftel, also über ein Ganzes ausmachen: so müßen sie nach dem Verhältniß von 13 aus dem Ganzen (36) genommen werden. Nämlich für den Theil des A $\frac{6}{13}$, für jenen des B $\frac{4}{13}$ und des C $\frac{3}{13}$. Nachdem wir aber gefunden, daß den A fl. 16:36^{12} (13tel) kr. treffen: so durften wir hievon für den C nur die Hälfte, und zu diesem Theile noch ein Drittel nehmen, um jenen des B zu finden. Die sämmtlichen Theile wieder zusammen addirt, geben zur Probe die vorigen 36 fl.

607) Aufg. Fünf Rheders haben auf einem Schiffe Rthlr. 8620. — Hieran hat A einen Part von $\frac{1}{3}$, B von $\frac{1}{4}$, C von $\frac{1}{6}$, D von $\frac{1}{8}$ und E den Rest; wie viel beträgt der Antheil eines jeden?

		24		8620
A	$\frac{1}{3}$	8	. .	3) 2873 : 8 g. G.
B	$\frac{1}{4}$	6	. .	4) 2155 : —
C	$\frac{1}{6}$	4	. .	6) 1436 : 16
D	$\frac{1}{8}$	3	. .	8) 1077 : 12
E	Rest	3	. .	1077 : 12
		24		8620 : —

Erklärung: Wenn die gegebenen 4 Brüche unter einerley Benennung gebracht sind: so zeigt sich, daß hievon noch 3 (24stel) auf ein Ganzes mangeln (m. s. die 427ste Auf-

Aufg.), dieses muß also der Antheil des E seyn, und ist dem D gleich. Nun darf nur der dritte, vierte, sechste und achte Theil aus 8620 Rthlr. genommen, und der letzte zweymal angesetzt werden: so zeigt sich eines jeden Part.

Man hätte hier eben nicht gebraucht, die Brüche unter einerley Benennung zu bringen; es ist aber doch so sicherer.

608) Aufg. An einem Hause, welches um fl. 18000. — verkauft worden, haben 4 Geschwisterte folgende Antheile: als A $\frac{7}{20}$, B $\frac{1}{4}$, C $\frac{1}{5}$ und D $\frac{1}{10}$; wie viel hat jedes von dem Gelde zu erhalten?

		20	18000
A	$\frac{7}{20}$	7 . .	7000
B	$\frac{1}{4}$	5 . .	5000
C	$\frac{1}{5}$	4 . .	4000
D	$\frac{1}{10}$	2 . .	2000
		18	18000

Erklärung: Da die sämmtlichen Theile gerade 18 ausmachen, zu so vielen Tausenden das Haus verkauft worden: so darf nur jeder einzelne Theil durch 1000 multiplicirt werden.

237 §. Oft sind die Theile nicht nach ihrem Verhältnisse zum Ganzen; sondern nach dem, das sie gegen einander haben, angegeben. Dieses Verhältniß muß sodann genau entwickelt und die daraus entstehenden Brüche müßen nach der Eintheilung des gegebenen Ganzen aufgelöset werden.

Z. B. 609) Aufg. Ein Vermögen von fl. 8000. — soll unter zwey Knaben und ein Mädchen so vertheilt werden, daß jeder Knabe um den dritten Theil mehr als das Mädchen erhalte; wie viel gehört jedem Kinde?

Er.

Erhält das Mädchen	1	Theil:	3
so bekömmt ein Knabe	$1\frac{1}{3}$	—	4
und der andere auch	$1\frac{1}{3}$	—	4
		zusammen	11 Theile.

11	8000		727 : 16^4 (3
727 : 16	30	Mädch.	2181 : 49
	80	Knabe	2909 : $5\frac{1}{2}$ (4
	3	Knabe	2909 : $5\frac{1}{2}$
	60	Probe:	8000 : —
	180		
	70		
	4		

Erklärung: Zuerst wurden hier die vermischten Brüche eingerichtet, woraus sich ergab, daß wenn das Mädchen 3 Theile erhält, jeder von den Knaben 4 Theile, und also alle Drey zusammen 11 Theile bekommen müßen. Nun suchten wir, wie viel ein einzelner Theil vom Ganzen betragen müße, kamen fl. 727 : $16\frac{4}{11}$ kr.; diesen Quotient erhält also das Mädchen 3- und jeder Knabe 4mal. Wir haben demnach die Brüche $\frac{3}{11}$ und $\frac{4}{11}$ nach der Eintheilung von 8000 aufgelöset (96 oder vielmehr 101 §.).

Die Probe zu machen, durften hier nur die gefundenen Theile zusammen addirt werden, weil selbe schon das vorgeschriebene Verhältniß unter sich haben; außerdem gälte diese Probe nichts. Denn gesetzt, man gäbe dem Mädchen 2000 fl. und jedem Knaben 3000 fl.: so machte es zusammen zwar auch 8000 fl. aus; aber dann erhielte jeder Knabe nicht um den dritten Theil, sondern um die Hälfte mehr als das Mädchen, und dieses käme also um 181 fl. 49 kr. zu kurz.

Es muß die vorgeschriebene Bedingung genau erfüllt seyn, wenn die bloße Addition die Richtigkeit der Rechnung beweisen soll.

610) Aufg. Es sollen fl. 2387. — unter vier Personen dergestalt vertheilt werden, daß B um $\frac{1}{5}$ mehr als A, daß C um $\frac{1}{3}$ und D um $\frac{1}{2}$ mehr als B erhalte. Was trifft jeden?

A	erhält	1 Theil		5
B	—	$1\frac{1}{5}$	—	6
C	$1\frac{1}{5}$, 3) $\frac{2}{5}$	$1\frac{3}{5}$	—	8
D	$1\frac{1}{5}$, 2) $\frac{3}{5}$	$1\frac{4}{5}$	—	9
		zusammen		28 Thle.

28 | 2387
$85\frac{1}{4}$ (5 | 147
$426\frac{1}{4}$ | 07
28

Es treffen also den

A $426\frac{1}{4}$ fl.

B $426\frac{1}{4}$
5) $85\frac{1}{4}$ $511\frac{1}{2}$

C $511\frac{1}{2}$
3) $170\frac{1}{2}$ 682

D $511\frac{1}{2}$
2) $255\frac{3}{4}$ $767\frac{1}{4}$

Probe: 2387 fl.

Erklärung: Aus dem Theile des A wurde jener des B, und aus diesem die Theile für C und D, nach dem vorgeschriebenen Verhältniß, genommen; und nun war die Addition hinlänglich, die Richtigkeit der Vertheilung zu erweisen.

611) Aufg. Ein Mann, der mit Tode abgegangen, hinterläßt seine Frau, einen Sohn und eine Tochter; nebst einem Vermögen von fl. 29614. 48 kr. Er verordnete in seinem Testamente, daß so oft die Frau 1000 fl. erhielte, sollte die Tochter 800 fl. bekommen, und so oft diese 1000 fl. bekäme, sollte der Sohn 1200 fl. haben. Wie viel gebührt nun jedem?

			4	69	29614:48
Frau . .		1000	25	429:12	201
Tochter . .		800	20	25	634
Sohn	800				13
	5) 160	960	24	2145	60
			69	858	828
				5	138
				10730	00

Die **Frau** erhält demnach fl. 10730:—
: **Tochter** : fl. 10730
weniger $\frac{1}{5}$: 2146 : 8584:—
Der **Sohn** : fl. 8584:—
mehr um $\frac{1}{5}$: 1716:48 10300:48
Alle drey zusammen obige fl. 29614:48

Erklärung: Die bedungenen Antheile der Mutter und Tochter blieben unverändert; jener des Sohnes aber wurde in das gehörige Verhältniß mit den vorigen 800 fl. gebracht. Wenn nämlich die Tochter 1000 fl. bekäme, sollte der Sohn 1200 fl., also um 200 fl. (bey 1000) oder um den **fünften** Theil mehr als sie bekommen; folglich muß der Sohn, wenn die Tochter 800 fl. bekömmt, auch hievon um $\frac{1}{5}$ mehr (also 960 fl.) erhalten. Diese Theile wurden nun so viel als möglich abgekürzt, und weiters damit verfahren, wie im vorigen Beyspiele.

612) **Aufg.** Ihrer vier schießen zu einem Unternehmen folgende Gelder zusammen: A fl. 800. — B fl. 600. — C fl. 500. — und D fl. 300. —; als solches geendigt war, zeigt sich ein Gewinn von fl. 315:20 kr. Wie viel trifft jeden hievon nach Maaßgabe seiner Einlage?

8|00		22	315:20
6|00		14:20	95
5|00			7
3|00	A fl.	114:40 (8	60
22	B :	86:— (6	440
	C :	71:40 (5	00
	D :	43:— (3	
	fl.	315:20	

Erklärung: Die 4 verschiedenen Einlagen zeigen, nachdem überall 2 Nullen abgeschnitten sind, die kleinsten Zähler für die Theile, die jeder vom Gewinnste zu empfangen hat; ihre Summe aber giebt den gemeinschaftlichen Nenner, also kann damit wie vorhin verfahren werden.

238 §. Wenn aber hiebey verschiedene Zeiten oder andere Umstände vorkommen, welche auf das Verhältniß der Theile Einfluß haben: so müßen diese solchen Umständen genau angemessen werden, wozu man in folgenden Beyspielen Anleitung genug finden wird.

613) Aufg. Drey errichten eine Gesellschaftshandlung auf 18 Monate zu verhältnißmäßigem Gewinn oder Verlust, mit der Bedingung, daß nach 3 Monaten jeder, wenn er Geld benöthigt ist, etwas herausnehmen, oder was er entrathen könnte, hineinlegen dürfe. Bey Anfang der Societät legte A fl. 1000. — B fl. 1200. — und C fl. 2000. — ein. Nach den ersten 3 Monaten nimmt A fl. 400. — heraus; B hingegen legt nach 5 Monaten noch fl. 300. — dazu, desgleichen legt A nach 9 Monaten wiederum fl. 500. ein; nach Ablauf von 10 Monaten aber nimmt C fl. 200. — heraus, nach 11 Monaten legt A noch fl. 600. — ein, und C nimmt nach 12 Monaten wiederum fl. 800. — heraus. Nach 13 Monat. legt B fl. 500. — dazu; nach 15 Monat. aber nimmt

A

A fl. 700. — und C fl. 400. — heraus. Das Uebrige blieb bis nach Verfluß der bestimmten Zeit, da sich in Allem ein reiner Gewinn von fl. 1162. 30 krn. auswarf. Wie viel ist nun hievon jedem Gesellschafter zuständig?

Aufl.

A	10|00 :	3 : :	30	
	4|00			
	6|00 :	6 : :	36	
	5|00			
	11|00 :	2 : :	22	
	6|00			
	17|00 :	4 : :	68	
	7|00			
	10|00 :	3 : :	30	
			186	

B	12|00 :	5 : :	60
	3|00		
	15|00 :	8 : :	120
	5|00		
	20|00 :	5 : :	100
			280

C	20|00 :	10 : :	200
	2|00		
	18|00 :	2 : :	36
	8|00		
	10|00 :	3 : :	30
	4|00		
	6|00 :	3 : :	18
			284

A	186
B	280
C	284
	750

750	1162:30
1:33	412
	60
	24750
	2250
	000

A	186	33
	93	30
	9:18	3
	fl. 288:18	

B	280	33
	140	30
	14	3
	fl. 434:—	

C	284	33
	142	30
	14:12	3
	fl. 440:12	

Antwort:

Dem A	fl.	288:18
" B	"	434:—
" C	"	440:12
	fl.	1162:30

Erklärung: A legt anfänglich fl. 1000. — ein, weil er nach 3 Monat. etwas herausnimmt: so bleibt die vorige

Sum-

Summe nur 3 Monate lang ganz; wir setzen also die 3 neben die 1000. Er nimmt nun fl. 400. — weg; folglich werden diese von den 1000 abgezogen, bleiben 600. Weil er nach 9 Monat. wiederum fl. 500. — dazu thut: so sind die 600 allein nur 6 Mon. darinnen, also kommen die 6 neben 600; die 500 aber werden zu jenen addirt. Diese 1100 bleiben nach dem 9ten bis zu Ende des 11ten Monats; also nur 2 Monat lang in der Handlung, folglich kommen neben 1100 die 2 anzusetzen; da wurden aber noch fl. 600. — eingelegt, welche zu den vorigen addirt, 1700 geben. Hievon werden nach 15 Monat., mithin 4 Mon. später fl. 700. — weggenommen; also werden die Monate an ihre Stelle gesetzt, und die Gulden von den vorigen abgezogen. Die noch übrigen 1000 fl. bleiben nach dem 15ten Monat bis ans Ende der Societät (oder bis nach dem 18ten), also noch 3 Mon. lang in der Handlung; diese 3 kommen nun auch neben die 1000 zu stehen. Jetzt wissen wir von A, wie viel Kapital, und wie lange er es jedesmal in der Handlung stehen gehabt. Die 2 letzten Nullen werden überall abgeschnitten, die übrigen Zahlen durch die Monate multiplicirt, und diese Produkte zusammen addirt, geben zur Summe 186.

B legt anfänglich fl. 1200. — ein, diese bleiben 5 Monat lang in der Handlung; dann kommen 300 dazu, also sind fl. 1500. — und zwar 8 Mon. lang beysammen, weil er erst nach 13 Mon. (wovon 5 schon verflossen) noch 500 dazu thut. Die sämmtlichen fl. 2000. — bleiben vom 13ten bis 18ten (oder letzten) Monat der Societät; also 5 Mon. lang. Auch hier wurden die Mon. neben ihre Kapitalien gesetzt, von diesen die zwey letzten Nullen abgeschnitten, das Uebrige multiplicirt, wie vorhin, die Produkte addirt, und da kam 280.

C legt anfänglich fl. 2000. — ein; nimmt nach 10 Mon. fl. 200. — heraus, 2 Mon. darnach 800, und 3 Mon. nach diesen 400 fl.; es bleiben also nur noch 600 fl. die

letz-

letzten 3 Mon. lang in der Handlung. Wird mit diesen Kapitalien und Monaten ganz wie mit den vorigen verfahren: so kömmt 284.

Nun haben wir die Proportionalzahlen für alle 3 Gesellschafter, das heißt: der Gewinn ist eben so zu vertheilen, als wenn A 186, B 280 und C 284 fl. eingelegt hätte (m. s. die 612) Aufg.); oder A muß 186, B 280 und C 284; alle drey zusammen aber 750 Theile vom ganzen Gewinnste empfangen. Wir suchten hier, was ein einzelner Theil davon ausmache, kam gerade 1 fl. 33 kr.; hiedurch wurden die Theile eines jeden, nach der wälschen Praktik multiplicirt, da zeigte sich's, daß dem A fl. 288. 18 kr., dem B fl. 434. — und dem C fl. 440. 12 kr. zuständig sind.

Wäre aber der einzelne Theil nicht gerade mit den Kreuzern aufgegangen: so hätte man aus dem Reste, durch Anhängen einiger Nullen und abermaliges Dividiren, Decimalbrüche machen müßen, oder man hätte den sämmtlichen Gewinnst zuerst durch jede Proportionalzahl multipliciren, und jedesmal gleich mit deren Summe (750) dividiren können: so wäre die Rechnung zwar auch genau, aber etwas weitläufiger ausgefallen.

Die Probe kann am zuverläßigsten durch die Gewinn- und Verlust-Rechnung gemacht werden; wir suchen nämlich, wie viel dieser Gewinn pro cento per anno austrägt (wie in der Probe über das 419) Beysp. mit dem Interesse geschah), dann, wie viel zu so viel p. c. jedem Interessenten davon gebühre.

3)75Ø
25Ø
$18\frac{3}{5}$ p.c.p.a.

1162:30 (4
4650:—
215 5
15 3
25 5

12
3) 4

Es treffen demnach vom Gewinnste zu $18\frac{3}{5}$ p. c. p. a.

Dem

Dem A	für fl.	1000. —	auf	3 Mon.	fl.	46 : 30 kr.
	:	600. —	:	6 —	:	55 : 48 —
—	:	1100. —	:	2 —	:	34 : 6 —
	:	1700. —	:	4 —	:	105 : 24 —
	:	1000. —	:	3 —	:	46 : 30 —
					fl.	288 : 18 kr.
: B	: fl.	1200. —	:	5 —	fl.	93 : — kr.
	:	1500. —	:	8 —	:	186 : — —
	:	2000. —	:	5 —	:	155 : — —
					fl.	434 : — kr.
: C	: fl.	2000. —	:	10 —	fl.	310 : — kr.
	:	1800. —	:	2 —	:	55 : 48 —
	:	1000. —	:	3 —	:	46 : 30 —
	:	600. —	:	3 —	:	27 : 54 —
					fl.	440 : 12 kr.
				zusammen die vorigen	fl.	1162 : 30 kr.

Daß der Verlust eben so zu berechnen ist, wie in den vorstehenden Beyspielen der Gewinn berechnet wurde, begreift wohl Jeder von selbst.

614) Aufg. Ein Kaufmann cedirt bonis; unter seinen Gläubigern sind folgende 3 Hypothecarii: A mit fl. 3000. — B mit fl. 1800. — und C mit fl. 700; dann 7 Currentisten, als: D mit fl. 2230. — E mit fl. 1086 : 20, F fl. 950. —, G fl. 726. —, H fl. 608 : 54, J fl. 447 : 12 und K fl. 320. — Die Masse liefert, nach Abzug der Privilegiaten, fl. 5980. Wie viel erhält jeder Creditor an seiner Foderung, und wie viel pr. Ct. werfen sich für jede Klasse aus, wenn die Vertheilung nach dem Verhältniß von 50 und 30 geschieht?

Aufl.

Aufl. A fl. 3000. —
B : 1800. —
C : 700. —

Hyp. fl. 5500. — à 5% 27500. —

D fl. 2230. —
E : 1086. 20
F : 950. —
G : 726. —
H : 608. 54
J : 447. 12
K : 320. —

Curr. fl. 6368. 26 à 3% 19105 : 18

46605 : 18

$46605\frac{3}{10}$ 5980 466053 19105 : 18
466053 27500 2451 : 25 5980

3528 : 34 2990000 1528400
41860 171945
11960 95525
1196
598

1644500.00 1142496940
2463410 2103909
1331450 2396974
3993440 667090
265016 201037
60 60

15900960 12062220
1919370 2741160
55158 410895

Es treffen also den
Hypoth. fl. 3528. 34 kr. den Current. fl. 2451. 26 kr.

55ØØ
64155

35²8:34
228
856: 4
306
317
42

6368:26
60
382106
38493

2451:26
60
14708600
3245420
188572000
3572960
1340060
193742

Dieses beträgt

für die I. Klasse $64\frac{1}{6}$ p. C. für die II. Klasse $38\frac{1}{2}$ p. C. ungefähr.

Nach solchen Verhältnissen wird nun jedem Kreditor das Seinige zugerechnet; nämlich dem

A 64156
3ØØØ
1924|68
| 60
40|80

B 64156
18ØØ
513248
64156
1154|808
| 60
48|480

C 64156
7ØØ
449|092
| 60
5|520

D 38494
223Ø
115482
76988
76988
858|4162
| 60
24|9720

E 38494
1086:20
230964
307952
384940
12831
418|17315
| 60
10|38900

F 38494
95Ø
192470
346446
365|6930
| 60
41|5800

G	H	I
38494	38494	38494
720	608:54	447:12
230964	307952	269458
76988	2309640	153976
269458	19247	153976
279|46644	12831	7698
|60	2566	172|14516
27|98640	234|38996	|60
	|60	8|70960
	23|39760	

K 38494
320
76988
115482
123|1808
|60
10|8480

Probe:

A	fl.	1924:41 kr.
B	:	1154:48 —
C	:	449: 5 —
	fl.	3528:34 kr.
D	:	858:25 —
E	:	418:10 —
F	:	365:41 —
G	:	279 28 —
H	:	234:23 —
I	:	172: 8 —
K	:	123:11 —
		2451:26 —
	fl.	5980: 0 —

615) Aufgabe. Ein Negotiant starb, und hinterließ die Wittwe, drey Söhne und zwey Töchter. Das Heirathgut der Ersten betrug fl. 8000. — ihre Widerlage fl. 4000. — Er vermachte in seinem Testament an unterschiedlichen Legaten fl. 1500. —, ferner der Wittwe und den 5 Kindern, jedem fl. 200. — Leibrenten, die er ehedem gestiftet, und wovon er sich bisher die Nutznießung vorbehalten hatte; endlich setzte er seine Söhne und Töchter zu Universalerben seines sämmtlichen Ver-

mögens ein, und zwar den Sohn A für eine Hälfte, B für ein Viertel, und C für ein Fünftel; die Töchter D und E aber für ihre Legitima.

Sein Vermögen bestand in Folgendem: An Waaren in den Gewölbern fl. 60551. 30 kr., dergleichen bey Auswärtigen fl. 3800. —, dergleichen für Rechnung Anderer fl. 162. 18 kr., an baarem Gelde (nach Abzug dessen, was für Trauerkleider, Begräbniß- und Inventirungskösten herausgenommen worden) fl. 7943. 27 kr., in der Bank fl. 15237. 55 kr., in Wechselbriefen fl. 17064. 40 kr. in ausstehenden sichern Schulden fl. 12389. 32 kr., zweifelhafte dergleichen fl. 4000. — In beweglichen und unbeweglichen Gütern, nach folgender Schätzung: das Haus pr. fl. 15200. —, den Garten fl. 5700. —, die Möbels fl. 5000. —, das Silbergeschirr und Geschmuck fl. 3000. — Endlich fand man auch ein Loos zu einer vaterländischen Lotterie, welches durch 7 Klassen renovirt fl. 74. — kostete. Dagegen war er für Depositen, unterschiedliche Saldi und Handwerks-Conti ausständig fl. 12668. 52 kr.

Nun fragt sich, wie viel jedem Erbs-Interessenten an der Verlassenschaft gebühre, und wenn die Immobilien unter die 3 Söhne, nach Verhältniß ihrer Erbtheile; die Mobilien aber unter alle 6 Erben gleich vertheilt, von ihnen übernommen werden; wobey sie sich nur so viel baar hinauszahlen lassen, daß der Ueberrest eine ganze Zahl von Tausenden beträgt, welcher in der von den Söhnen fortgeführten Handlung bleibt; so fragt sich ferners: wie viel jedes an Gelde und obigen Effekten hinaustrifft, wie viel es in der Handlung läßt und wie stark nunmehr der Fond derselben sey?

Auflösung: Zuerst ist zu suchen, wie viel die Verlassenschaft austrägt?

Aktiv-Stand:

Das Waarenlager	fl.	60551-30 kr.
Waaren bey Auswärtigen	-	3800-—
dergl. für Rechn. Anderer	-	162-18
baares Geld . .	-	7943-27
in der Bank . .	-	15237-55
Wechselbriefe . .	-	17064-40
ausstehende Schulden	-	12389-32
das Haus . .	-	15200-—
der Garten . .	-	5700-—
Möbels . . .	-	5000-—
Silber und Geschmuck	-	3000-—
*)		fl. 146049-22 kr.

Passiv-Stand:

Das Heirathgut der Wittwe	fl.	8000-—
die Widerlage . .	-	4000-—
unterschiedliche Legaten	-	1500-—
Depos. u. andere Kreditoren	-	12668-52
		26168-52 —

Der reine Ertrag ist also . . . fl. 119880-30 kr.

Hievon die eine Hälfte für die Legitima macht . . fl. 59940-15
vertheilt unter 5 Legitimaires trifft jeden . - 11988- 3 kr.

Die

*) Hieher gehören weder die fl. 4000. — zweifelhafte Schulden, noch die fl. 74. — für das Lotterie-Loos, weil auf deren Eingang nicht sicher zu zählen ist; sondern es behalten sich die Erben bevor, was dafür noch eingeht, unter einander zu vertheilen. Eben so kommen die fl. 1200. — Leibrenten als eine durchlaufende Post, gar nicht in Anschlag; weil die Kontrakte darüber einem Jeden gleich eingehändigt werden müßen.

Die andere Hälfte unter die 3 Söhne vertheilt, nach dem Verhältniß

	von	20
A	$\frac{1}{2}$	10
B	$\frac{1}{4}$	5
C	$\frac{1}{5}$	4
		19

59940:15 (10
599402:30
29
104
90
142
9
60
570
00

19
A 31547:30
2) 15773:45
5) 3154:45
12619: 0

Proben:
A fl. 31547:30
B : 15773:45
C : 12619:—
fl. 59940:15

Desgleichen die Immobilien auf obige Art:

Das Haus pr. . . 15200:— (10
152000
00000

19
8000
2) 4000
5) 800
3200

A fl. 8000:—
B : 4000:—
C : 3200:—
fl. 15200:—

Den Garten pr. . . 5700:— (10
57000
0000

19
3000
2) 1500
5) 300
1200

A fl. 3000:—
B : 1500:—
C : 1200:—
fl. 5700:—

Die Mobilien unter die sämmtlichen 6 Erben, zu gleichen Theilen.

Die Möbels pr. fl. 5000. — das Silber ꝛc. pr. fl. 3000. —
6) ——— 6) ———
hievon trifft Jeden fl. 833. 20 kr. — hievon fl. 500. —

An der ganzen Verlassenschaft gebühret also

der Wittwe:

für ihr Heirathgut		fl. 8000.—
— die Widerlage		= 4000.—
		fl. 12000.—
hiefür übernahm sie:		
an Möbeln . . .	fl. 833.20 kr.	
— Silber und Geschmuck	= 500.—	
— baarem Gelde .	= 666.40	
		2000.—
und läßt noch in der Handlung		fl. 10000.—

dem Sohne A:

für den Erbschaftstheil à $\frac{1}{2}$ . . .		fl. 31547.30
— die Legitima . = $\frac{1}{3}$ . .		= 11988. 3
		fl. 43535.33
hiefür übernahm er:		
an dem Hause . .	fl. 8000.—	
— — Garten . .	= 3000.—	
— Möbeln . . .	= 833.20	
— Silber . . .	= 500.—	
— baarem Gelde .	= 202.13	
		12535.33
und bleiben von ihm in der Handlung		fl. 31000.—

dem Sohne B:

für den Erbschaftstheil à $\frac{1}{4}$		fl. 15773.45
— die Legitima w. o. . . .		= 11988. 3
		fl. 27761.48
hiefür übernahm er:		
an dem Hause . .	fl. 4000.—	
— — Garten . .	= 1500.—	
— Möbeln . . .	= 833.20	
— Silber . . .	= 500.—	
— baarem Gelde .	= 928.28	
		7761.48
und bleiben von ihm in der Handlung		fl. 20000.—

dem Sohne C:

für den Erbschaftstheil à ⅓		fl. 12619. —
— die Legitima		= 11988. 3
		fl. 24607. 3
hiefür übernahm er:		
an dem Hause . .	fl. 3200. —	
— — Garten . .	= 1200. —	
— Möbeln . . .	= 833. 20	
— Silber	= 500. —	
— baarem Gelde .	= 873. 43	
		6607. 3
und bleiben von ihm in der Handlung		fl. 18000. —

der Tochter D:

für ihre Legitima		fl. 11988. 3
hiefür übernahm sie:		
an Möbeln . . .	fl. 833. 20	
— Silber . . .	= 500. —	
— baarem Gelde . .	= 654. 43	
		1988. 3
und bleiben von ihr in der Handlung		fl. 10000. —

der Tochter E:

für ihre Legitima	fl. 11988. 3
hiefür übernahm sie:	
an Möbeln, Silber, baarem Gelde wie Vorige	= 1988. 3
und bleiben von ihr in der Handlung	fl. 10000. —

Es hat demnach in der Handlung stehen

der Sohn A	fl. 31000. —
— — B	= 20000. —
— — C	= 18000. —
die Wittwe und 2 Töchter jede fl. 10000. —	= 30000. —
folglich ist der Fond der Handlung .	fl. 99000. —

Pro=

Probe:

Der reine Ertrag der Verlassenschaft war		fl. 119880.30
Hiezu das Heirathgut der Wittwe und die Widerlage, weil selbe in der Handlung bleiben pr.		= 12000.—
		fl. 131880.30
Von den Effekten wurde vertheilt:		
das Haus pr.	fl. 15200.—	
der Garten	= 5700.—	
Möbels	= 5000.—	
Silber ꝛc.	= 3000.—	
An baarem Gelde:		
der Wittwe	fl. 666. 40	
dem Sohne A	= 202. 13	
— — B	= 928. 28	
— — C	= 873. 43	
der Tochter D	= 654. 43	
— — E	= 654. 43	
		32880.30
bleiben also wieder nebige		fl. 99000.—

Aufgaben zur Uebung.

616) Ihrer Zwey haben fl. 3400. — zu theilen; hievon gehören dem A $\frac{2}{5}$, und dem B $\frac{3}{5}$; wie viel trifft jeden?

617) Zu einem Hopfenhandel haben fünf Personen folgende Gelder hergeschossen: A fl. 600. — B fl. 450. — C fl. 380. — D fl. 270. — und E fl. 200. Ein voller Wagen fällt (ohne Verschulden des Fuhrmanns) ins Wasser; der dadurch entstandene Schade beläuft sich nebst den Rettungs- und Untersuchungskösten, auf fl. 231. 10 kr. Wie viel hat jeder hievon zu tragen?

618) In einer Kompagnie-Handlung hat A fl. 13200. — und B fl. 9400. — Einlage. Nach dem ersten Jahre zeigt sich ein reiner Gewinnst von fl. 1442. 33 kr.; nun

nimmt

nimmt A fl. 2042. 33 kr. heraus, B hingegen läßt Alles darinnen bis nach dem zweyten Jahre, wo sich ein Gewinnst von fl. 2808. 31 kr. auswirft. Wenn nunmehr A fl. 2531. 55 kr. und B fl. 276. 36 kr. herausnimmt: so fragt sich, wie viel jeder Kompagnon noch in der Handlung habe, und wie viel der Gewinnst eines jeden, nach dem ersten Jahre, wie auch nach dem zweyten, und zusammen betrage?

619) Ein Handelsmann, der fällirt, hat für fl. 8530.— Hypothek- und für fl. 14680.— Buch-Schulden. Nun sollen, nach einer gewissen Falliten-Ordnung, die ersten in zwey gleiche Theile abgesondert und was einer jeden der drey Klassen gebührt, nach dem Verhältniß von 4, 3 und 2 berechnet werden. Wie viel bekömmt jede Klasse im Ganzen und wie viel pr. Ct., wenn der Aktivstand nur fl. 12237. 46 kr. austrägt?

620) Es wollten vier Kaufleute ein Geschäft unternehmen, wozu fl. 3600.— erfoderlich sind, und A $\frac{1}{3}$, B und C jeder $\frac{1}{4}$ und D $\frac{1}{6}$ hergeben sollte; B besinnt sich aber eines andern, und will nicht in diese Gesellschaft treten. Was hat nunmehr jeder von den übrigen dreyen einzulegen, und um wie viel trifft jeden mehr, als wenn B auch dazu gegangen wäre?

621) Drey Handelsleute befrachten ein Schiff von 100 Lasten für Mk. 12500.— Der Erste verladet 47 Last, der Zweyte 33 Last, und der Dritte den Rest; wie viel Fracht hat jeder zu zahlen?

622) Zu einem Lieferungs-Geschäfte hat A fl. 600.— und B fl. 400.— hergeschossen; nach 9 Monaten nehmen sie den C mit fl. 800.— und nach 13 Monaten den D mit fl. 500.— auch noch in ihre Kompagnie. Zu Ende des zweyten Jahrs war ihr Fond auf fl. 3047.— angewachsen; wie viel trifft hievon einen jeden?

623) Drey Personen haben Antheil an einem Schiffe, und zwar A für $\frac{1}{3}$, B für $\frac{1}{6}$ und C für $\frac{1}{8}$. Sie wollen aber das

das ganze Schiff, welches auf Mk. 16960. — taxirt ist, an sich kaufen, und nach obigem Verhältniß besitzen; wie stark wird der Antheil eines jeden, und wie viel hat er noch beyzutragen?

624) Ein verstorbener Vater hinterläßt 4 Kinder, sammt einem ansehnlichen Vermögen. Er verordnet, daß hievon fl. 36302. 47 kr. zu 5 p. C. p. a. angelegt, jedem Kinde zu seinem Unterhalte nach dem ersten Jahre fl. 200. —, nach dem zweyten fl. 250. — und so fort jährlich; jedoch nur so lange, um 50 fl. mehr verabfolgt werden sollen, als solches von den Interessen bestritten werden kann, und daß das Kapital nicht angegriffen wird. Wie lange kann die zum Unterhalt ausgesetzte Summe sich solchergestalt vermehren; auf wie viel wird sie stehen bleiben, und wie viel wird jedes Kind an Kapital im Vermögen behalten; wenn hiebey von den Vollziehern des Testaments eben so verständig, als redlich zu Werke gegangen wird?

625) Zu einem Unternehmen hat A hergegeben fl. 200. — B fl. 300. — und C fl. 500. —; weil sich aber der Handel nicht gut anließ, zog sich einer um den andern heraus: so daß nach einem Jahre das ganze Geschäft geendigt war, wobey einer gerade so viel Verlust erlitten als der andere. Wie lange hat jeder ausgehalten?

626) Ihrer Fünfe haben fl. 1831. — zu theilen. B soll um fl. 40. — weniger als A; C um fl. 25. — weniger als B; D um fl. 18. — mehr als C, und E um fl. 30. — mehr als D bekommen. Wie viel trifft jeden?

627) An einer gewissen Sache hat A $\frac{5}{8}$ und B $\frac{3}{8}$; A behält aber von seinem Antheile nur den dritten Theil, das Uebrige verkauft er an C und D für fl. 3500. —, woran C fl. 2000. — und D fl. 1500. — bezahlt hat. Als nun B für seinen Gewinnst-Antheil fl. 1164. 27 kr. erhielt, verlangte C zu wissen, wie viel ihm gebühre?

Die

Die Tausch-Rechnung.

239 §.

Wenn eine Waare gegen eine andere Waare umgesetzt oder vertauscht wird, bedient man sich der Tausch-Rechnung (sonst auch Baratt- und Stich-Rechnung genannt). Hiebey ist vorzüglich in Acht zu nehmen, ob die Waare, die eingetauscht werden soll, im Preise übersetzt ist, oder nicht; im letzten Falle muß die Quantität der einen Waare, mit ihrem Preise multiplicirt, den ganzen Werth der andern ausmachen, wenn der Tausch gleich ist, oder es muß der Unterschied auf der einen oder der andern Seite mit Gelde ausgeglichen werden, wenn er ungleich ist.

Z. B. 628) Aufg. Einer will 46 Stücke Leinwand, das Stück à fl. 11. 15 kr., gegen Wollentuch, die Elle zu fl. 4. 30 kr. vertauschen; wie viel Ellen hat er von diesem zu empfangen?

Aufl. 46
$11\frac{1}{4}$
46
46
$11\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$ | $517\frac{1}{2}$ (2
9 | 1035
Antw. 115 Ellen. 13
45
0

Er-

Erklärung: Hier durfte nur die Quantität der Leinwand (46 Stück) durch ihren Preis ($11\frac{1}{4}$ fl.) multiplicirt werden, und weil dieß Produkt ($517\frac{1}{2}$ fl.) den ganzen Werth der andern Waare (des Wollentuches) ausmachen muß, haben wir mit dessen Preise ($4\frac{1}{2}$ fl.) darein dividirt: so kam die verlangte Zahl der Ellen 115.

Die Probe auf das kürzeste zu machen, wird mit der geringern Quantität in die größere, und mit dem niedrigern Preise in den höhern dividirt: so müßen beyderseits gleiche Quotienten herauskommen. Denn die Quantitäten stehen jederzeit mit ihren Preisen im umgekehrten Verhältnisse.

Z. B. $\frac{46}{2\frac{1}{2}}$ $\frac{115 \quad 23}{46}$ $\qquad$ $\frac{4\frac{1}{2} \quad 9}{2\frac{1}{2}}$ $\frac{11\frac{1}{4}}{22\frac{1}{2}}$ (2 $\quad$ 4

629) Aufg. Zwey wollen mit einander stechen (Waaren vertauschen); A hat Wolle, den Zentner zu fl. 60. — Conventions-Cort. oder nach dem 20 fl. Fuß; B hat 18 Stücke Zeug von 32 Ellen, die Elle à 56 kr. Münz im 24 fl. Fuß; wie viel Wolle hat A zu liefern?

```
                          32
                          18
                         ---
                         256
                         32
                         ---
                         576 Ellen à 56 kr.
                         ---
                         288          30
                         192          20
                          57:36        6
                         ------
fl. 60 Cort.             537:36 (100
5) 12                    ------
   --                    53760
   72 hies. Mz.            336
   --                      480
Antw. 746⅔ ℔.               48
```

Er-

Erklärung: Die Verschiedenheiten zwischen Stücken und Ellen, Conv. Cort. und hiesiger Münz mußten zuerst ausgeglichen werden; dann haben wir auch den ganzen Werth des Zeugs mit 100 multiplicirt, um gleich Pfunde zu erhalten; das übrige Verfahren ist dem vorigen gleich, und kam zur Antwort $746\frac{2}{3}$ ℔.

Probe: nach der nämlichen Art, wie die vorige.

18	$746\frac{2}{3}$		60	15) 32 à 56
$41\frac{13}{27}$	26	2	60	2:8
$8\frac{2}{3}$	26	3600	29:52
18	54	5) $7\frac{1}{5}$	60
		$43\frac{1}{5}$	1792 (5
		216	8960
		$41\frac{13}{27}$	320 8
			104
			216

Erklärung: Auch hiebey mußte eine völlige Ausgleichung vorgenommen werden; um aber einige Wiederholungen zu vermeiden, haben wir solches auf obige Art bewerkstelligt.

630) Aufg. Jemand erhielt im Baratt (im Tausche) für 112 Malter Getreide à Rthlr. $5\frac{1}{4}$ — 5 Faß Oel, welche Spco. 6545 ℔. gewogen, mit 1 pr. Ct. für gut Gewicht und 120 ℔. Thara pr. Faß; wie hoch kömmt ihm die Pipe Oel von 820 netto Pfunden zu stehen?

	112 Malt.
	à $5\frac{1}{4}$ Rthlr.
Spco. 6545 tt.	560
gut Gew. 65	28
6480 tt.	588 Rthlr.
Tha. 600	820 nto. tt.
Netto 5880 tt.	11760
Antw. auf 82 Rthlr.	4704
	482160
	11760
	0000

Eine

Eine Probe nach der Kettenrechnung.

Hier wird gefragt, für wie viele Malter Getreide à $5\frac{1}{4}$ Rthlr. man die 5 Fässer Oel erhalten könne, die Pipe zu 82 Rthlr. Das Uebrige wie zuvor.

NB. Die Thara muß zuerst nach pr. Ct. bestimmt werden.

648~~0~~ / 9^{25}	120 (5 / 6000~~0~~ / 1680 / 3840 / 600	Spco. / Tha. / Netto	100 / $9\frac{1}{4}$ / $90\frac{3}{4}$

100	~~6848~~ 935
100	~~99~~ 33
7 820	~~90~~$\frac{3}{4}$ 363
21 $8\frac{1}{4}$	82
	1
100000	935

935
363
―――
2805
5610
2805
―――
339405
33
―――
1018215
1018215
―――

Antw. Malter 112|00365

240 §. Bey ungleichem Tausche muß jede Quantität mit ihrem Preise multiplicirt, und der kleinere Betrag vom größern abgezogen werden; dann zeigt die Differenz, wie viel und von wem noch baar Geld darauf zu geben ist.

Z. B. 631) Aufg. A giebt dem B 184 tt. von einer gewissen Waare das tt. à fl. 1. 26 kr. gegen 408 tt. einer an-

andern Waare, den Zentr. à fl. 66. 40 kr. Welcher hat dem Andern noch baar Geld darauf zu geben, und wie viel?

Aufl. A hat 184 tt. à fl. 1. 26 kr.

```
A hat 184 tt. à fl. 1. 26 kr.        B  408
           61:20              20        66 2/3
           18:24               6       ------
          ------                        2448
          263:44                        2448
                                         136
                                         136
                                       ------
                                        27200
                                        263:44
                                       ------
                                          8:16
```

Antw. A hat fl. 8:16 kr. aufzugeben.

Erklärung: Die Waare des A beträgt nur fl. 263. 44 kr.; jene des B aber fl. 272. —; also um 8 fl. 16 kr. mehr, und so viel muß A dem B darauf zahlen.

Probe: Wenn die Waare des B., wovon der Zentner fl. 66. 40 kr. kostet, fl. 272. —; jene des A hingegen, das tt. à fl. 1. 26 kr. um 8 fl. 16 kr. weniger beträgt: so fragt sich, wie viele Pfunde jeder gegen den andern vertauschet hat?

```
66 2/3     272                       272:—
200        816 (3                      8:16
-----      ---                       ------
408 tt.     16              1:26     263:44
             0              60         60
                           ----      ------
                            86       15824
                           ----        722
                           184 tt.     344
                                        00
```

Antw. B 408 und A 184 tt.

632) Aufg. Einer will für 23 Stücke à 8 fl. 10 kr. eine andere Waare, das tt. zu 42 kr. haben; bedingt sich aber aus, daß ihm $\frac{1}{3}$ baar bezahlt werde; wie viel hat er an Gelde und wie viel an Waaren zu empfangen?

23
8 : 10
184
3 : 50
187 : 50
5) 37 : 34 baar
150 : 16
60
9016
61
$196\frac{14}{}$
28 | 2
42 | 3

42 und $214\frac{2}{3}$ tt.

Antw. fl. 37. 34 kr. baar und $214\frac{2}{3}$ tt. in Waaren.

Probe: Wie viele Stücke à fl. 8. 10 kr. muß man für $214\frac{2}{3}$ tt. à 42 kr. geben, wenn man $\frac{1}{5}$ baar empfangen will?

$214\frac{2}{3}$ à 42
107 | 30
42 : 48 | 12
— : 28
150 : 16
4) 37 : 34
187 : 50
1127 : 0 (6
147
00

$8\frac{1}{6}$
49
Antw. 23 Stück

Erklärung: Da in obigem Beyspiele für das baare Geld $\frac{1}{5}$ weggenommen worden: so bleiben noch $\frac{4}{5}$ an Waaren; darum mußte bey der Probe $\frac{1}{4}$ wieder hinzugethan werden. Das Uebrige ist leicht einzusehen.

241 §. Ist die Waare, die eingetauschet werden soll, im Preise übersetzt; wie man denn gemeiniglich die Preise im Tausche höher stellt, als gegen baar Geld: so muß die andere Waare auch, und zwar im gleichen Verhältniß theurer angesetzt werden.

Z. B. 633) Aufg. Einer will Reis, das tt. à 16 kr. gegen Seife vertauschen; man könnte aber den Reis für baar Geld um 14 kr. bekommen, und die Seife, auch pr. comptant, zu fl. 35. — den Zentr. verkaufen. Wie hoch ist die Seife im Tausch anzusetzen, damit man nichts verlieren darf?

Aufl.

```
         35
         16
        ---
        210
        35
        ---
14 |    560
---|
40 |     00
```

Probe:

```
   baar            im Tausch
 14   35           16   40
---              ---
2½    7           2½    8
     ---                ---
     14                 16
```

Antw. à fl. 40. — der Zentr.

Erklärung: Der Reis kostet baar 14 kr., im Tausche 16 kr.; folglich ist dieser Preis übersetzt, und es muß die Seife auch und zwar in gleichem Verhältniß, wie der Reis, höher angesetzt werden. Nun darf (nach dem 153 §.) nur 35 durch 16 multiplicirt, und mit 14 dividirt werden: so zeigt der Quotient 40, zu wie viel fl. der Zentr. Seife im Tausche anzusetzen ist.

In der Probe wird wieder (wie vorne pag. 349) bewiesen, daß sich der contante Preis zum Tauschpreise bey dem Reis, wie bey der Seife verhalte.

634) Aufg. Zwey wollen barattiren, A hat 265 tt. Fenchel, den Zentr. à fl. 27. — baar, B will dafür Nägelein, das tt. baar à fl. 5. im Stich aber à fl. 5. 48 kr. geben.

geben. Wie theuer hat A seinen Fenchel anzusetzen, und wie viel tt. Nägelein hat er zu empfangen?

```
    27                              265
     5: 48                            31: 20
  ---------                        ----------
   135                              265
     5: 24                          795
    16: 12 (3                          88
  ---------                        ---------
5) 156: 36               8⁴⁄₅       83|03
  ---------                          5  60
   31: 19⅕               29        ---------
                       -------      4151|80
                        14 tt. 9     125
                                       9
                                      32
                                    -----
                                     288
                                      27
```

Antw. den Zentr. à fl. 31. 20 kr. u. hat 14 tt. 10 L. Näg. zu empfangen.

Erklärung: Erst wurde nach voriger Manier der Tauschpreis des Fenchels gesucht; dann wie viele tt. von der andern Waare zu liefern sind, wie in dem 628) und folgenden Beysp. gezeigt wurde.

Eine andere Probe: Was ist der Zentner Fenchel baar werth, wenn man für 265 tt. desselben 14 tt. 10 Lth. Nägelein, das tt. à fl. 5.— baar erhält?

```
              14: 10     8
               5         2
             ------
              70
               1: 15
              —: 19
             ------
   265        71: 34 (100
  -----      ------
   27        7156
             1856
              001
```

Antw. fl. 27.— baar.

Erklärung: Hier haben wir aus der gefundenen Quantität der Nägelein und ihrem baaren Preise den baaren Preis des Fenchels gefunden. Ungeachtet wir vorhin bey Preis und Quantität um etwas mehr genommen haben: so beträgt der ganze Unterschied hier nur $\frac{1}{205}$.

635) Aufg. A hat 4 Zentr. f. Bleyweis, das tt. à 25 kr. baar; setzt es aber im Tausch um 28 kr. an. B giebt dafür 86 Ellen Seidenzeug, die Elle zu fl. 2. 20 kr. baar. Wie muß B seine Waare im Stich ansetzen, welcher muß dem andern noch was hinausgeben, und wie viel?

a)

2Ø	40Ø
20	0

b)

86	20
13	60
	1200
	340
	82

c)

2:20
14
I. Antw. 2:34

d)

400	28
133:20	2Ø
40:—	Ø
13:20	2
186:40	

e)

86	
2:34	
172	3Ø
43	3
4:18	1
1:26	
220:44	
186:40	

II. Antw. A muß dem B fl. 34: 4 kr. hinausgeben.

Erklärung: Da in diesem Beyspiel die Quantität von beyden Seiten schon bestimmt ist: so muß der ganze Uebersatz von der Waare des A auf die Waare des B repartirt werden; dann kann man erst den Betrag einer jeden ausrechnen, und ihre Differenz suchen.

Das Bleyweis wurde von 25 auf 28, also um 3 kr. bey jedem Pfunde übersetzt; wir suchten demnach bey a), wie

viel

viel der ganze Uebersatz bey 400 Pfunden austrägt, nämlich fl. 20. — Diese wurden bey b) in die 86 Ellen des Seidenzeugs vertheilt, treffen auf jede Elle $13\frac{41}{43}$ kr. Bey c) haben wir auf den baaren Preis von 2 fl. 20 kr. die vorigen 14 kr. geschlagen: so kam zur I. Antwort, daß B die Elle Zeug um 2 fl. 34 kr. ansetzen müße. Nun wurde bey d) der Betrag des Bleyweis, bey e) der Betrag des Seidenzeugs gesucht, und jener von diesem abgezogen, da ergab sich die II. Antwort, daß A noch fl. 34. 4 kr. hinausgeben müße.

Die Probe darüber zu machen, wird Niemanden schwer fallen, der den Grund von obigem Verfahren vollkommen einsieht; einem Andern würde sie aber auch nichts nützen.

242 §. Wird aber hiebey etwas Gewisses an baarem Gelde ausbedungen: so ist wohl in Acht zu nehmen, daß der Uebersatz nur auf die Waare allein, und nicht auch auf den Theil falle, der baar entrichtet wird; wie aus den folgenden Beyspielen hinlänglich zu ersehen ist.

636) Aufg. In einem Tausche setzt A den Zentr. Melis, welcher baar fl. 108. — gilt, um fl. 112. — an, und will den vierten Theil baar Geld haben; B soll ihm für das Uebrige Pfeffer geben, wovon der Zentner fl. 110. — baar werth ist. Wie ist dieser im Tausch anzusetzen, damit weder der Eine noch der Andere übervortheilt werde?

	112	108	80 (gestrichen)	84 (gestrichen)	
4)	28	28	20 (gestrichen)	21	110 (gestrichen)
	84	80	$115\frac{1}{2}$	21	
				231	
				3	
				11	
				1	

Antw. um fl. $115\frac{1}{2}$ den Zentr.

Er=

Erklärung: A will von dem Preise à fl. 112. — den vierten Theil (also fl. 28.—) baar Geld, und für das Uebrige (für fl. 84.—) Pfeffer haben; weil aber der Melis baar nur fl. 108. — gilt: so dürfte B, wenn er alles baar bezahlte, zu den bedungenen fl. 28. — nur noch fl. 80. — darauf geben; also ist der Melis eigentlich von fl. 80. — auf fl. 84. — übersetzt, und nach diesem Verhältniß wird nun die Erhöhung des Pfeffers, wie vorhin, gesucht; nur daß wir uns hier der Abkürzung bedient haben.

Probe: Was ist, unter vorstehenden Bedingungen, der Zentr. Melis gegen baar Geld werth?

```
 118½   110 (2        4) 112
  231    10               28
   21                    ----
 ----                     84
   80                     20
   28                    ----
 ----                   1680
Antw. fl. 108            000
```

637) Aufg. Jemand hat Branntwein, die Maaß zu 34 kr. baar, im Stich zu 38 kr.; es will ihm Einer dafür 2 Tonnen Thran à fl. 116. — baar geben; doch soll er ⅓ in Gelde bezahlen. Wie hoch kömmt die Tonne Thran im Stich anzusetzen, wie viel hat jener baar Geld, und wie viel Branntwein herzugeben?

```
   38   34              53              116
3)19    19          I. 124:45 (2         57
  ---   ---            --------         ----
  57    53             249:30            812
                3) II.  83:10            580
                       --------         ----
                       166:20           6612
                           60            131
                       ------            252
        38               9980             40
     ---------            238              60
     III. 262⅔            100            -----
                           24            2400
                                          280
                                           15
```

Antw.

Antw. I. Die Tonne Thran ist zu fl. 124. 45 kr. anzusetzen, II. sind fl. 83. 10 kr. baar Geld, und III. $262\frac{2}{3}$ Maaß Branntwein zu geben.

Erklärung: Weil an dem Thran $\frac{1}{3}$ von dem Tauschpreise (der uns noch unbekannt war) baar bezahlt werden muß: so ist für $\frac{2}{3}$ Branntwein zu liefern, welches dessen Tauschwerth um die Hälfte (19 kr. pr. Maaß) erhöhet; diese 19 kr. beyderseits hinzuaddirt, geben das wahre Verhältniß, wonach der Tauschpreis des Thrans bestimmt werden muß. Die fernere Operation ist leicht zu verstehen.

Probe: Wenn man für 2 Tonnen Thran (à fl. 124. 45 kr.) $262\frac{2}{3}$ Maaß Branntwein, und an Gelde noch fl. 83. 10 kr. geben muß; wie hoch kömmt in solchem Tausche die Maaß Branntwein?

$124 : 45\frac{2}{3}$ (2
$249 : 31\frac{1}{3}$
$83 : 10$
$166 : 21\frac{1}{3}$ (3
$499 : 4$
60
29944
6304
000

$262\frac{2}{3}$
788
Antw. auf 38 kr.

Nota. Für die vorhin weggelassenen Brüche haben wir hier $\frac{2}{3}$ (kr.) angenommen, wodurch es gerade aufgieng. Ungeachtet ihrer Kürze ist dieses doch eine vollkommne Probe.

638) Aufg. A vertauschet an B 9 Zentr. feine Stärke und Haarpuder, den Zentr. à fl. 15. — baar, und verlangt in Gelde fl. 54. —; für den Rest will er Eichori-Wurz, den Zentr. à fl. 48. — annehmen, die sonst nur fl. 36. — kostet. Wie theuer soll A seine Waaren an-

ansetzen, und wie viele tt. hat er von des B seiner zu empfangen?

```
 15     36  48                    48  *108
  9      3   4       81    II. 225   10800
135                  27(4              120
 54                * 108               240
 81                  54                 00
                     162
                  9) ---
                   I. 18
```

Antw. I. den Zentr. à fl. 18. — und II. 225 tt.

Probe: Gleicht sich unter obigen Bedingnissen und nach den erhaltenen Antworten der Tausch vollkommen aus?

```
 18        225
  9         48
162       1800
           900
         10800
            54
           162
```

Antw. Ja; weil die 9 Zentr. des A zu fl. 18. — gerade so viel betragen, als die 225 tt. des B, wenn die verlangten fl. 54. — noch darauf gegeben werden; nämlich beederseits fl. 162. —

243 §. Wenn bey dem Uebersatz das gehörige Verhältniß nicht beobachtet wird: so entsteht daraus ein unproportionirter Tausch, das heißt: der Eine hat dabey mehr Gewinn als der Andere; auch wenn man die eingetauschte Waare zu höherm oder niedrigerm Preise wieder anbringt, als worauf man bey dem Uebersetzen der

der seinigen angetragen hat; ergiebt sich ein Gewinn oder ein Verlust. Da wir aber hiezu (vom 218 bis 221 §§.) schon Anleitung genug gegeben haben: so wollen wir nur noch einige Beyspiele von besonderen Fällen dieser Art hier anführen.

639) Aufg. Einer setzt das Pfund Weihrauch, das baar 45 kr. kostet, im Tausch zu 50 kr. an; der Andere setzt den Zentr. Koriander auf fl. 26. —, der um fl. 23. — baar zu haben ist. Welcher von Beyden hat vortheilhafter übersetzt, und um wie viel p. c.?

Aufl.

$\frac{45}{111\frac{1}{9}}$ $\frac{50}{5000}$ (100; 50; 50; 5

$113\frac{1}{23}$; $111\frac{1}{9}$; $\frac{}{1\frac{193}{207}}$ 207 ‿ 9; 23   216; $\frac{23}{193}$

$\frac{23}{113\frac{1}{23}}$ $\frac{26}{2600}$ (100; 30; 70; 1

Antw. Der Letzte und zwar um $1\frac{193}{207}$ (also nicht ganz 2) p. c.

Erklärung: Es durfte hier nur (wie in dem Beyspiele pag. 282) gesucht werden, wie viel der Eine und der Andere in dem Uebersatz p. c. gewonnen hat, und diese Resultate von einander abgezogen: so zeigt sichs, um wie viel p. c. der Eine seine Waare höher angesetzt hat, als der Andere.

640) Aufg. Jemand vertauschte eine Waare, wovon ihm das tt. 20 kr. gekostet, um 24 kr. gegen eine andere Waare, die Elle zu fl. 4. 30 kr.; diese konnte er aber nicht anders, als à fl. 3. 50 kr. wieder verkaufen. Ist hiebey gewonnen oder verloren worden, und wie viel p. c.?

```
         24
  20    2400(100
        120
         3:50
        360
        100
 4 1/2  460(2
  9     920
102 2/9  20
          2
```

Nach der Kettenpraktik.

```
          100    4
    20     24    2
6  4 1/2   3 5/6   23
9          920
    9       20
102 2/9      2
```

Antw. Es sind $2\frac{2}{9}$ p. c. gewonnen worden.

Erklärung: Durch den Uebersatz von 20 auf 24 kr. wurden 20 p. c. gewonnen: hievon wurde aber im Verkauf so viel verloren, daß von 120 nur noch $102\frac{2}{9}$, also $2\frac{2}{9}$ p. c. Gewinn überbleiben.

Die Kettenpraktik mag hier zur Probe dienen.

641) Aufg. Zween wollen tauschen. A hat Macis das Lth. zu $52\frac{1}{2}$ kr. baar; setzt ihn aber im Tausch auf fl. 1. 6 kr. mit 10 p. c. Gewinn an. B hat Briefl-Taback, das Hundert zu fl. 1. 45 kr. baar. Wie hoch kann A solche im Stich annehmen, daß der Tausch, den Gewinn p. c. ausgenommen, gleich sey?

```
      1 : 6             7      1 : 45
110   110(100           8     14 : 0(8
1      00               2
```

Antw. Das Hundert zu fl. 2. —

Erklärung: Zuerst suchten wir: wie hoch der Macis, ohne die 10 p. c. Gewinn, anzusetzen käme; ergab sich fl. 1. — nach diesem Verhältniß zu $\frac{7}{8}$ (statt $52\frac{1}{2}$ kr.) sind fl. 1. 45 kr. auf fl. 2. — zu übersetzen.

Was

Was in gewissen Rechenbüchern von der Zeit, die einem im Tausche zugestanden werden kann, vorkömmt, möchte wohl in der Ausübung nicht statt finden; denn wenn die Waaren noch nicht fertig oder nicht vorräthig sind: so hilft das Ausrechnen nicht dazu, daß sie eher geliefert werden können; können sie aber dieses ohnedem, so hat niemand Nutzen davon, daß er dieselben länger bey sich behält. Es sind also dieses bloße Chimären.

Aufgaben zur Uebung.

642) Zwey tauschen mit einander. A hat 324 tt. Kakao à fl. 72. 30 kr., wofür ihm B $391\frac{1}{2}$ tt. Virgin. Taback geben will. Wie hoch käme demnach das Pfund Taback?

643) Einer hat 24 Stücke einer Waare A, jedes zu fl. 40.— diese vertauscht er gegen zweyerley andere Waaren: B à 45 kr. und C à 54 kr. die Elle. Da er nun von B noch einmal so viel Ellen, als von C haben will: so fragt sich, wie viel er von jeder zu empfangen habe?

644) A hat 34 tt. Cochenille, das tt. zu fl. 17. 15 kr.; B muß ihm dafür Regalpapier das Ries zu fl. 11. 36 kr. und an Gelde fl. 331. 18 kr. geben; wie viel Papier hat A zu empfangen?

645) Es will Jemand 4 Eimer Wein à fl. 35. 6 kr. gegen weißen Ingber eintauschen. Wenn er den sechsten Theil in Geld daraufgäbe: so müßte er noch 260 tt. Ingber liefern; es fragt sich nun, wie hoch er den Zentr. Ingber auf solche Art anbrächte, und wie viel er baar darauf zu zahlen habe?

646) A setzt von einer Waare, die baar fl. 2. 24 kr. gilt, die Elle im Tausch zu fl. 3.— an; B setzt das Pfund von der seinigen auf 16 kr.; was ist dieselbe demnach baar werth?

647)

647) Zwey wollen stechen; A hat eine gewisse Waare, wovon der baare Preis eines Zentr. fl. $47\frac{1}{2}$ — ist; setzt sie aber im Stich auf fl. 50. — an. B will dafür $812\frac{1}{2}$ tt. einer andern Waare, den Zentr. à fl. 20. — geben; nun wird gefragt: was diese baar werth ist, und wie viel Pfund A von der seinigen zu liefern hat?

648) In einem Tausche giebt Jemand 426 Ellen einer Waare A, die Elle baar à fl. 2. 56 kr.; im Stich aber zu fl. 3. 8 kr. für 71 Zentr. von B, à fl. 26. 48 kr. baar hin. Wie hoch ist diese Waare im Stich anzusetzen, auf welche muß noch baar Geld aufgegeben werden, und wie viel?

649) A hat 183 Kastor-Hüte, à fl. 4. 28 kr. baar; im Tausch à fl. 4. 50 kr., und will fl. 400. — an Gelde; für das Uebrige aber eine Farbwaare von B haben, die baar 52 kr. das Pfund gilt. Wie muß dieser seine Waare ansetzen, und wie viel Pfund hat er zu liefern?

650) Es setzt A eine Waare, die baar fl. 26. — gilt, auf fl. 30. — an; B hingegen setzt die seinige von fl. 5. 1 kr. baar, im Tausch auf fl. 5. 28 kr., und verlangt $\frac{1}{8}$ baar Geld. Welcher Uebersatz ist vortheilhafter und um wie viel pro cent?

Verschiedene andere Rechnungen.

244 §.

Außer den vom 182 §. bis hieher aufgeführten Rechnungsvorfällen, können wohl auch andere vorkommen, und zwar manche, welche so verworren scheinen, daß man ihre Auflösung, die man selbst in den beßten Rechenbüchern nicht findet, nur durch die Buchstabenrechnung und Algebra, oder gar nicht möglich halten möchte. Wer aber die folgenden Aufgaben darum nicht blos für arithmetische Räthsel betrachtet, weil er die Anwendung dieser mannigfältigen Operationen auf wirkliche Fälle nicht gleich einsieht; sondern vielmehr den Grund derselben zu erforschen sucht, der wird sich so ziemlich in allen Fällen zu helfen wissen.

Anmerk. Die folgenden Beyspiele sind aus des berühmten F. Joh. Mich. Schwarzers Arithmetica Mercatorum &c. genommen, und lauter solche, wovon er die Auflösung und oft auch die Antwort nicht mittheilet, sie sind meistens unter der Rubrique: zum Beschluß, angeführt und hier seine eigene Worte beybehalten. Die von mir beygesetzten Operationen sind so einfach und kurz als möglich, und die Proben darüber so leicht, daß sie dem fleißigen Leser wohl überlassen werden, und um den Raum zu schonen, hier wegbleiben konnten.

651)

651) „Suche eine Zahl, wenn man zur selben 53 addirt, „vom Kommenden 16 subtrahirt, das Residuum „mit 21 multiplicirt, das Vermehrte mit 3 dividirt, „daß zum Quotienten komme 518. Frage nach der „Zahl."

Aufl.

21	518 (3
74	1554
16	084
90	0
53	
Antw. 37	

652) „Reducire 12 fl. 13 gl. $6\frac{2}{5}$ pf., daß gleiche fl. wie „auch gleiche gl. und pf. wegfallen."

Aufl.

	12 : 13 : $6\frac{2}{5}$
12	20
20	253
240	12
12	512
1	253
253 (5	3042 (5
1265	15212
12	2562
	032

Antw. $12\frac{32}{1265}$ fl. $12\frac{32}{1265}$ gl. $12\frac{32}{1265}$ pf.

653) „Wenn 92 fl. 13 gl. machen 19305 pf. und 99 fl. 15 gl. „machen 20787 pf.; Frage, wie viel gl. der fl. und „der gl. Pfenninge hat?"

19305	20787	19305	1482	gemeinschaftlicher
1	1482	4485	312	Divisor: 3) 39
	13	039	00	13
		38		

der

Der gl. hat also 39 oder 13, oder 3 Pfenning; doch wäre die erste Zahl zu groß und die letzte zu klein; es muß also der gl. genau 13 Pfenn. haben.

```
        13   19305              13   20787
 92    1485  63          99    1599   77
 16     565  110         16     609   128
         13   065                15    117
                0                       00
```

Antw. Der fl. wird zu 16 gl. und der gl. zu 13 Pfenningen (vermuthlich in Krähwinkel) gerechnet.

654) „Es werden 5 Zahlen in Ganzen und Gebrochenen „gegeben. Wenn man [redacted]$7\frac{3}{8}$ zu 3[redacted] addirt, von der „Summe [redacted]$8\frac{7}{40}$ subtrahirt, den Rest mit $3\frac{3}{4}$ multi„plicirt, das Kommende durch 7[redacted] dividirt, kommt „zum Quotienten 17. Frage nach den [redacted] unlesbaren „Ziffern. Antwort: eine leichte Sache."

Aufl.

```
                                  40
                          07⅜     15
                          30⅘     32
                          38 7/40 47
                          08 7/40
                          30
                17         3¾
                7⅛0       90
               119 u. 17/8 0      22½
  30           952        112½ u. 3¾ mal 0
  17           900        900 (8
  13            52
   4            00
```

Antw. [redacted] bedeutet 4.

655) „Es sind 4 Zahlen der Regel Detri, die erste ver„hält sich gegen die andere wie 5 zu 6. Wenn man „die andere und dritte zu der ersten Zahl addirt, kommt

„155, endlich die andere, dritte und vierte Zahl sum„miret, kommt 250. Frage, wie solche Zahlen in „der Regel gestanden?" *)

*) Das heißt, daß sich die dritte zur vierten verhalte, wie die erste zur zweyten.

250	I. 25		155	100
155	5) 5	25		5) 20
95	II. 30	30	55	IIII. 120
5) 19		III.	100	
6				
25				

Antw. 25 : 30 = 100 : 120

656) „Zween Kaufleute haben gewisse Summen Geldes. „A spricht zu B: gieb mir 173 Rthl. so haben wir beyde „gleich; B sagt zu A: gieb mir 173 Rthl. so hab ich „2mal so viel, als du noch behältst. Wenn nun beyde „Kaufleute zusammen 2076 Rthl. haben, frage, wie „viel jeder habe? Antw. A 865 Rthl. B 1211 Rthl. „Eine wunderbare Proportion, welche mit leichter „Mühe zu solviren."

Wir wollen die Geld-Summen, welche jeder hat, die Summe des A und die Summe des B nennen. Die 173 Rthlr., die einer von dem andern verlangt, sollen die Zahlung heissen. Wie viel beyde zusammen haben, braucht gar nicht in Anschlag gebracht zu werden.

Wenn einer dem andern etwas giebt: so hat dieser gerade um so viel mehr, als jener weniger hat; es macht also immer zwischen ihren Summen einen Unterschied von der doppelten Zahlung.

Hier soll aber in dem ersten Falle, wenn B dem A die Zahlung giebt, eine völlige Gleichheit ihrer Summen entstehen; also muß die Summe des B vorher um die doppelte Zahlung größer, als die Summe des A gewesen seyn.

In

In dem zweyten Falle, wenn A dem B die Zahlung leistet, soll dieser zweymal so viel haben, als jener noch behält; es muß also von der Summe des A noch so viel übrig bleiben, daß sie die Hälfte von dem, was B jetzt hat, ausmache. Diese Zahlung verursachet auch einen Unterschied von dem Doppelten; macht aber im Vergleiche mit dem ersten Falle, für den A einen Unterschied von der vierfachen Zahlung, und wenn die vom A zu leistende Zahlung wieder hinzukömmt: so muß die Summe des A das Fünffache, und die Summe des B das Siebenfache von der zu leistenden Zahlung seyn. Also

A. $\frac{173}{865}$ (5 B. $\frac{173}{1211}$ (7

Das Wunderbare dieser Proportion besteht wohl darinn, daß der Eine 5 Mal, der Andere 7 Mal; also Beyde zusammen 12 Mal so viel haben müßen, als einer dem andern geben soll, wenn obige Bedingnisse erfüllt werden wollen.

657) „Eine Hausfrau kaufet gemeines Tuch, von einem „Stück die Elle um 24 Groschen, vom andern um „22 Groschen, und bezahlet vor (für) beyde 89 fl. „8 gl. Wenn nun von dem ersten Tuch 47 Ellen „genommen wird, so ist die Frage, wie viel obbemeldete Frau von dem andern Tuch gekauft hat."

Aufl.		47	à 24 gl.
		9:8	20
		56:8	*
		89:8	
		33:—	
	22	20	
	30	660	
Antw. 30 Ellen.		00	

658) „In einer bloquirten Festung sind 3000 Mann mit „Speise und Trank wohl versehen auf 16 Monat, „nach 4 Monaten marschiren 1000 Mann darvon, „und nach 3 Monaten kommen wieder 400 Mann „hinein, abermal nach 2 Monaten 1200 Mann „weg, und nach 5 Monaten 800 Mann wieder hinein. Wenn vor (für) die 3000 zur Unterhaltung „vor (für) 16 Monate 120000 fl. zu berechnen ist; „Frage 1) wie lange sie sämmtlich ihren Unterhalt „haben können? 2) Wie viel jedem monatlich kann „gegeben werden?"

Aufl. 3000 Mann.	4 Mon.	12000		
1000 —				16
2000 Mann.	3 Mon.	6000		3000
400 —				48000
2400 Mann.	2 Mon.	4800		28800
1200 —			2000	19200
1200 Mann.	5 Mon.	6000	$9\frac{3}{5}$	$\frac{12}{20}$ $\frac{4\,3}{5}$
800 —				
2000 Mann.	$9\frac{3}{5}$ Mon.			
	$23\frac{3}{5}$ Mon.			

	16	120000
3000	7500	80
$2\frac{1}{2}$	15	000

Antw. 1) $23\frac{3}{5}$ Monat und 2) jedem monatlich $2\frac{1}{2}$ fl.

659) „Es sind 3 Zahlen in der Regula Detri, diese „thun in Summa 93, wenn man nach der rechten „Regel verfährt *), kommt zum Facit 96, und nach „der verkehrten **) ersteht 54. Frage, wie die „Zahlen in der Regel gestanden?"

*) Das heißt: die II und III Zahl multiplicirt und mit der I dividirt.

**) Oder die I und II Zahl multiplicirt und mit der III dividirt.

Es

Es verhält sich also:
nach der rechten Regel
die I Zahl zur II, wie die III zu 96;
nach der verkehrten aber
die III Zahl zur II, wie die I zu 54.

Aufl.

	96	
	54	
72	42	96
54	2) 21	72
2) 18	93	2) 24
I. 9	II. 72	III. 12

Antw. 9. 72. 12.

Erklärung: Die Differenz zwischen den beyden Facits halbirt, giebt die Summe der beyden äußern Zahlen. Diese von der Summe aller dreyen abgezogen, zeigt die mittlere Zahl. Endlich die Differenzen zwischen dieser Zahl und den beyden Facits auch wieder halbirt, giebt die beyden äußern Zahlen.

Diese Proportion scheint mir noch wunderbarer, als die im 656) Beysp. und am wunderbarsten, daß sie nur dann Statt findet, wenn die Rechnung ohne Bruch aufgeht.

Nicht so kurz wie obige, aber in allen Fällen anwendbar ist folgende Operation:

a) Man multiplicire die beyden Facits durch einander;

b) ziehe aus dem Produkt die Quadratwurzel: so zeigt sich die mittlere Zahl;

c) diese von der Summe aller drey Zahlen abgezogen;

d) durch deren Differenz das erste Facit multiplicirt, und

e) mit der Summe des ersten Facits und der mittlern Zahl in obiges Produkt dividirt: so entsteht die letzte Zahl;

f) endlich die mittlere und letzte Zahl addirt, und von der Summe aller drey Zahlen abgezogen, giebt die erste Zahl.

a)

a) 96
54
———
384
480
———
b) 51,84 (72 II.
49
———
284
142
———
000

c) 93
72
———
21 . . . 21
———
d) 96
96
192
———
2016
336
00

e) 96
72
———
168
———
12 III.

f) 72
12
———
84 . 84
93
———
9 I.

Aufgaben zur Uebung.

660) „Resolvire 12 Rthl. daß gleiche Rthl. und gleiche „Gr. und Pfenninge wegfallen."
(Den Rthl. zu 30 Gr. zu 12 Pfenn.)

661) „Sechs Zahlen zu finden von solcher Eigenschaft, „wenn man A mit $2\frac{2}{3}$, B mit $3\frac{3}{4}$, C mit $7\frac{1}{2}$, „D mit $8\frac{1}{3}$, E mit $6\frac{3}{7}$, und F mit $5\frac{1}{4}$ multipli„cirt, daß allerwegen 12600 komme."

662) „Es sind 4 Zahlen der Regel von Dreyen. Die „erste und zweyte addirt, bringt 29, die dritte und „vierte 87. Die vierte und erste 63; ist in der „Kürze zu fragen um die 4 Zahlen."

663) „Resolvire 7 Cntr. in Centner, ℔, Loth und Quin„tel, so daß, wenn man die Cntr. mit $3\frac{1}{3}$, die „die Pfunde mit $4\frac{2}{7}$, die Loth mit $6\frac{2}{3}$, die Quintel „mit $7\frac{1}{2}$ multiplicirt, allerwegen gleiche Produkte „entspringen. Frage, wie sie stehen müssen?"

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schwab, Franz Xaver,

Handbuch der kaufmännischen Rechenkunst

Bd.: Erster Theil

München 1821

Merc. 226 a-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10291745-1
(null)